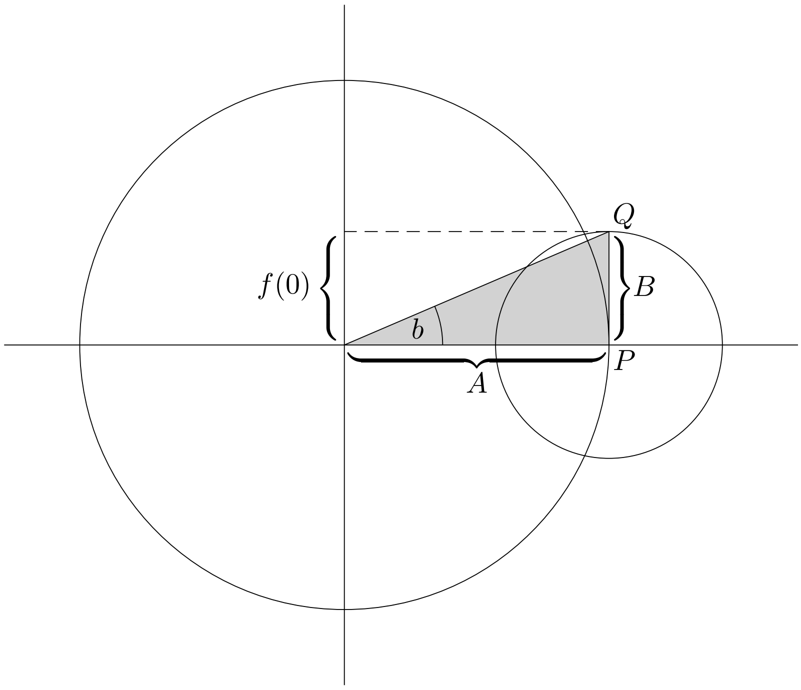
$$f(x) = A\sin x + B\cos x$$

Erläutere, dass f zu $f(x) = a\sin(x+b)$ zusammengefasst werden kann, wobei gilt:

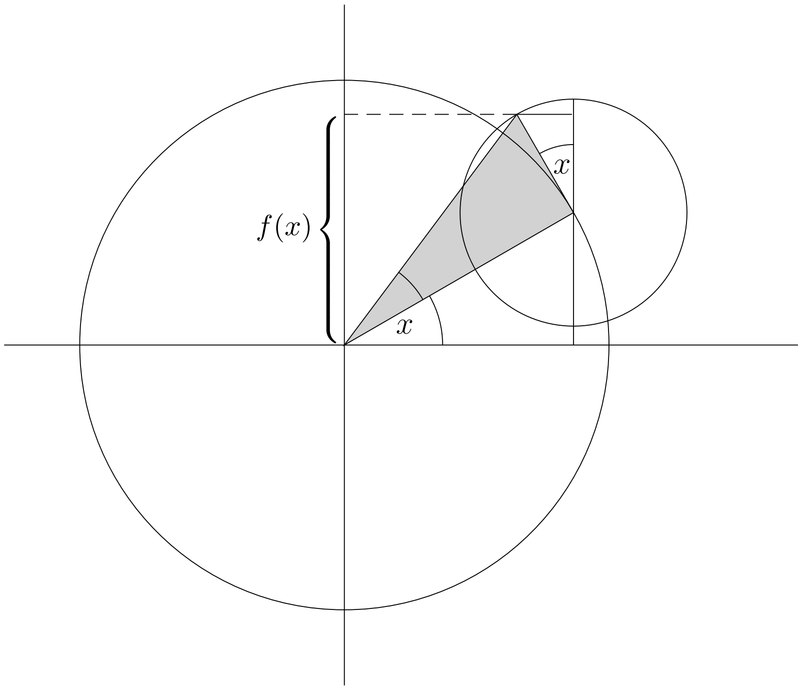
$$a = \sqrt{A^2+B^2}$$

$$\cos b = \frac{A}{a}$$

$$\sin b = \frac{B}{a}$$



Beachte, dass das hervorgehobene Dreieck starr bleibt und
die Schenkel der mit x bezeichneten Winkel senkrecht aufeinander stehen.



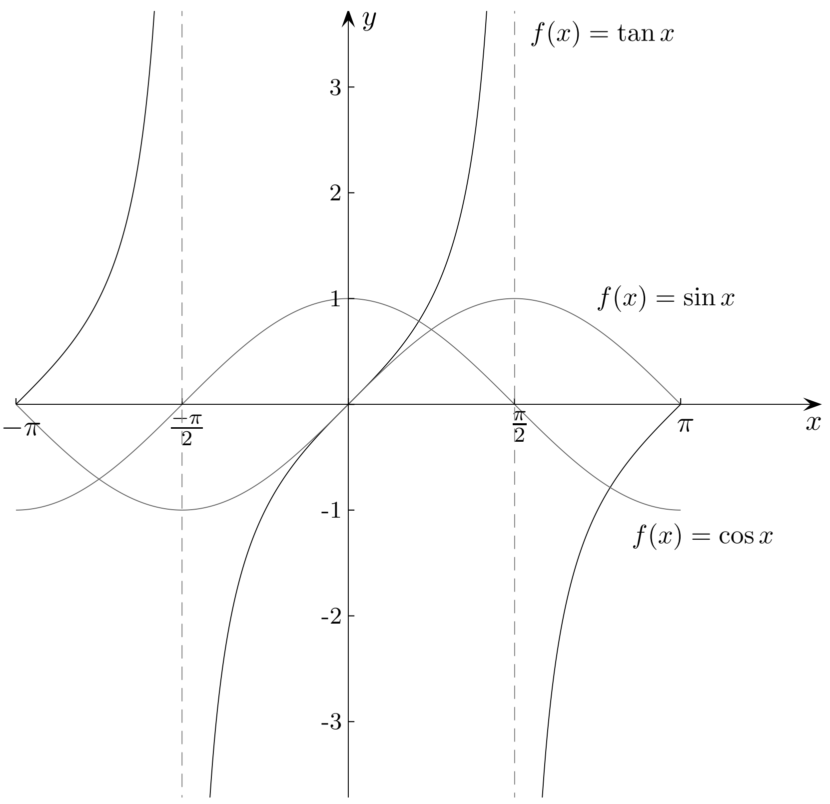
$$A \sin x + B \cos x = a \sin(x + b)$$

$$a = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\cos b = \frac{A}{a}$$

$$\sin b = \frac{B}{a}$$

Um dieses Ergebnis auf einem zweiten Weg zu erhalten, löse man die Klammer nach dem Additionstheorem auf und vergleiche die Koeffizienten.
Für die Herleitung von a beachte $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.



Bringe die Funktionen auf die Form $f(x) = a \sin(x + b)$.

a) $f(x) = -\sin x + 2 \cos x$

b) $f(x) = -3 \sin x - \cos x$

Bringe die Funktionen auf die Form $f(x) = a\sin(x + b)$.

a) $f(x) = -\sin x + 2\cos x$

b) $f(x) = -3\sin x - \cos x$

Ergebnisse

a) $f(x) = \sqrt{5}\sin(x + 2{,}034)$

b) $f(x) = \sqrt{10}\sin(x - 2{,}820)$

$b = \arctan(\frac{B}{A})$ eventuell $\pm\,\pi$

b ist so zu wählen, dass die Vorzeichen von A und $\cos(b)$ bzw. B und $\sin(b)$ übereinstimmen. Dies ist auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$ auf eindeutige Weise möglich.