

Aufgaben 2 Analysis und Vektorrechnung

1. Das Höhenwachstum (in m) einer Pflanze ist gegeben durch $f(x) = 0,2 e^{0,5x}$.

Wie lange dauert es (x Zeit in Jahren), bis die Pflanze 4 m hoch ist?

2. Eine Funktion f ist gegeben durch $f(x) = \frac{4x + 4}{e^{1-x}}$.

a) Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f auf Nullstellen, Extrema, Asymptote und Wendepunkte. (Für den Wendepunkt genügt die notwendige Bedingung.)

(Zwischenergebnis: $f'(x) = \frac{8 + 4x}{e^{1-x}}$)

b) Skizzieren Sie die Graphen von f und f' .

3. Eine Funktion f ist gegeben durch $f(x) = \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$.

a) Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f auf Nullstellen, Extrema, Asymptote und Wendepunkte. (Für den Wendepunkt genügt die notwendige Bedingung.)

(Zwischenergebnis: $f'(x) = \frac{-e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$)

b) Skizzieren Sie die Graphen von f und f' .

4. Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ und der Punkt $A(2 | 1 | 1)$.

a) Wie lautet die Hessesche Normalenform der Ebene E , in der die Gerade g und der Punkt A liegen?

b) Welchen Abstand hat die Ebene E zum Ursprung?

Lösungen:

1. $x = 5,99$

2. a) $f''(x) = \frac{12 + 4x}{e^{1-x}}$, $N(-1 | 0)$, $Min(-2 | \frac{4}{e^3})$, Asymptote: $y = 0$, $W(-3 | \frac{-8}{e^4})$,

b) $Min(-2 | -0,2)$, $W(-3 | -0,15)$,

3. a) $f''(x) = \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{(1 + e^{-x})^3}$, keine Nullstellen, keine Extrema, $W(0 | \frac{1}{2})$,
Asymptoten: $y = 0$ und $y = 1$

4. a) $E: \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} - 3 = 0$

b) $d = \sqrt{\frac{3}{11}} = 0,52$