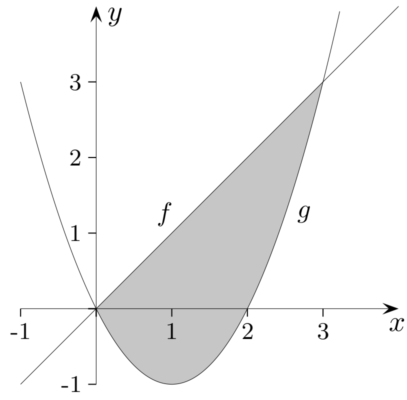
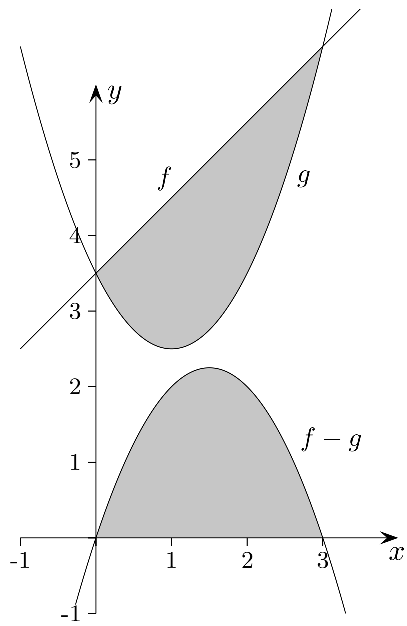
Fläche zwischen zwei Graphen

1. Gegeben sind die Funktionen:
   $f(x) = x$ und $g(x) = x^2 - 2x$

   Berechne den Inhalt der von den Graphen eingeschlossenen Fläche.



Die Lösungsidee ist der Zeichnung zu entnehmen.



Beachte:

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b g(x)\,dx$$

$$\int_a^b ((f(x) + k) - (g(x) + k))\,dx = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$$

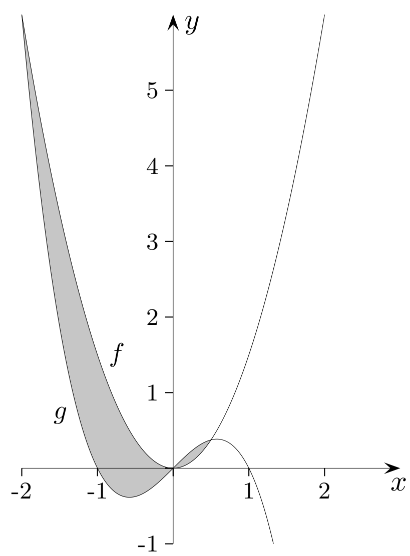
Lösung:

$$\int_0^3 (x - (x^2 - 2x))\,dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x)\,dx =$$

$$\left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\right]_0^3 = \ldots = \frac{9}{2}$$

2. Gegeben sind die Funktionen:
   $f(x) = \frac{3}{2}x^2$ und $g(x) = x - x^3$

   Berechne den Inhalt der von den Graphen eingeschlossenen Flächen.



Lösung:

$$A_1 = \int_{-2}^{0} (f(x) - g(x))\,dx = 2$$

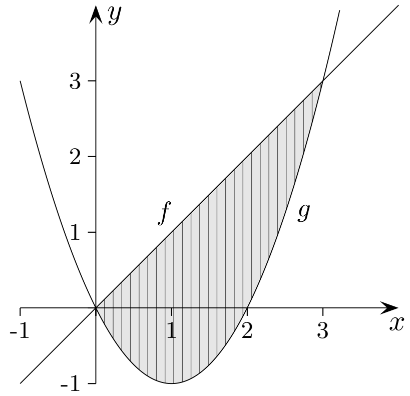
$$A_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} (g(x) - f(x))\,dx = \frac{3}{64}$$

Gesamtfläche mit dem GTR:
fnInt(abs($x - x^3 - 3/2x^2$), x, -2, 0.5) = 2,047

Fläche zwischen zwei Graphen

1. Gegeben sind die Funktionen:
   $f(x) = x$ und $g(x) = x^2 - 2x$

   Berechne den Inhalt der von den Graphen eingeschlossenen Fläche.

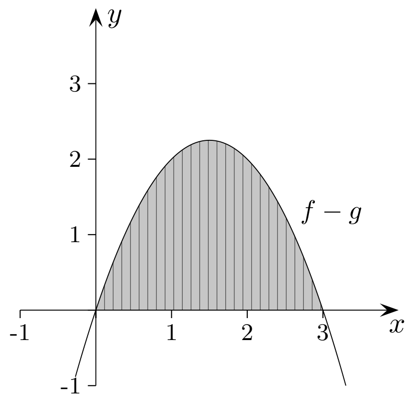


Die Lösungsidee ist der Zeichnung zu entnehmen.

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$$

$$A = \int_0^3 (x - (x^2 - 2x))\,dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x)\,dx =$$

$$\left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\right]_0^3 = \ldots = \frac{9}{2}$$

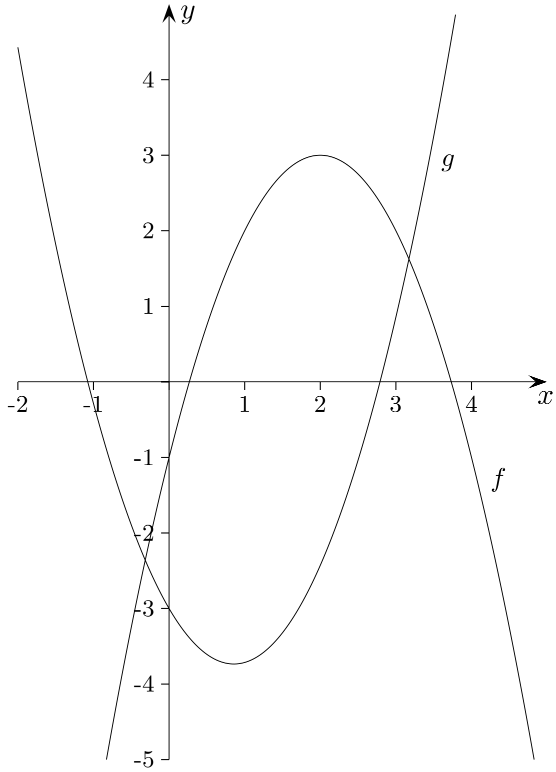


Fläche zwischen zwei Graphen GTR

1. Gegeben sind die Parabeln $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

   und $g(x) = x^2 - \frac{12}{7}x - 3$.

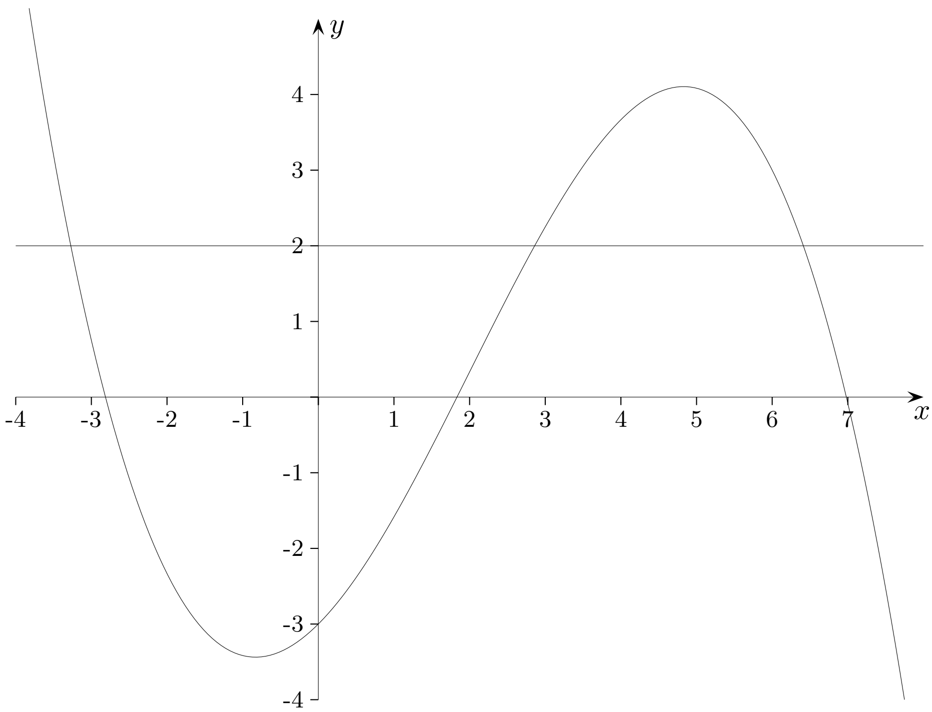
   Bestimme den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.



2. Gegeben sind die Funktion $f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 3$

   und die Gerade $y = 2$.

   Bestimme den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.

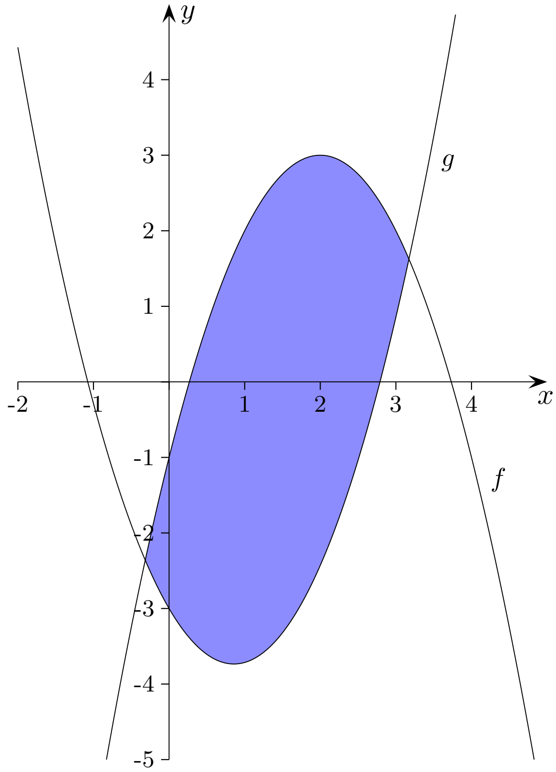


Fläche zwischen zwei Graphen   Ergebnisse

1. Gegeben sind die Parabeln $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

   und $g(x) = x^2 - \frac{12}{7}x - 3$.

   Bestimme den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.

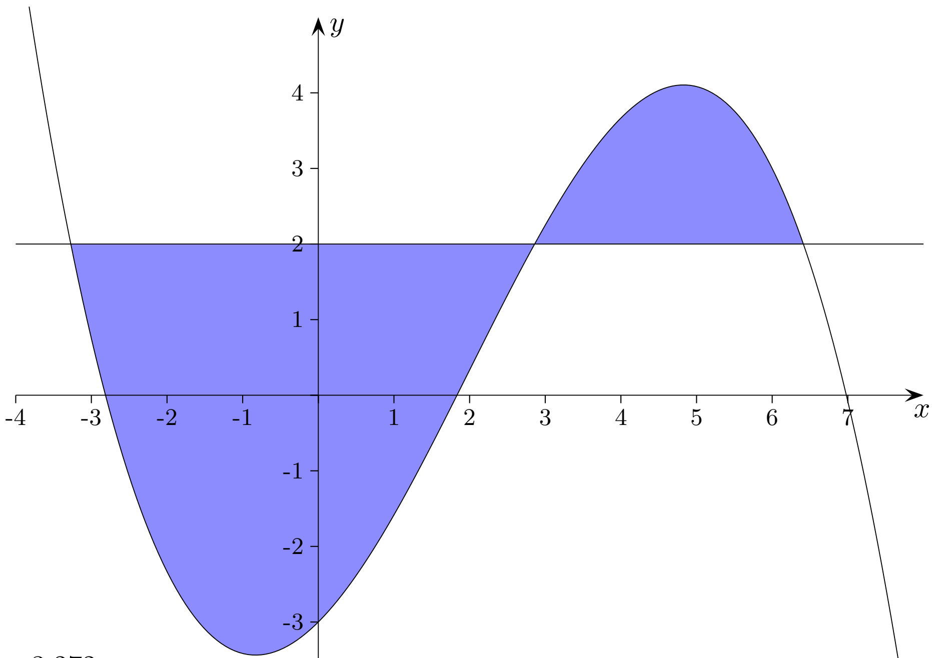


   Schnittstellen: $x_1 = -0{,}315$; $x_2 = 3{,}172$
   $A = 14{,}14$ *(FE)*

2. Gegeben sind die Funktion $f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 3$

   und die Gerade $y = 2$.

   Bestimme den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.



   Schnittstellen: $x_1 = -3{,}272$
   $x_2 = 2{,}860$ $x_3 = 6{,}412$
   $A = 21{,}192 + 4{,}923 = 26{,}12$ *(FE)*

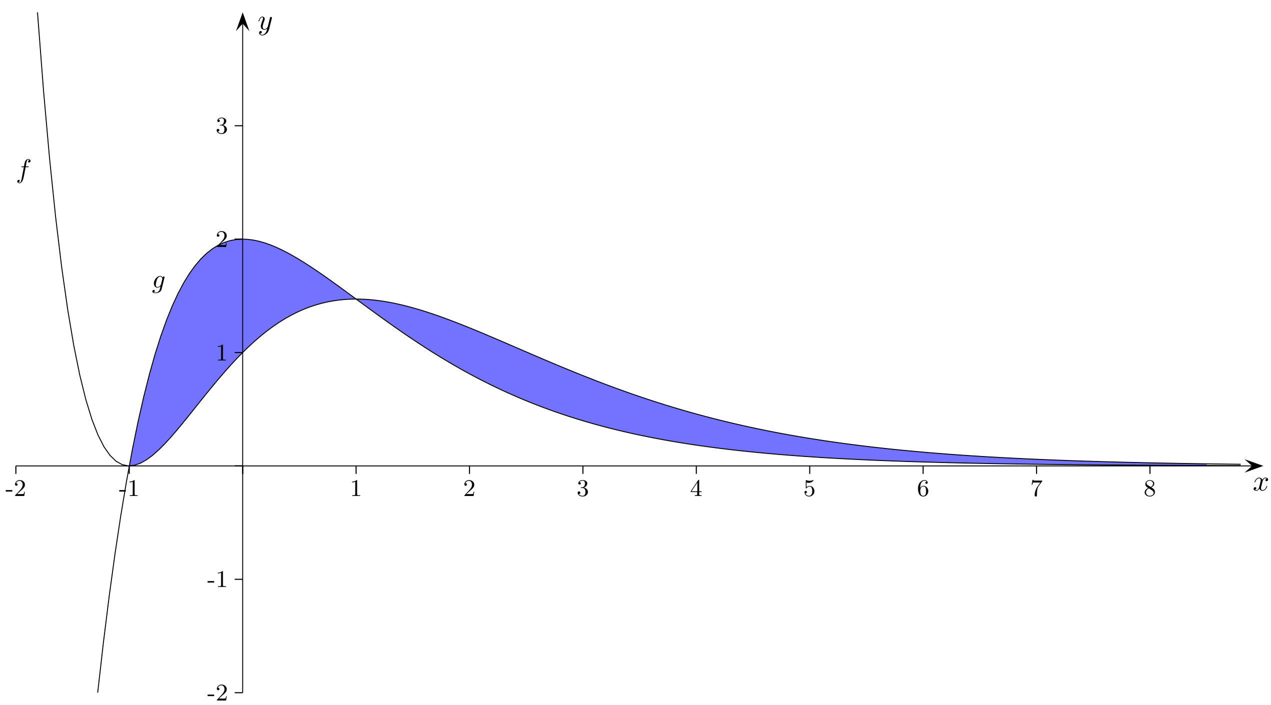
3. Gegeben sind die Funktionen:

   $f(x) = (x+1)^2 \cdot e^{-x}$
   $g(x) = 2(x+1) \cdot e^{-x}$

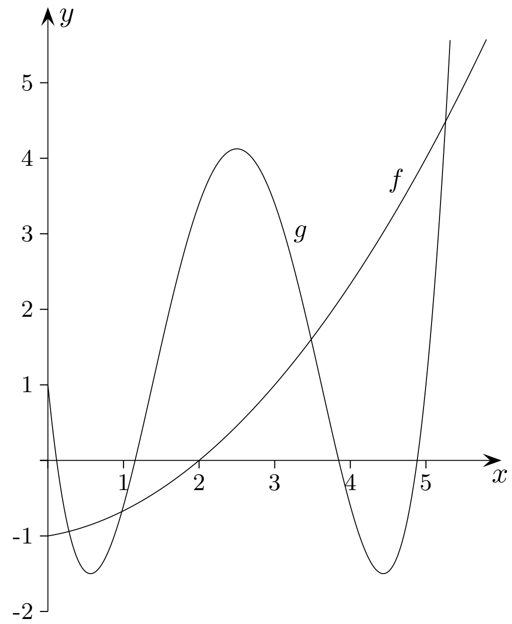
   Deuten Sie $\lim\limits_{t\to\infty} \int_{-1}^{t} \big(f(x) - g(x) \big)\, dx = 0$ geometrisch.

   Zeigen Sie, dass $f'(x) = g(x) - f(x)$ gilt und berechnen Sie den Inhalt der Fläche A, die im Bereich $-1 \le x \le 1$ von den Graphen von f und g eingeschlossen wird.

   [zur Kontrolle: $A = \frac{4}{e}$]



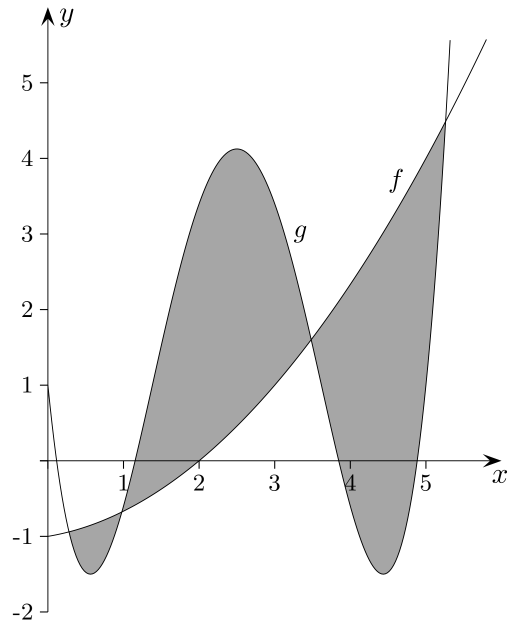
Fläche zwischen zwei Graphen



4. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \frac{2}{5}x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 10x + 1$
   und $g(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x - 1$

   Bestimme den Inhalt der von den Graphen von f und g eingeschlossenen Fläche.

Fläche zwischen zwei Graphen



4. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \frac{2}{5}x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 10x + 1$
   und $g(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x - 1$

   Bestimme den Inhalt der von den Graphen von f und g eingeschlossenen Fläche.

   äußere Schnittstellen: $x_1 = 0{,}279$; $x_2 = 5{,}260$
   Berechne das Integral von $|\,f(x) - g(x)\,|$ in diesen Grenzen.
   $A = 11{,}425$ *(FE)*

Die Berührpunkte der Tangenten von $f(x) = x^2 + 1$ an den Stellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 2$ bilden mit dem Schnittpunkt ein Dreieck. In welchem Verhältnis teilt die Parabel die Dreiecksfläche?
Man kann zeigen, dass das Verhältnis von den Berührpunkten unabhängig ist.