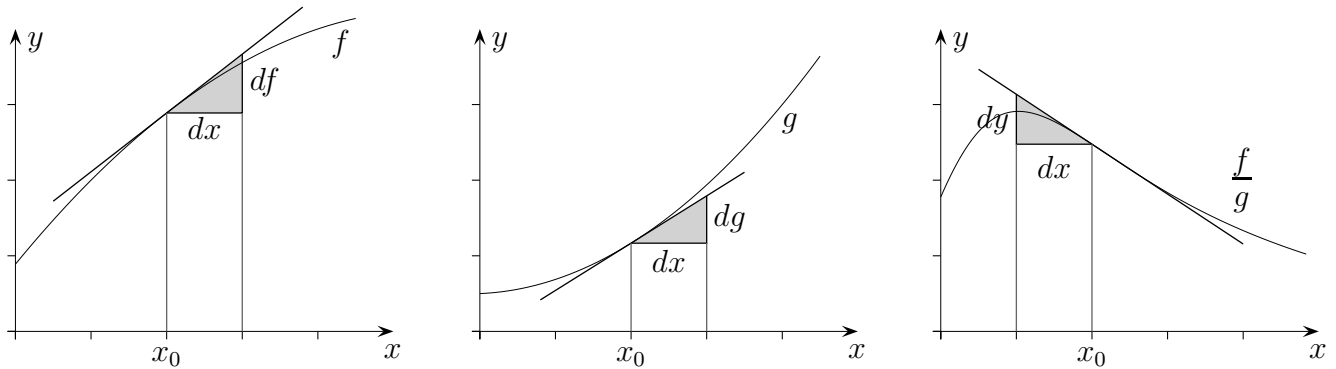


Quotientenregel (Ableitung von $\frac{f}{g}$) Leibniz (1646-1716)



Wir haben die Hoffnung, dass die Ableitung von $\frac{f}{g}$ mit Hilfe der Ableitungen von f und g ermittelt werden kann.

Untersuchen wir wieder den Funktionszuwachs Δy der Quotientenfunktion an der Stelle x_0 für einen Zuwachs um dx .

$$\Delta y = \frac{f(x_0 + dx)}{g(x_0 + dx)} - \frac{f(x_0)}{g(x_0)}$$

Um die lineare Abhängigkeit von dx zu erkennen, approximieren wir

$$\begin{aligned} f(x_0 + dx) & \text{ durch } f(x_0 + dx) \approx f(x_0) + df = f(x_0) + f'(x_0) dx \quad \text{und} \\ g(x_0 + dx) & \text{ durch } g(x_0 + dx) \approx g(x_0) + dg = g(x_0) + g'(x_0) dx \end{aligned}$$

Wir erhalten:

$$\Delta y \approx \frac{f(x_0) + f'(x_0) dx}{g(x_0) + g'(x_0) dx} - \frac{f(x_0)}{g(x_0)}$$

Auf einen Bruchstrich bringen, zusammenfassen und den linearen Anteil herausfiltern ergibt:

$$dy = \frac{f'(x_0) g(x_0) - f(x_0) g'(x_0)}{(g(x_0))^2} dx$$

Der Term $g'(x_0) dx$ im Nenner wurde von Leibniz einfach weggelassen.

d.h. $\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0) g(x_0) - f(x_0) g'(x_0)}{(g(x_0))^2}$ oder kurz $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' g - f g'}{g^2}$

1. Leite ab.

- a) $f(x) = \frac{1}{x}$ b) $f(x) = \frac{3}{1 + 2e^{-x}}$
 c) $f(x) = \frac{1-x}{x^2}$ d) $f(x) = \frac{x+1}{e^{5x}}$

2. Forme $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ so um, dass die Produktregel anwendbar wird, und beweise auf diese Weise die Quotientenregel.

Quotientenregel (Ableitung von $\frac{f}{g}$) Leibniz (1646-1716)

1. Leite ab.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \frac{3}{1 + 2e^{-x}}$

c) $f(x) = \frac{1-x}{x^2}$

d) $f(x) = \frac{x+1}{e^{5x}}$

1. a) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

b) $f'(x) = \frac{6e^{-x}}{(1+2e^{-x})^2}$

c) $f'(x) = \frac{x-2}{x^3}$

d) $f'(x) = -\frac{5x+4}{e^{5x}}$