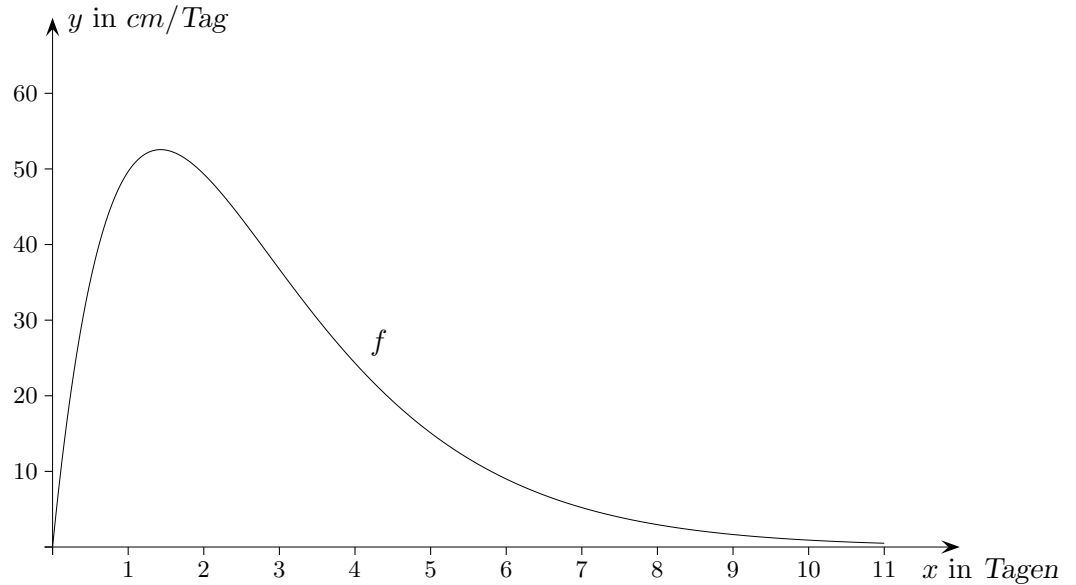


---

Die Lösungswege müssen nachvollziehbar dokumentiert werden.

1. In einen Teich werden 200 Fische ausgesetzt, die sich dort exponentiell gemäß  $f(x) = a \cdot e^{kx}$  vermehren. Nach 4 Jahren zählt man in dem Teich 500 Fische. Allerdings breitet sich nach 4 Jahren in dem Teich sehr rasch eine Fischkrankheit aus, welche die Wachstumskonstante  $k$  sofort auf  $-0,1500$  absenkt.
  - a) Bestimme die Konstante  $k$  der ersten 4 Jahre auf 4 Dezimalen.  
Wieviel Prozent beträgt in dieser Zeit das jährliche Wachstum?
  - b) Wann beträgt der Fischbestand wieder 200 Fische?
  
2. Bilde die 1. Ableitung:  $f(x) = (k - x) \cdot e^{k-x}$   
*Vereinfache das Ergebnis, klammere im Ergebnis den e-Term aus.*
  
3. Löse die Gleichungen exakt nach  $x$ :
  - a)  $e^{-kx} - 1 = 5$
  - b)  $xe^{kx} = ex$
  
4. Stelle die Formel  $C = 1 - \frac{1-C}{A-1}$  nach  $A$  um.  
*Ergebnis vereinfachen, die rechte Seite darf kein  $A$  und keinen Doppelbruch enthalten.*
  
5. Gegeben ist die Funktionenschar  $f_a(x) = xe^{x+a}$ ,  $a > 0$ .
  - a) Für welches  $a$  verläuft der Graph von  $f_a$  durch den Punkt  $P(-2 | -2)$ ?
  - b) Untersuche, ob jede Funktion der Schar einen Graphen mit einem Minimum hat.
  
6. Gegeben ist eine Funktion des beschränkten Wachstums  $f(x) = 25 - ae^{-kx}$ ,  $x \geq 0$ .  
Im Punkt  $A(0 | 15)$  beträgt die Tangentensteigung  $m = \frac{1}{2}$ . Bestimme  $a$  und  $k$ .
  
7. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = e^{2x}$ .  
Bestimme die Gleichung (Aufg. ohne GTR, kein Probieren)
  - a) der Tangente im Punkt  $P(\ln 2 | ?)$ , *Ergebnis vereinfachen*
  - b) der Tangente, die durch den Ursprung verläuft.

8. Die Funktion  $f(x) = 100xe^{-0,7x}$  beschreibt modellhaft die Wachstumsgeschwindigkeit einer Bambuspflanze. Dabei wird  $x$  in Tagen und  $f(x)$  in Zentimeter pro Tag angegeben. Zu Beginn ist die Pflanze 1 cm groß.



- Bestimme den Zeitpunkt mit der größten Wachstumsgeschwindigkeit (Ergebnis nur in dieser Teilaufgabe in Tagen und Stunden).
- Ermittle die Höhe der Pflanze nach 7 Tagen.
- Ermittle den Zeitpunkt, an dem die maximale Wachstumsgeschwindigkeit auf 10% abgesunken ist.
- Ermittle die beiden Zeitpunkte, für die in einem Abstand von 3 Tagen die Wachstumsgeschwindigkeit gleich ist.
- Die Modellierung wird für die Zeit ab 7 Tagen geändert. Nach 7 Tagen soll die Änderungsrate der Wachstumsgeschwindigkeit konstant bleiben. Ermittle den Zeitpunkt, ab dem die Pflanze nicht mehr wachsen würde.

Die Lösungswege müssen nachvollziehbar dokumentiert werden.

1. In einen Teich werden 200 Fische ausgesetzt, die sich dort exponentiell gemäß  $f(x) = a \cdot e^{kx}$  vermehren. Nach 4 Jahren zählt man in dem Teich 500 Fische. Allerdings breitet sich nach 4 Jahren in dem Teich sehr rasch eine Fischkrankheit aus, welche die Wachstumskonstante  $k$  sofort auf  $-0,1500$  absenkt.
- a) Bestimme die Konstante  $k$  der ersten 4 Jahre auf 4 Dezimalen. 0,2291  
 Wieviel Prozent beträgt in dieser Zeit das jährliche Wachstum? 25,7%
- b) Wann beträgt der Fischbestand wieder 200 Fische? 10,1

2. Bilde die 1. Ableitung:  $f(x) = (k - x) \cdot e^{k-x}$   $f'(x) = (x - k - 1) \cdot e^{k-x}$   
 Vereinfache das Ergebnis, klammere im Ergebnis den  $e$ -Term aus.

3. Löse die Gleichungen exakt nach  $x$ :

a)  $e^{-kx} - 1 = 5$                       b)  $xe^{kx} = ex$                       a)  $x = -1/k \ln 6$       b)  $x_1 = 0, x_2 = 1/k$

4. Stelle die Formel  $C = 1 - \frac{1-C}{A-1}$  nach  $A$  um.

Ergebnis vereinfachen, die rechte Seite darf kein  $A$  und keinen Doppelbruch enthalten.  $A = 2$

5. Gegeben ist die Funktionenschar  $f_a(x) = xe^{x+a}$ ,  $a > 0$ .

- a) Für welches  $a$  verläuft der Graph von  $f_a$  durch den Punkt  $P(-2 | -2)$ ?  $a = 2$   
 b) Untersuche, ob jede Funktion der Schar einen Graphen mit einem Minimum hat.

$$f'_a(x) = (1+x)e^{x+a}, \quad x = -1, \quad f''_a(x) = (2+x)e^{x+a}, \quad f''_a(-1) = e^{-1+a} > 0$$

6. Gegeben ist eine Funktion des beschränkten Wachstums  $f(x) = 25 - ae^{-kx}$ ,  $x \geq 0$ .

Im Punkt  $A(0 | 15)$  beträgt die Tangentensteigung  $m = \frac{1}{2}$ . Bestimme  $a$  und  $k$ .  $a = 10, k = 1/20$

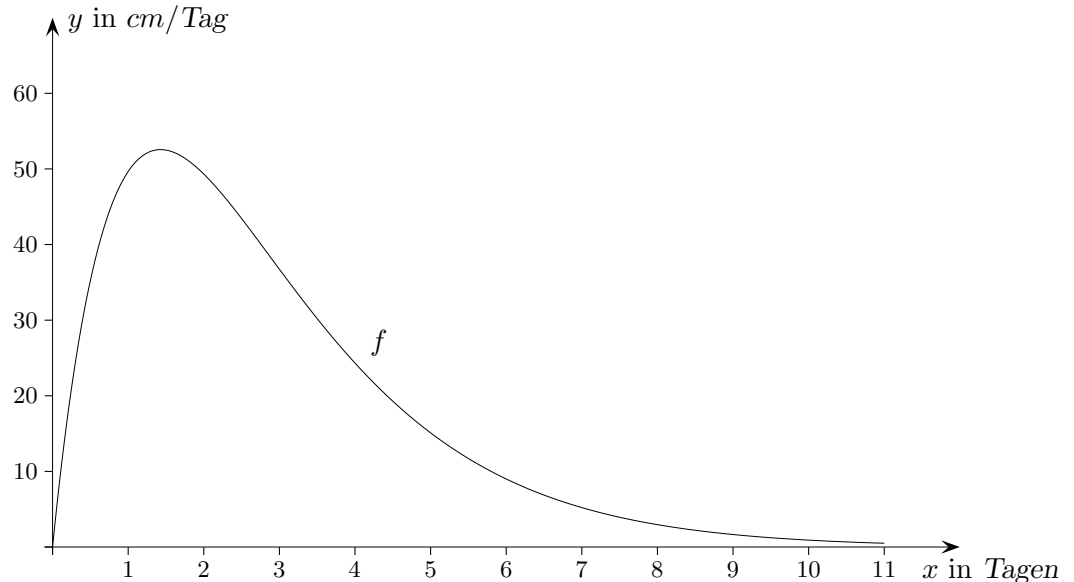
7. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = e^{2x}$ .

Bestimme die Gleichung (Aufg. ohne GTR, kein Probieren)

- a) der Tangente im Punkt  $P(\ln 2 | ?)$ , *Ergebnis vereinfachen*  $y = 8x - 8 \ln 2 + 4$   
 b) der Tangente, die durch den Ursprung verläuft.

in die Tangentengleichung  $y = 2e^{2x_0}(x - x_0) + e^{2x_0}$   $(0|0)$  einsetzen  
 $0 = 2e^{2x_0}(0 - x_0) + e^{2x_0} \implies x_0 = 0,5$   
 $y = 2ex$

8. Die Funktion  $f(x) = 100xe^{-0,7x}$  beschreibt modellhaft die Wachstumsgeschwindigkeit einer Bambuspflanze. Dabei wird  $x$  in Tagen und  $f(x)$  in Zentimeter pro Tag angegeben. Zu Beginn ist die Pflanze 1 cm groß.



- a) Bestimme den Zeitpunkt mit der größten Wachstumsgeschwindigkeit (Ergebnis nur in dieser Teilaufgabe in Tagen und Stunden).  $10/7 = 1,4286$ ; 1 Tag 10,3 Stunden
- b) Ermittle die Höhe der Pflanze nach 7 Tagen. 196,12 cm
- c) Ermittle den Zeitpunkt, an dem die maximale Wachstumsgeschwindigkeit auf 10% abgesunken ist. 6,985
- d) Ermittle die beiden Zeitpunkte, für die in einem Abstand von 3 Tagen die Wachstumsgeschwindigkeit gleich ist.  $f(x) = f(x + 3)$ ,  $x_1 = 0,419$ ,  $x_2 = x_1 + 3 = 3,419$
- e) Die Modellierung wird für die Zeit ab 7 Tagen geändert. Nach 7 Tagen soll die Änderungsrate der Wachstumsgeschwindigkeit konstant bleiben. Ermittle den Zeitpunkt, ab dem die Pflanze nicht mehr wachsen würde.
- $$y = -2,904x + 25,542$$
- $$\text{Nullstelle } x_N = 8,79$$