

# Approximation der Funktion $f(x) = e^x$

1. Zunächst soll die Funktion  $f(x)$  durch eine lineare Funktion  $g(x) = ax + b$  an der Stelle  $x = 0$  approximiert werden.

- a)  $g(0) = 1$   
 b)  $g'(0) = 1$

Dies ergibt:

$$b = 1$$

$$a = 1$$

Die Funktion lautet daher:  $g(x) = x + 1$

2. Nun soll die Funktion  $f(x)$  durch ein Polynom 2. Grades  $g(x) = ax^2 + bx + c$  an der Stelle  $x = 0$  approximiert werden.

- a)  $g(0) = 1$   
 b)  $g'(0) = 1$   
 c)  $g''(0) = 1$

Dies ergibt:

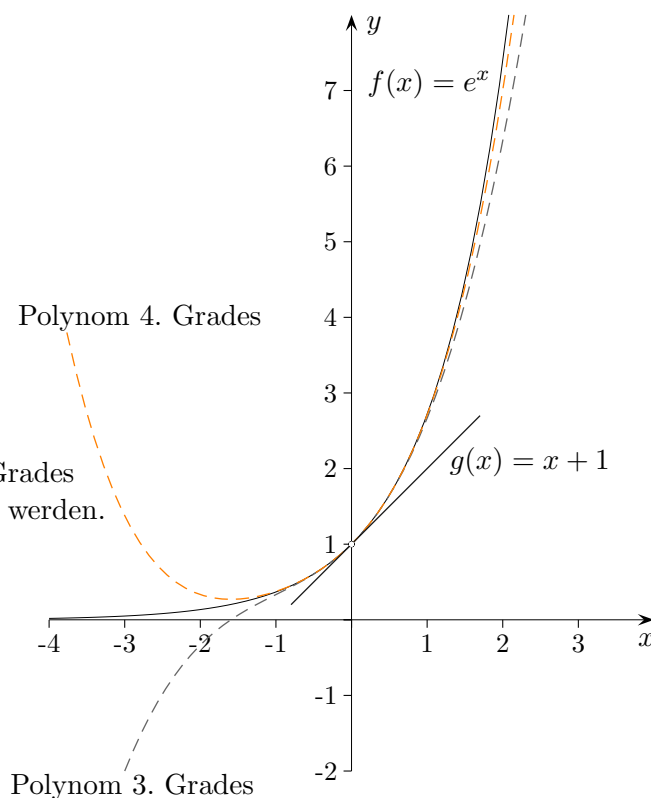
$$c = 1$$

$$b = 1$$

$$2a = 1$$

Also:  $a = \frac{1}{2}$

Die Funktion lautet daher:  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$



3. Die nächstbesseren Näherungen durch Polynome 3. und 4. Grades lauten:

$$g(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + x + 1 \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{x^4}{24} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + x + 1$$

4. Wir vermuten, dass gilt:  $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$

5. Und insbesondere:  $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$

Leite die einzelnen Summanden der  $e$ -Reihe ab. Was stellst du fest?