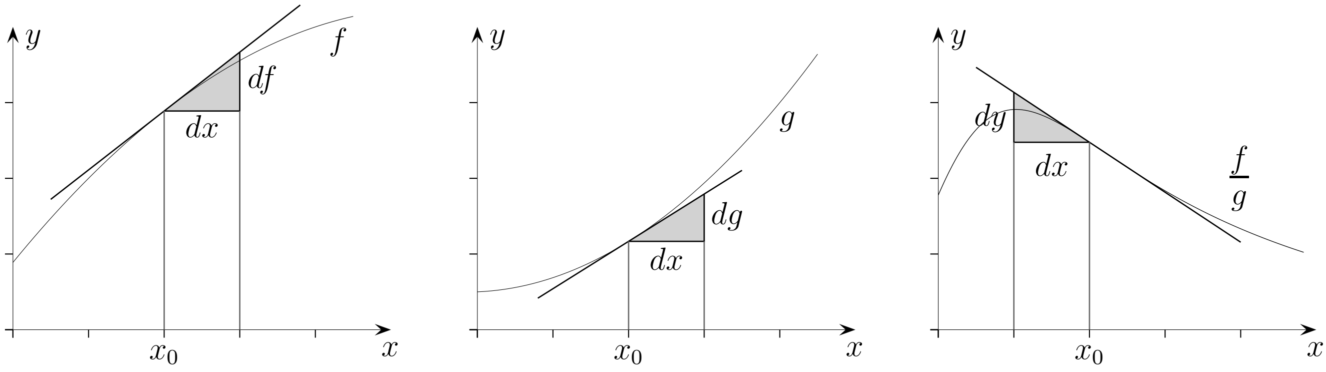
Quotientenregel (Ableitung von $\dfrac{f}{g}$) Leibniz (1646-1716)



Wir haben die Hoffnung, dass die Ableitung von $\dfrac{f}{g}$ mit Hilfe der Ableitungen von f und g ermittelt werden kann.

Untersuchen wir wieder den Funktionszuwachs Δy der Quotientenfunktion an der Stelle x_0 für einen Zuwachs um dx.

$$\Delta y = \frac{f(x_0+dx)}{g(x_0+dx)} - \frac{f(x_0)}{g(x_0)}$$

Um die lineare Abhängigkeit von dx zu erkennen, approximieren wir

$f(x_0+dx)$ durch $f(x_0+dx) \approx f(x_0)+df = f(x_0)+f'(x_0)\,dx$ und

$g(x_0+dx)$ durch $g(x_0+dx) \approx g(x_0)+dg = g(x_0)+g'(x_0)\,dx$

Wir erhalten:

$$\Delta y \approx \frac{f(x_0)+f'(x_0)\,dx}{g(x_0)+g'(x_0)\,dx} - \frac{f(x_0)}{g(x_0)}$$

Auf einen Bruchstrich bringen, zusammenfassen und den linearen Anteil herausfiltern ergibt:

$$dy = \frac{f'(x_0)\;g(x_0) - f(x_0)\;g'(x_0)}{(g(x_0))^2}\;dx$$

Der Term $g'(x_0)\,dx$ im Nenner wurde von Leibniz einfach weggelassen.

d. h.

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)\;g(x_0) - f(x_0)\;g'(x_0)}{(g(x_0))^2} \qquad \text{oder kurz} \qquad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'\,g - f\,g'}{g^2}$$

1. Leite ab.

   a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ b) $f(x) = \dfrac{3}{1+2\,e^{-x}}$

   c) $f(x) = \dfrac{1-x}{x^2}$ d) $f(x) = \dfrac{x+1}{e^{5x}}$

2. Forme $k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ so um, dass die Produktregel anwendbar wird, und beweise auf diese Weise die Quotientenregel.

Roolfs

Quotientenregel (Ableitung von $\frac{f}{g}$) Leibniz (1646-1716)

1. Leite ab.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ b) $f(x) = \frac{3}{1 + 2\,e^{-x}}$

c) $f(x) = \frac{1 - x}{x^2}$ d) $f(x) = \frac{x + 1}{e^{5\,x}}$

1. a) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ b) $f'(x) = \frac{6\,e^{-x}}{(1 + 2\,e^{-x})^2}$

c) $f'(x) = \frac{x - 2}{x^3}$ d) $f'(x) = -\frac{5x + 4}{e^{5\,x}}$