Jg 11 Nr. 2 Name:

Die Lösungswege müssen nachvollziehbar dokumentiert werden.

1. In einen Teich werden 200 Fische ausgesetzt, die sich dort exponentiell gemäß $f(x) = a \cdot e^{kx}$ vermehren. Nach 4 Jahren zählt man in dem Teich 500 Fische. Allerdings breitet sich nach 4 Jahren in dem Teich sehr rasch eine Fischkrankheit aus, welche die Wachstumskonstante k sofort auf $-0{,}1500$ absenkt.

   a) Bestimme die Konstante k der ersten 4 Jahre auf 4 Dezimalen.
   Wieviel Prozent beträgt in dieser Zeit das jährliche Wachstum?

   b) Wann beträgt der Fischbestand wieder 200 Fische?

2. Bilde die 1. Ableitung: $f(x) = (k - x) \cdot e^{k-x}$
   Vereinfache das Ergebnis, klammere im Ergebnis den e-Term aus.

3. Löse die Gleichungen exakt nach x:

   a) $e^{-kx} - 1 = 5$ b) $xe^{kx} = ex$

4. Stelle die Formel $C = 1 - \dfrac{1-C}{A-1}$ nach A um.
   Ergebnis vereinfachen, die rechte Seite darf kein A und keinen Doppelbruch enthalten.

5. Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = xe^{x+a}$, $a > 0$.

   a) Für welches a verläuft der Graph von f_a durch den Punkt $P(-2 \mid -2)$?

   b) Untersuche, ob jede Funktion der Schar einen Graphen mit einem Minimum hat.

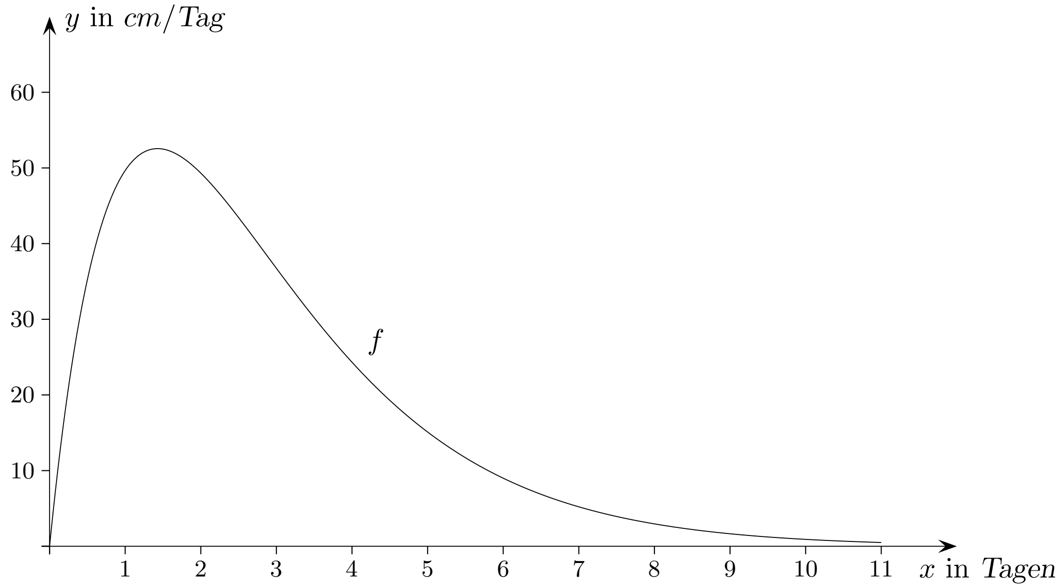
6. Gegeben ist eine Funktion des beschränkten Wachstums $f(x) = 25 - a\,e^{-kx}$, $x \geq 0$.
   Im Punkt $A(0 \mid 15)$ beträgt die Tangentensteigung $m = \dfrac{1}{2}$. Bestimme a und k.

7. Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{2x}$.
   Bestimme die Gleichung (Aufg. ohne GTR, kein Probieren)

   a) der Tangente im Punkt $P(\ln 2 \mid ?)$, *Ergebnis vereinfachen*

   b) der Tangente, die durch den Ursprung verläuft.

8. Die Funktion $f(x) = 100xe^{-0,7x}$ beschreibt modellhaft die Wachstumsgeschwindigkeit einer Bambuspflanze. Dabei wird x in Tagen und $f(x)$ in Zentimeter pro Tag angegeben. Zu Beginn ist die Pflanze $1\,cm$ groß.



a) Bestimme den Zeitpunkt mit der größten Wachstumsgeschwindigkeit (Ergebnis nur in dieser Teilaufgabe in Tagen und Stunden).

b) Ermittle die Höhe der Pflanze nach 7 Tagen.

c) Ermittle den Zeitpunkt, an dem die maximale Wachstumsgeschwindigkeit auf 10 % abgesunken ist.

d) Ermittle die beiden Zeitpunkte, für die in einem Abstand von 3 Tagen die Wachstumsgeschwindigkeit gleich ist.

e) Die Modellierung wird für die Zeit ab 7 Tagen geändert.
Nach 7 Tagen soll die Änderungsrate der Wachstumsgeschwindigkeit konstant bleiben.
Ermittle den Zeitpunkt, ab dem die Pflanze nicht mehr wachsen würde.

Jg 11 Nr. 2 Name:

Die Lösungswege müssen nachvollziehbar dokumentiert werden.

1. In einen Teich werden 200 Fische ausgesetzt, die sich dort exponentiell gemäß $f(x) = a \cdot e^{kx}$ vermehren. Nach 4 Jahren zählt man in dem Teich 500 Fische. Allerdings breitet sich nach 4 Jahren in dem Teich sehr rasch eine Fischkrankheit aus, welche die Wachstumskonstante k sofort auf $-0{,}1500$ absenkt.

   a) Bestimme die Konstante k der ersten 4 Jahre auf 4 Dezimalen. 0,2291
   Wieviel Prozent beträgt in dieser Zeit das jährliche Wachstum? 25,7 %

   b) Wann beträgt der Fischbestand wieder 200 Fische? 10,1

2. Bilde die 1. Ableitung: $f(x) = (k - x) \cdot e^{k-x}$ $f'(x) = (x - k - 1) \cdot e^{k-x}$
   Vereinfache das Ergebnis, klammere im Ergebnis den e-Term aus.

3. Löse die Gleichungen exakt nach x:

   a) $e^{-kx} - 1 = 5$ b) $xe^{kx} = ex$ a) $x = -1/k \ln 6$ b) $x_1 = 0,\ x_2 = 1/k$

4. Stelle die Formel $C = 1 - \dfrac{1 - C}{A - 1}$ nach A um.
   Ergebnis vereinfachen, die rechte Seite darf kein A und keinen Doppelbruch enthalten. $A = 2$

5. Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = xe^{x+a}$, $a > 0$.

   a) Für welches a verläuft der Graph von f_a durch den Punkt $P(-2 \mid -2)$? $a = 2$

   b) Untersuche, ob jede Funktion der Schar einen Graphen mit einem Minimum hat.

   $$f_a'(x) = (1 + x)e^{x+a},\ x = -1,\ f_a''(x) = (2 + x)e^{x+a},\ f_a''(-1) = e^{-1+a} > 0$$

6. Gegeben ist eine Funktion des beschränkten Wachstums $f(x) = 25 - a\,e^{-kx}$, $x \geq 0$.
   Im Punkt $A(0 \mid 15)$ beträgt die Tangentensteigung $m = \dfrac{1}{2}$. Bestimme a und k. $a = 10,\ k = 1/20$

7. Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{2x}$.
   Bestimme die Gleichung (Aufg. ohne GTR, kein Probieren)

   a) der Tangente im Punkt $P(\ln 2 \mid ?)$, *Ergebnis vereinfachen* $y = 8x - 8 \ln 2 + 4$

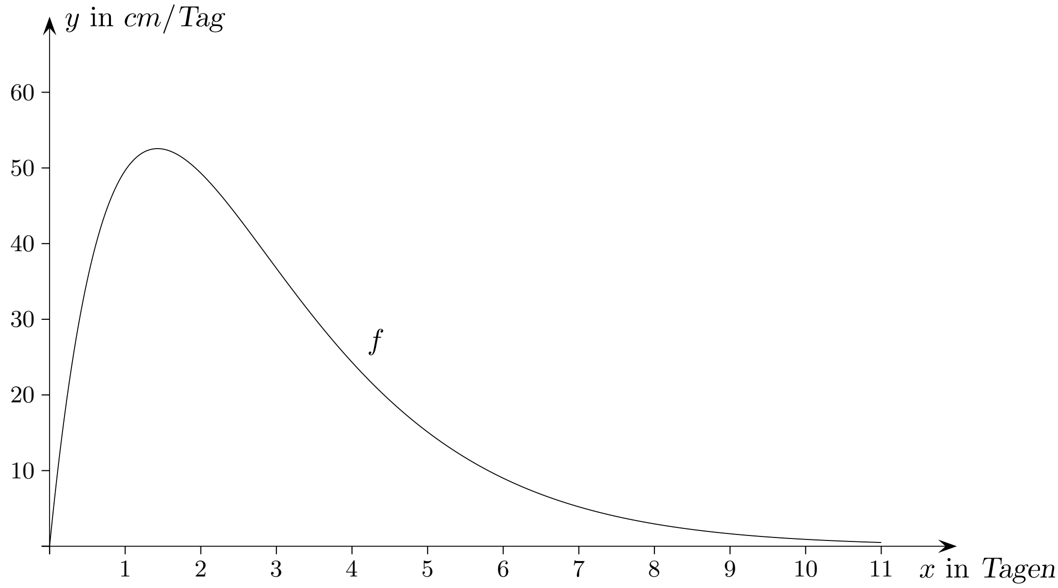
   b) der Tangente, die durch den Ursprung verläuft.

   in die Tangentengleichung $y = 2e^{2x_0}(x - x_0) + e^{2x_0}$ $(0|0)$ einsetzen

   $0 = 2e^{2x_0}(0 - x_0) + e^{2x_0} \implies x_0 = 0{,}5$

   $y = 2ex$

8. Die Funktion $f(x) = 100xe^{-0,7x}$ beschreibt modellhaft die Wachstumsgeschwindigkeit einer Bambuspflanze. Dabei wird x in Tagen und $f(x)$ in Zentimeter pro Tag angegeben. Zu Beginn ist die Pflanze $1\,cm$ groß.



a) Bestimme den Zeitpunkt mit der größten Wachstumsgeschwindigkeit (Ergebnis nur in dieser Teilaufgabe in Tagen und Stunden). 10/7= 1,4286; 1 Tag 10,3 Stunden

b) Ermittle die Höhe der Pflanze nach 7 Tagen. 196,12 cm

c) Ermittle den Zeitpunkt, an dem die maximale Wachstumsgeschwindigkeit auf 10 % abgesunken ist. 6,985

d) Ermittle die beiden Zeitpunkte, für die in einem Abstand von 3 Tagen die Wachstumsgeschwindigkeit gleich ist. $f(x) = f(x+3)$, $x_1 = 0{,}419$, $x_2 = x_1 + 3 = 3{,}419$

e) Die Modellierung wird für die Zeit ab 7 Tagen geändert.
Nach 7 Tagen soll die Änderungsrate der Wachstumsgeschwindigkeit konstant bleiben.
Ermittle den Zeitpunkt, ab dem die Pflanze nicht mehr wachsen würde.

$y = -2{,}904x + 25{,}542$

Nullstelle $x_N = 8{,}79$