

Aufgaben 1 Analysis und Vektorrechnung

1. Eine Funktion f_k ist gegeben durch $f_k(x) = x - \frac{k}{x^2}$, $x \neq 0$.
 - a) Untersuchen Sie für $k > 0$ die Graphen von f_k auf Symmetrie, Nullstellen und Extrema.
 - b) Skizzieren Sie den Graphen von f_1 .
 - c) Wie lautet das unbestimmte Integral von f_k ?

2. Gegeben sind die Punkte $A(-1 | -4 | 2)$, $B(-2 | 1 | -3)$ und $C(1 | -4 | -4)$.
 - a) Bestimmen Sie eine Normalenform der Ebene E , die durch A , B und C geht.
 - b) Gegeben ist die Gerade g : $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$
Für welches a verläuft die Gerade g senkrecht zur Ebene E , und für welches a parallel zur Ebene E ?

3. Für jedes $k > 0$ ist eine Funktion f_k gegeben durch $f_k(x) = kx^4 - k^2 x^2$, $x \in \mathbb{R}$.
 - a) Untersuchen Sie die Graphen von f_k auf Symmetrie, Nullstellen und Extrema.
 - b) Zeichnen Sie die Graphen von f_1 und $f_{\frac{1}{2}}$ in dasselbe Koordinatensystem.

Lösungen:

1. a) keine Symmetrie, $N(\sqrt[3]{k} | 0)$, $f'_k(x) = \frac{x^3 + 2k}{x^3}$, $f''_k(x) = -\frac{6k}{x^4}$, $Max(-\sqrt[3]{2k} | -\frac{3}{2}\sqrt[3]{2k})$
 - b) $k=1$: $N(1 | 0)$, $Max(-1, 3 | -1, 9)$
 - c) $\int (x - \frac{k}{x^2}) dx = \frac{1}{2}x^2 + \frac{k}{x} + C$

2. a) $E: \begin{pmatrix} -15 \\ -8 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} - 37 = 0$ Achte auf die Schreibweise: \vec{OA} , \vec{AB} usw.
 - b) senkrecht für: $a = \frac{8}{5}$, parallel für $a = -\frac{50}{8}$

3. a) Graph achsensymmetrisch, da nur gerade Exponenten, es gilt: $f(x) = f(-x)$
 $N(0 | 0)$, $N_{2/3}(\pm\sqrt{k} | 0)$, $Max(0 | 0)$, $Min_{1/2}(\pm\frac{1}{2}\sqrt{2k} | -\frac{1}{4}k^3)$
 - b) $k=1$: $N_1(0 | 0)$, $N_{2/3}(\pm 1 | 0)$, $Max(0 | 0)$, $Min_{1/2}(\pm 0, 7 | -0, 25)$
 $k=\frac{1}{2}$: $N_1(0 | 0)$, $N_{2/3}(\pm 0, 71 | 0)$, $Max(0 | 0)$, $Min_{1/2}(\pm 0, 5 | -0, 031)$