

## Aufgaben 1    Analysis und Vektorrechnung

1. Eine Funktion  $f_k$  ist gegeben durch  $f_k(x) = x - \frac{k}{x^2}$ ,  $x \neq 0$ .
  - a) Untersuchen Sie für  $k > 0$  die Graphen von  $f_k$  auf Symmetrie, Nullstellen und Extrema.
  - b) Skizzieren Sie den Graphen von  $f_1$ .
  - c) Wie lautet das unbestimmte Integral von  $f_k$  ?
  
2. Gegeben sind die Punkte  $A(-1|-4|2)$ ,  $B(-2|1|-3)$  und  $C(1|-4|-4)$ .
  - a) Bestimmen Sie eine Normalenform der Ebene  $E$ , die durch  $A$ ,  $B$  und  $C$  geht.
  - b) Gegeben ist die Gerade  $g$ :  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$   
Für welches  $a$  verläuft die Gerade  $g$  senkrecht zur Ebene  $E$ , und für welches  $a$  parallel zur Ebene  $E$ ?
  
3. Für jedes  $k > 0$  ist eine Funktion  $f_k$  gegeben durch  $f_k(x) = kx^4 - k^2 x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
  - a) Untersuchen Sie die Graphen von  $f_k$  auf Symmetrie, Nullstellen und Extrema.
  - b) Zeichnen Sie die Graphen von  $f_1$  und  $f_{\frac{1}{2}}$  in dasselbe Koordinatensystem.

*Lösungen:*

1. a) keine Symmetrie,  $N(\sqrt[3]{k}|0)$ ,  $f'_k(x) = \frac{x^3 + 2k}{x^3}$ ,  $f''_k(x) = -\frac{6k}{x^4}$ ,  $Max(-\sqrt[3]{2k} | -\frac{3}{2}\sqrt[3]{2k})$ 
  - b)  $k=1$ :  $N(1|0)$ ,  $Max(-1, 3 | -1, 9)$
  - c)  $\int (x - \frac{k}{x^2}) dx = \frac{1}{2}x^2 + \frac{k}{x} + C$
  
2. a)  $E: \begin{pmatrix} -15 \\ -8 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} - 37 = 0$     Achte auf die Schreibweise:  $\vec{OA}$ ,  $\vec{AB}$  usw.
  - b) senkrecht für:  $a = \frac{8}{5}$ , parallel für  $a = -\frac{50}{8}$
  
3. a) Graph achsensymmetrisch, da nur gerade Exponenten, es gilt:  $f(x) = f(-x)$   
 $N(0|0)$ ,  $N_{2/3}(\pm\sqrt{k}|0)$ ,  $Max(0|0)$ ,  $Min_{1/2}(\pm\frac{1}{2}\sqrt{2k} | -\frac{1}{4}k^3)$ 
  - b)  $k=1$ :  $N_1(0|0)$ ,  $N_{2/3}(\pm 1|0)$ ,  $Max(0|0)$ ,  $Min_{1/2}(\pm 0, 7 | -0, 25)$   
 $k=\frac{1}{2}$ :  $N_1(0|0)$ ,  $N_{2/3}(\pm 0, 71|0)$ ,  $Max(0|0)$ ,  $Min_{1/2}(\pm 0, 5 | -0, 031)$