

14. Mathematik

A. Fachbezogene Hinweise

Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik sind die durch Erlass des MK vom 13.10.2004 per E-Mail direkt an die Schulen verschickten präzisierten Rahmenrichtlinien für die gymnasiale Oberstufe und die EPA Mathematik. Die über den Kern der Rahmenrichtlinien hinausgehenden Vertiefungen werden in den Hinweisen zu thematischen Schwerpunkten festgelegt.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den Inhalten aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra / Analytische Geometrie und Stochastik besondere Bedeutung zu.

Dabei stellen insbesondere folgende Aspekte bei der Erarbeitung in der Qualifikationsphase wichtige Grundlagen dar:

Analysis

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie die Synthese von Funktionen und ihren Eigenschaften (im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau auch Funktionenscharen) und die Analyse von Funktionen und Funktionenscharen unter besonderer Berücksichtigung der Differenzial- und Integralrechnung beherrschen und entsprechende Verfahren sachgerecht zur Lösung innermathematischer und realitätsbezogener Sachsituationen und Probleme einsetzen können. Hierzu sollen sie symbolische, grafische und numerische Verfahren auch unter Zuhilfenahme von aus dem Unterricht bekannten Rechner-technologien sinnvoll und angemessen einsetzen.

- Funktionenklassen: laut EPA
- Qualitative und quantitative Untersuchung globaler und lokaler Eigenschaften von Funktionen und Funktionenscharen (s.o.)
- Untersuchungen von abgeschlossenen Flächen (im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau auch unbegrenzte Flächen)
- Verknüpfung von Funktionen und Funktionenscharen.

Stochastik

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie einfache Zufallsexperimente auswerten können. Sie müssen in der Lage sein, ein geeignetes Modell zur Bearbeitung realitätsnaher Fragestellungen auszuwählen, Kennzahlen von Zufallsgrößen/Verteilungen zu berechnen und im Sachzusammenhang zu interpretieren. Sie sollen nachweisen, dass sie mindestens ein Verfahren der Beurteilenden Statistik anwenden können.

- Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung - Wahrscheinlichkeitsbegriff, Baumdiagramme/ Pfadregeln
- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen und ihre Kennzahlen (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung)
- die Binomialverteilung als spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Funktionswerte der Standardnormalverteilung sowie binomiale Wahrscheinlichkeiten sind mithilfe der Funktionen des Rechners zu bestimmen. Diese Funktionswerte können nicht immer mit den eingeführten Rechnern berechnet werden, auch Formelsammlungen halten unterschiedliche Tabellen vor. Zur Vereinheitlichung werden Tabellen vorgegeben, die den Schulen vorab zur Verfügung gestellt werden und auch unter <http://cuvo.nibis.de> herunter geladen werden können.

Lineare Algebra/Analytische Geometrie (allgemein bildende Schulen)

Für die Abiturprüfung 2011 soll der Schwerpunkt dieses Sachgebietes algebraisch orientiert sein. Grundlage ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik. Die Prüflinge sollen im Bereich der Linearen Algebra die Matrizen als zweckmäßiges Hilfsmittel zur Beschreibung und Bearbeitung von Prozessen kennen und anwenden können. Weiterhin sollen sie nachweisen, dass sie über eine sichere mathematische Orientierung im Anschauungsraum verfügen und die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Objekten im Raum beherrschen. Dabei genügt für die algebraische Untersuchung und Beschreibung der Objekte Gerade und Ebene die Beherrschung der jeweiligen Gleichung in Parameterform.

- Rechnen mit Matrizen
- Beschreibung von Prozessen mithilfe von Matrizen
- Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum.

Analytische Geometrie / Lineare Algebra (Fachgymnasium „Technik“)

Für die Abiturprüfung 2011 soll der Schwerpunkt dieses Sachgebietes geometrisch orientiert sein. Grundlage ist der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik. Die Prüflinge sollen in diesem Bereich nachweisen, dass sie über eine sichere mathematische Orientierung im Anschauungsraum verfügen, die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Objekten im Raum beherrschen und Problemstellungen der metrischen Geometrie sachgerecht bearbeiten können.

- Schrägbilder
- Vektoren im Anschauungsraum
- Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum
- Standardskalarprodukt
- Abstands- und Winkelberechnungen.

Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Fachgymnasium „Wirtschaft“, Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“)

Grundlage für die Abiturprüfung 2011 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik. Hierbei sollen die Schülerinnen und Schüler die Lineare Algebra als notwendiges Hilfsmittel zur Lösung von Problemen aus den jeweiligen Berufsfeldern Wirtschaftswissenschaften, Gesundheit und Soziales kennen und anwenden können.

- Lösen linearer Gleichungssysteme (Gauß'sches Eliminationsverfahren) im Kurs mit erhöhten Anforderungen auch Lösbarkeitsuntersuchungen und LGS mit Parametern
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen
- Modellierung realitätsbezogener Problemstellungen mit linearen Gleichungssystemen.

Hinweise zur Kombination von Prüfungsaufgaben

Den Prüflingen werden zwei Prüfungsaufgaben vorgelegt. Jede Prüfungsaufgabe besteht aus *drei* Aufgaben, die sich auf die drei Sachgebiete Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra beziehen. Die beiden Prüfungsaufgaben setzen sich jeweils aus zwei thematischen Blöcken zusammen: Block 1 besteht jeweils aus einer Analysisaufgabe (Aufgabe 1A bzw. 1B), Block 2 enthält Aufgaben aus den Sachgebieten Stochastik und Analytische Geometrie/ Lineare Algebra. Der Block 2A (Schwerpunkt Stochastik) enthält eine Aufgabe 1 aus dem Sachgebiet Stochastik und eine Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra. Der Block 2B (Schwerpunkt Analytische Geometrie/Lineare Algebra) enthält eine Aufgabe 1 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra und eine Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Stochastik. Jeder Prüfling wählt aus den beiden Prüfungsaufgaben einen Block 1 und einen Block 2 aus.

Für die *Abendgymnasien, die Kollegs, die Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung* gilt für die Abiturprüfung 2011 folgende besondere Regelung: Der Prüfling darf beim Auswählen des Blockes 2 der Prüfungsaufgaben die Aufgaben 2 gegeneinander austauschen.

Für *Fachgymnasien* gelten folgende besondere Regelungen:

Die beiden Analysisaufgaben in Block 1 werden für alle Fachgymnasien berufsbezogen gestellt. In Block 2A des Fachgymnasiums „Technik“ sind die Aufgaben ohne, in Block 2B mit Berufsbezug. In Block 2A der Fachgymnasien „Wirtschaft“ und „Gesundheit und Soziales“ ist die Aufgabe aus der Stochastik ohne, die in Block 2B mit Berufsbezug; die Aufgabe aus der Linearen Algebra ist in Block 2A und in Block 2B berufsbezogen.

In Abhängigkeit von der Fachrichtung wird folgende Zuordnung der Sachgebiete für beide Prüfungsaufgaben festgelegt:

	FG „Wirtschaft“	FG „Technik“	FG „Gesundheit und Soziales“
Aufgabe 2	Stochastik	Analytische Geometrie	Stochastik
Aufgabe 3	Lineare Algebra	Stochastik	Lineare Algebra

Fachgymnasien mit mehreren Fachrichtungen entscheiden zu Beginn der Qualifikationsphase (Kurstufe) über die Zuordnung zu einem berufsbezogenen Schwerpunkt (FG „Wirtschaft“ oder FG „Technik“ oder FG „Gesundheit und Soziales“).

Die Gewichtung der beiden Blöcke 1 und 2 erfolgt im Verhältnis 1:1. In Block 2 sollen die beiden Aufgaben etwa im Verhältnis von 2:1 gewichtet werden.

Für die schriftliche Abiturprüfung werden unterschiedliche Prüfungsaufgaben vorgelegt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden. Dabei werden die folgenden zwei *Technologiekategorien* berücksichtigt:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (GTR)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS).

Einzelne Teile und Aufgabenstellungen der Prüfungsaufgaben werden sich bzgl. der zu erwartenden Lösungsstrategie, der Lösungswege und der Lösungsvielfalt in Abhängigkeit von der jeweilig zu benutzenden Rechnertechnologie unterscheiden. Bei der vorgegebenen Bewertung wird die verwendete Rechnertechnologie berücksichtigt.

Unabhängig von der verwendeten Technologieform sollen die Prüflinge auch über rechnerunabhängige Grundkompetenzen verfügen.

Nähere Hinweise zum Einsatz von Hilfsmitteln befinden sich im Abschnitt C.

B. Thematische Schwerpunkte

Thematischer Schwerpunkt 1: Analysis

Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau

Vertiefungen für allgemeinbildende Schulen:

- Scharen von ganzrationalen Funktionen
- Ortslinien
- Exponentialfunktionen mit Anwendungsbezug

Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien:

FG „Wirtschaft“, FG „Gesundheit und Soziales“:

- Exponentialfunktionen, auch als Funktionenscharen
- Kostentheorie, Produktlebenszyklus, Engelfunktionen (Konsum und Einkommen), Wachstumsprozesse in der Ökonomie

FG „Technik“:

- Trigonometrische Funktionen, auch als Funktionenscharen
- Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen aus dem Bereich ungedämpfte Schwingung

Unterricht auf erhöhtem AnforderungsniveauVertiefungen für allgemeinbildende Schulen:

- Sinus/Kosinus - Funktionen mit linearen Verknüpfungen/Verkettungen, auch als Funktionenscharen
- Ortslinien
- Exponentialfunktionen mit Anwendungsbezug

Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien:

FG „Wirtschaft“, FG „Gesundheit und Soziales“:

- Exponentialfunktionen, auch als Funktionenscharen
- Kostentheorie, Produktlebenszyklus, Engelfunktionen (Konsum und Einkommen), Wachstums- und Zerfallsprozesse in der Ökonomie

FG „Technik“:

- Exponentialfunktionen
- Trigonometrische Funktionen, auch als Funktionenscharen
- Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen zu gedämpfter und ungedämpfter Schwingung

Thematischer Schwerpunkt 2: Stochastik (auch für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“)**Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau**

- Baumdiagramme in Anwendungsbezügen
- Vertrauensintervalle für nicht bekannte Wahrscheinlichkeiten

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Baumdiagramme in Anwendungsbezügen
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen stetiger Zufallsgrößen, speziell Normalverteilung
- Vertrauensintervalle für nicht bekannte Wahrscheinlichkeiten

Thematischer Schwerpunkt 2 für das Fachgymnasium „Technik“: Stochastik**Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau**

- Bedingte Wahrscheinlichkeiten (Berechnung mithilfe von Baumdiagrammen, Vierfeldertafeln oder der Formel von Bayes)
- Binomialverteilung

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Bedingte Wahrscheinlichkeiten (Berechnung mithilfe von Baumdiagrammen, Vierfeldertafeln oder der Formel von Bayes)
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen stetiger Zufallsgrößen, speziell Normalverteilung
- Vertrauensintervalle für nicht bekannte Wahrscheinlichkeiten

Thematischer Schwerpunkt 3: Lineare Algebra / Analytische Geometrie**Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau**

- Matrizen im Anwendungsbezug: Materialverflechtung (Verflechtungsdiagramme, Verflechtungsmatrizen)

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen
Populationsentwicklung, Käufer- und Wahlverhalten, zyklisches und stationäres Verhalten

Thematischer Schwerpunkt 3 für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“: Lineare Algebra**Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau**

- Produktionsplanung
- Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen: Materialverflechtung, Produktionsverflechtung

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (Materialverflechtung, Übergangsmatrizen bei Käufer-, Wahlverhalten)

Thematischer Schwerpunkt 3 für das Fachgymnasium „Technik“**Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau**

- Abstands- und Winkelberechnungen
- Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Abstands- und Winkelberechnungen
- Flächen- und Rauminhalte auch komplexerer geometrischer Gebilde
- Lagebeziehungen von Kreisen, Kugeln zu Geraden und Ebenen

C. Sonstige Hinweise**Hilfsmittel**

Die für die Abiturprüfung zugelassenen Standardhilfsmittel sind in den EPA Mathematik angegeben.

In der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechner-technologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechner-technologie nachweisen. Die Schule muss zu Beginn der Qualifikationsphase festlegen, welche der in der Einleitung beschriebenen zwei Technologie-kategorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den Prüfungen gilt:

- Alle Taschenrechner sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in den Urzustand (bei Auslieferung) zu versetzen. Nur Programme, die den Leistungsumfang im Rahmen der vom MK veröffentlichten Vorgaben für den Taschenrechnertyp ergänzen, sind auf dem Rechner zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete über die Vorgaben hinaus zulässig; auf PCs sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme ohne Rechtschreib- und Grammatikprüfung, aber keine weiteren mathematischen Programme zulässig.

- Vernetzte Rechner sind in der Abiturprüfung nicht zulässig. In Rechnernetzen ist von der Schule zu gewährleisten, dass die benutzten Rechner hardwareseitig vom Netz getrennt sind. Funkvernetzungen sind auf der Hardware- und Softwareseite so zu trennen, dass weder im Prüfungsraum noch in der lokalen Umgebung auf das System zugegriffen werden kann.
- Die textliche Dokumentation der Problemlösung muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule geeignet so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Typs) von dem Prüfer vermerkt werden.

Zur Abiturprüfung sind gedruckte *Formelsammlungen* der Schulbuchverlage und Handbücher der Rechner zugelassen. Die Formelsammlungen dürfen keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Prüflinge zu überprüfen. *Nicht zugelassen* sind schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika (Taschenbuch der Mathematik, Lexikon der Mathematik).

Beispiele für auch in den Naturwissenschaften zugelassene Formelsammlungen sind:

- Formelsammlung bis zum Abitur, Paetec – Gesellschaft für Bildung und Technik, ISBN 3-89518-700-4.
Früher: Formeln und Tabellen für die Sekundarstufen I und II, ISBN 3-89517-253-7.
- Das große Tafelwerk, Cornelsen, ISBN 3-464-57143-2 (Parallele Ausgaben mit anderen Nummern sind zugelassen).

Zugelassen sind außerdem die vom Niedersächsischen Kultusministerium herausgegebenen Binomialtabellen sowie für das Fachgymnasium die Ergänzung zur Formelsammlung.