Merkhilfe Grundwissen

1. Umkreis eines Dreiecks
   Inkreis

2. gleichschenkliges Dreieck
   gleichseitiges Dreieck
   Parallelogramm
   Trapez
   Raute
   Drachenviereck

3. $x^2 + px + q = 0$ pq-Formel $x_{1/2} = ?$

4. Zinseszinsformel $K_n = ?$

5. Kreisumfang $U = ?$
   -fläche $A = ?$
   Kugelvolumen $V_{\text{Kugel}} = ?$
   -oberfläche $O_{\text{Kugel}} = ?$

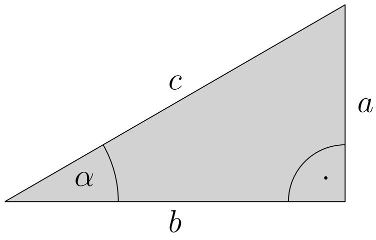
6. Prisma $V_{\text{Prisma}} = ?$
   Pyramide $V_{\text{Pyramide}} = ?$
   Zylinder $V_{\text{Zylinder}} = ?$
   Kegel $V_{\text{Kegel}} = ?$

7. Satz vom Nullprodukt

8. $\sin\alpha = ?$

$\cos\alpha = ?$

$\tan\alpha = ?$



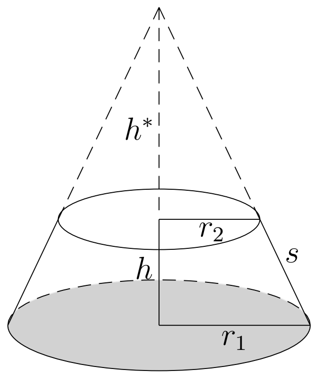
9. Winkel-/Bogenmaß

10. Gleichungssystem, Additionsverfahren

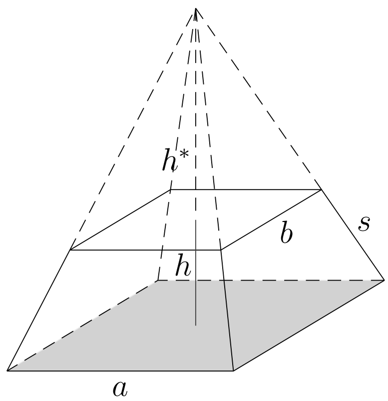
11. Pythagoras
Umkehrung

12. Eigenschaften der zentrischen Streckung

13. Höhe des Ergänzungskegels $h^* = ?$



14. Höhe der Ergänzungspyramide $h^* = ?$



15. Geradengleichung, $A(x_1 \mid y_1)$ und $B(x_2 \mid y_2)$ gegeben
GTR

16. Gleichung einer Parabel
    a) achsensymmetrisch
    b) Nullstellen x_1, x_2 gegeben
    c) GTR, $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$, $C(x_3 \mid y_3)$ gegeben

17. Umkehrfunktion

Ende der Merkhilfe Grundwissen

zum Anfang

zur Merkhilfe

Differenzialrechnung

Integralrechnung

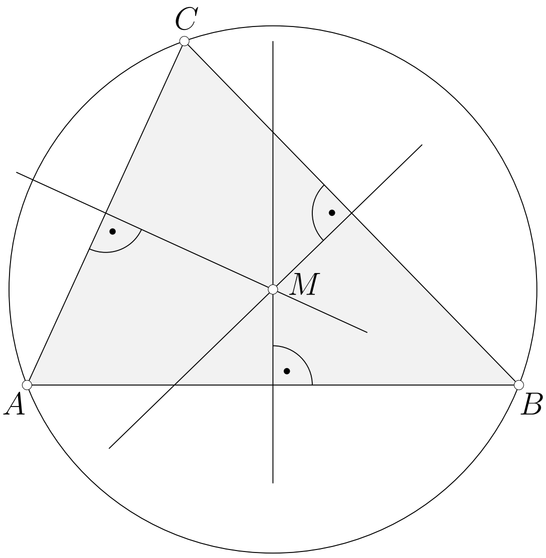
Vektorrechnung

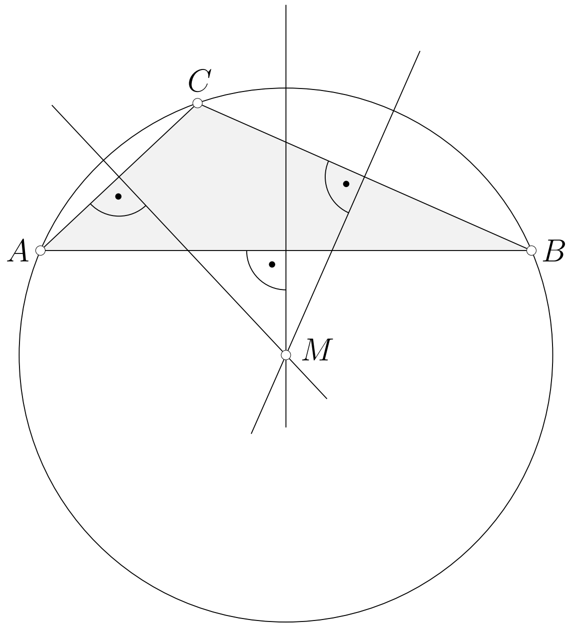
Stochastik

Homepage

Umkreis eines Dreiecks

Inkreis



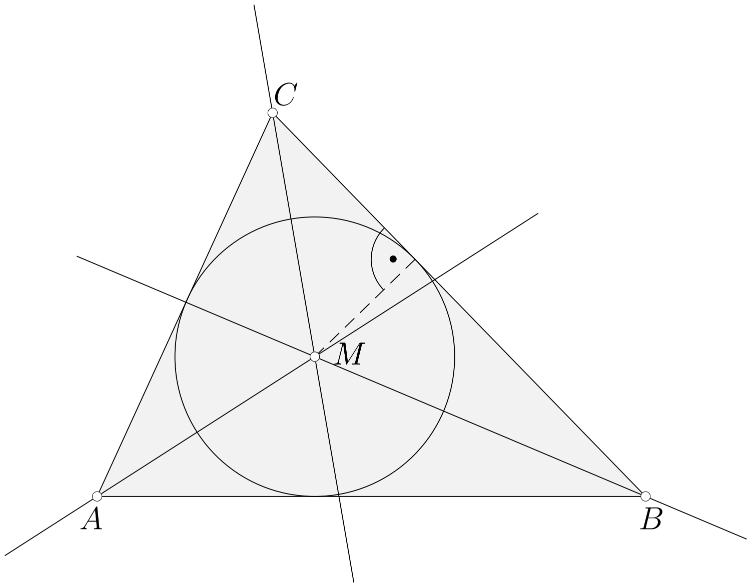


Der Mittelpunkt des Umkreises ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.
Bei einem rechtwinkligen Dreieck liegt M auf der Hypotenuse.

⟵

Umkreis eines Dreiecks

Inkreis



Der Mittelpunkt des Inkreises ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden.

$\longleftarrow$

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

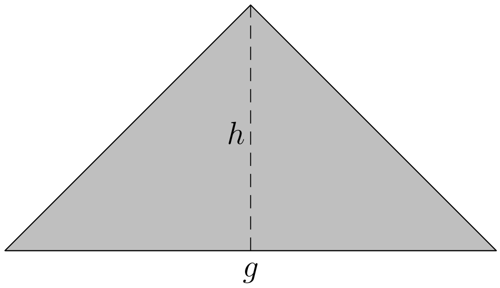
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Mindestens zwei Seiten sind gleich lang.



⟵

$$A = \frac{1}{2}\, g \cdot h$$

gleichschenkliges Dreieck

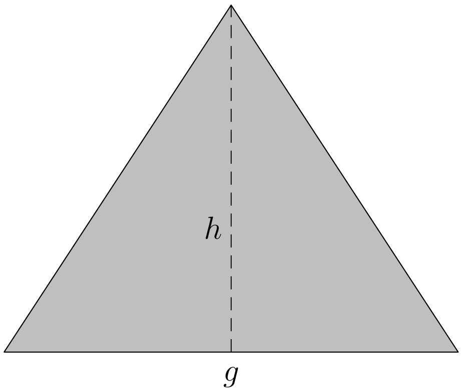
gleichseitiges Dreieck — Alle drei Seiten sind gleich lang.

Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck



⟵

$A = \frac{1}{2}\, g \cdot h$

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

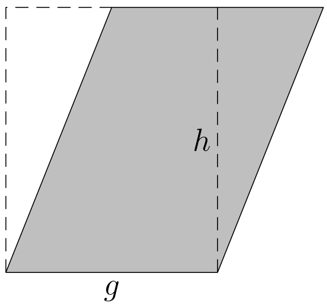
Parallelogramm

Gegenüberliegende Seiten sind jeweils parallel.

Trapez

Raute

Drachenviereck



$A = g \cdot h$

←

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

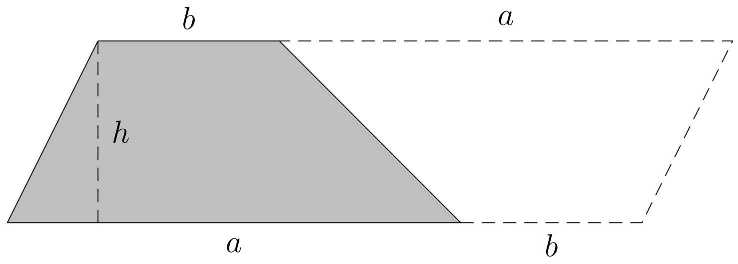
Parallelogramm

Trapez

Mindestens zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel.

Raute

Drachenviereck



⟵

$$A = \frac{(a+b)\cdot h}{2} = \frac{a+b}{2}\cdot h$$

gleichschenkliges Dreieck

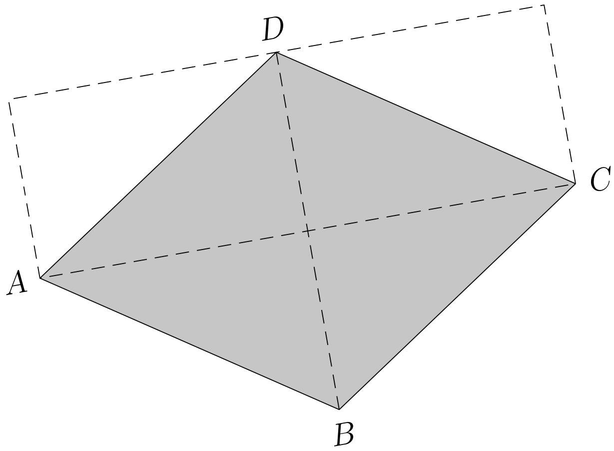
gleichseitiges Dreieck

Parallelogramm

Trapez

Raute | Alle vier Seiten sind gleich lang.

Drachenviereck



$$A_{\text{Raute}} = \frac{1}{2}\ \overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

⟵

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

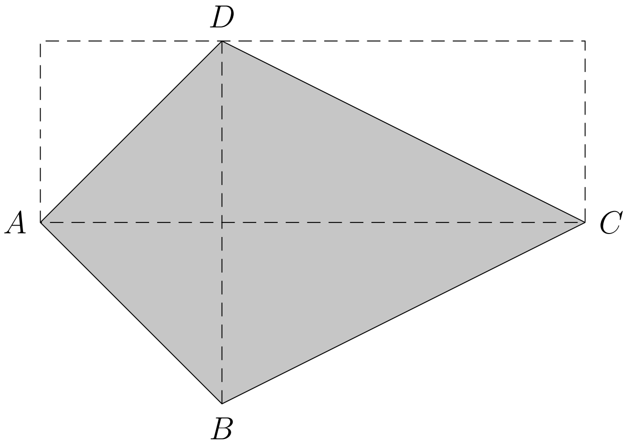
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Mindestens eine Diagonale ist Symmetrieachse.



$$A_{\text{Drachenviereck}} = \frac{1}{2}\,\overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

⟵

$x^2 + px + q = 0$ pq-Formel $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

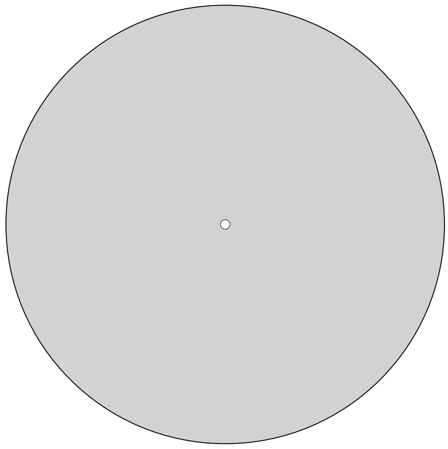
$\longleftarrow$

Zinseszinsformel $\qquad K_n = K_0 \cdot q^n$

Aufzinsungsfaktor $q = 1 + \frac{p}{100}$

$\longleftarrow$

Kreisumfang	U	$=$	$2\pi r$
-fläche	A	$=$	?
Kugelvolumen	V_{Kugel}	$=$	?
-oberfläche	O_{Kugel}	$=$	?



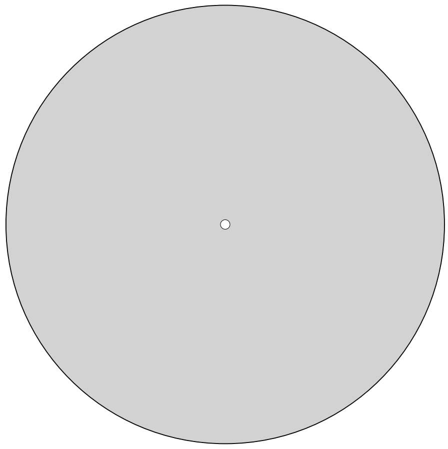
$\longleftarrow$

Kreisumfang $\quad U = ?$

-fläche $\quad A = \pi r^2$

Kugelvolumen $\quad V_{\text{Kugel}} = ?$

-oberfläche $\quad O_{\text{Kugel}} = ?$



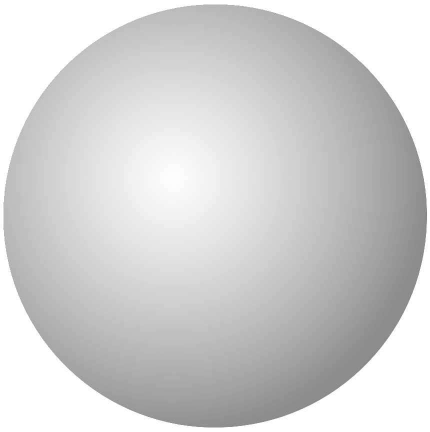
$\longleftarrow$

Kreisumfang $\quad U = ?$

-fläche $\quad A = ?$

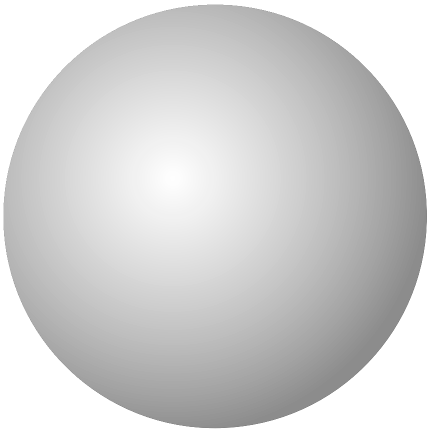
Kugelvolumen $\quad V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi r^3$

-oberfläche $\quad O_{\text{Kugel}} = ?$



$\longleftarrow$

Kreisumfang	U	$= ?$
-fläche	A	$= ?$
Kugelvolumen	V_{Kugel}	$= ?$
-oberfläche	O_{Kugel}	$= 4\pi r^2$



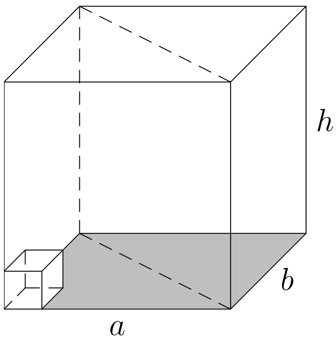
$\longleftarrow$

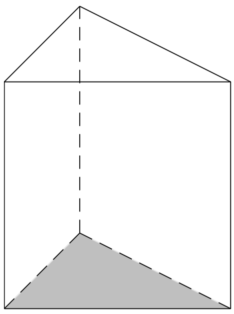
Prisma $\quad V_{\text{Prisma}} = G \cdot h$

Pyramide $\quad V_{\text{Pyramide}} = ?$

Zylinder $\quad V_{\text{Zylinder}} = ?$

Kegel $\quad V_{\text{Kegel}} = ?$





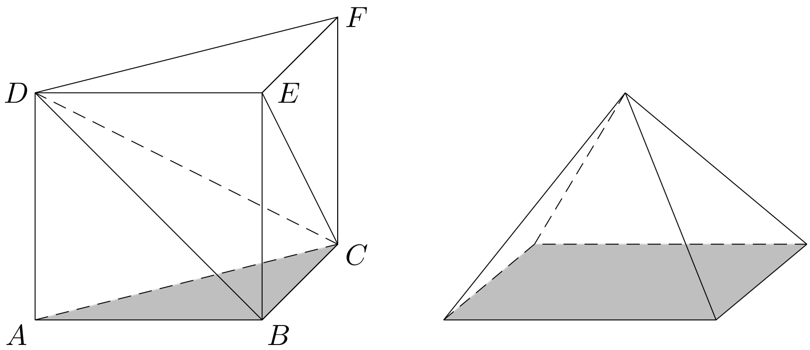
⟵

Prisma $\qquad V_{\text{Prisma}} = ?$

Pyramide $\qquad V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

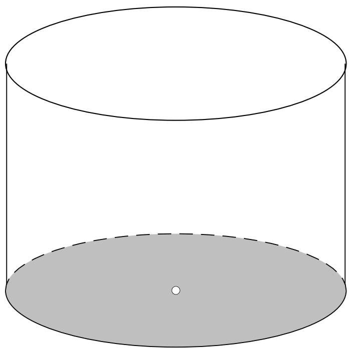
Zylinder $\qquad V_{\text{Zylinder}} = ?$

Kegel $\qquad V_{\text{Kegel}} = ?$



$\longleftarrow$

Prisma	$V_{\text{Prisma}} = ?$
Pyramide	$V_{\text{Pyramide}} = ?$
Zylinder	$V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 \cdot h$
Mantelfläche	$M_{\text{Zylinder}} = ?$
Kegel	$V_{\text{Kegel}} = ?$



$\longleftarrow$

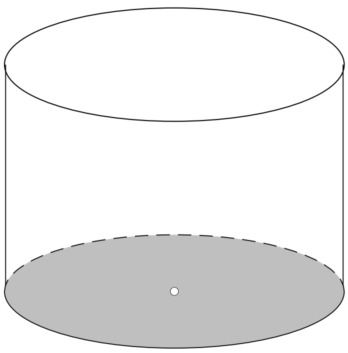
Prisma $V_{\text{Prisma}} = ?$

Pyramide $V_{\text{Pyramide}} = ?$

Zylinder $V_{\text{Zylinder}} = ?$

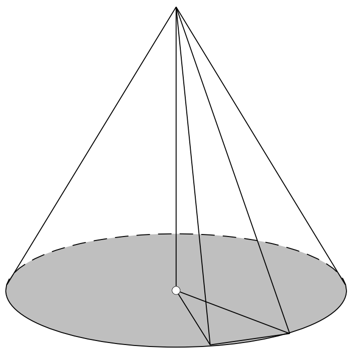
Mantelfläche $M_{\text{Zylinder}} = 2\pi r \cdot h$

Kegel $V_{\text{Kegel}} = ?$



$\longleftarrow$

Prisma	$V_{\text{Prisma}} = ?$
Pyramide	$V_{\text{Pyramide}} = ?$
Zylinder	$V_{\text{Zylinder}} = ?$
Kegel	$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$



⟵

Satz vom Nullprodukt

Ein Produkt ist genau dann null,
wenn mindestens einer der Faktoren null ist.

$$x^2 + 3x = 0$$
$$x(x+3) = 0$$
$$x_1 = 0\,; \quad x_2 = -3$$

$$2x^3 - 5x^2 = 0$$
$$x^2(2x-5) = 0$$
$$x_1 = 0\,; \quad x_2 = \frac{5}{2}$$

$$-\frac{1}{4}x^4 + x^3 = 0$$
$$x^3(-\frac{1}{4}x+1) = 0$$
$$x_1 = 0\,; \quad x_2 = 4$$

So nicht lösbar wäre:

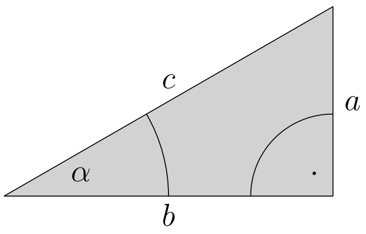
$$x^2 + 6x = 7$$
$$x_1 = 1; \quad x_2 = -7 \quad (pq\text{-Formel})$$

⟵

$\sin\alpha \;=\; \frac{a}{c} \;=\; \frac{\textit{Gegenkathete}}{\textit{Hypotenuse}}$

$\cos\alpha \;= ?$

$\tan\alpha \;= ?$

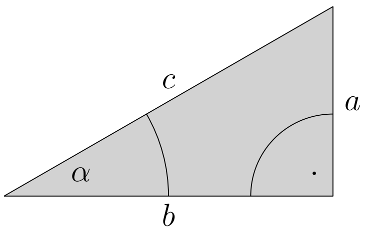


⟵

$$\sin\alpha = ?$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\textit{Ankathete}}{\textit{Hypotenuse}}$$

$$\tan\alpha = ?$$

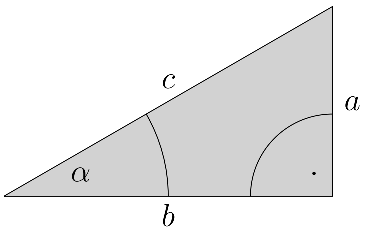


⟵

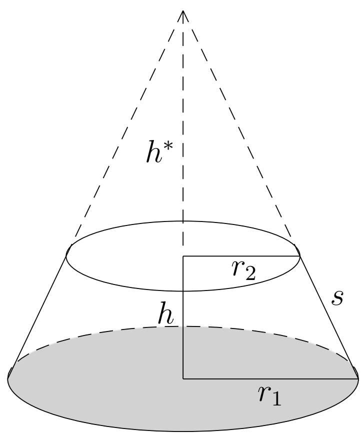
$\sin\alpha \ = ?$

$\cos\alpha \ = ?$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$



⟵

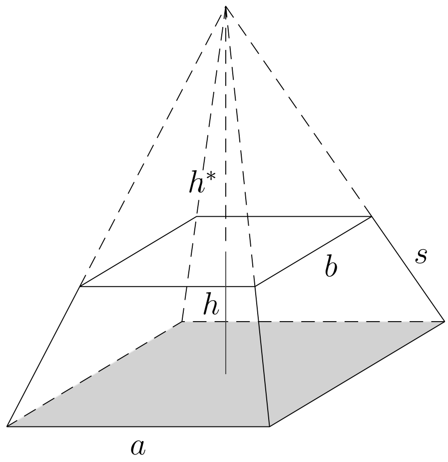


Höhe des Ergänzungskegels $\quad h^* = \dfrac{hr_2}{r_1 - r_2}$

$$\begin{aligned}
\frac{h^*}{r_2} &= \frac{h^* + h}{r_1} \qquad | \cdot r_2 r_1 \\
h^* r_1 &= h^* r_2 + h r_2 \\
h^*(r_1 - r_2) &= h r_2 \\
h^* &= \frac{h r_2}{r_1 - r_2}
\end{aligned}$$

$\longleftarrow$

Höhe der Ergänzungspyramide $\qquad h^* = \dfrac{hb}{a-b}$



$$\frac{h^*}{\frac{b}{2}} = \frac{h^*+h}{\frac{a}{2}} \qquad | \cdot 2$$

$$\frac{h^*}{b} = \frac{h^*+h}{a} \qquad | \cdot ba$$

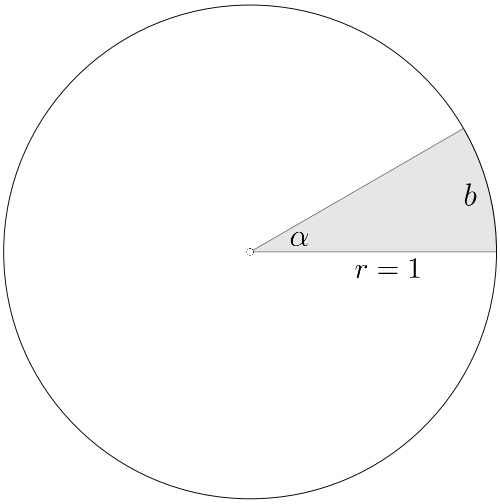
$$h^* a = h^* b + hb$$

$$h^*(a-b) = hb$$

$$h^* = \frac{hb}{a-b}$$

$\longleftarrow$

Winkel-/Bogenmaß



Umrechnungsformel:

$$\frac{b}{2\pi} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Die Größe des Winkels α kann eindeutig durch die Länge des Bogens b erfasst werden.

$\longleftarrow$

Die Idee:
Die Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch <u>einer</u> Variablen entsteht.

$$\begin{array}{rcrcrl} 3x & + & 7y & = & 26 & \mid \cdot (-5) \\ 5x & - & 6y & = & 8 & \mid \cdot 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{rcrcr} -15x & - & 35y & = & -130 \\ 15x & - & 18y & = & 24 \\ \hline \end{array}\right\} +$$

$$-53y = -106$$

$$y = 2; \quad x = 4$$

Nun ein Gleichungssystem mit 3 Variablen.

Die Idee:
Aus dem Gleichungssystem mit 3 Variablen wird ein Gleichungssystem mit 2 Variablen erstellt.

Hierzu betrachte man die erste und zweite Gleichung.
Die beiden Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch <u>zwei</u> Variablen entsteht.
Dann nehme man die erste (oder zweite) und die noch nicht verwendete dritte Gleichung. Diese beiden Gleichungen werden wieder geeignet multipliziert, damit beim Addieren <u>dieselbe</u> Variable wie vorher eliminiert wird und erneut eine Gleichung mit nur noch <u>zwei</u> Variablen entsteht.
Mit den beiden Gleichungen mit zwei Variablen verfährt man wie oben beschrieben.

$$\begin{array}{lrcrcrcrl} I & 2x & + & 3y & + & 4z & = & 20 & \mid \cdot 3 \quad \mid \cdot 4 \\ II & 3x & + & 2y & + & 5z & = & 22 & \mid \cdot (-2) \\ III & 4x & + & 5y & + & z & = & 17 & \qquad\quad \mid \cdot (-2) \\ \hline \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{lrcrcrcr} I \cdot 3 & 6x & + & 9y & + & 12z & = & 60 \\ II \cdot (-2) & -6x & - & 4y & - & 10z & = & -44 \\ \hline \end{array}\right\} +$$

$$IV \quad 5y + 2z = 16$$

$$\left.\begin{array}{lrcrcrcr} I \cdot 4 & 8x & + & 12y & + & 16z & = & 80 \\ III \cdot (-2) & -8x & - & 10y & - & 2z & = & -34 \\ \hline \end{array}\right\} +$$

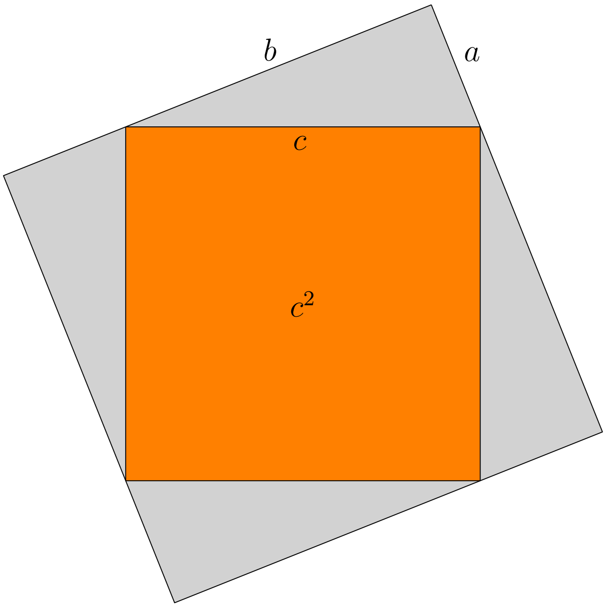
$$\begin{array}{lrcrcr} V & 2y & + & 14z & = & 46 \\ IV & 5y & + & 2z & = & 16 \\ \hline \end{array}$$

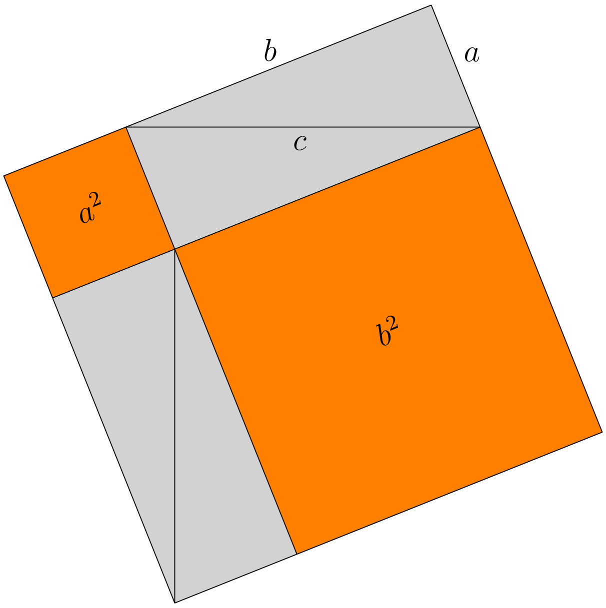
$$\ldots\ z = 3; \ y = 2; \ x = 1$$

⟵

Pythagoras Im rechtwinkligen Dreieck gilt: $a^2 + b^2 = c^2$

Umkehrung

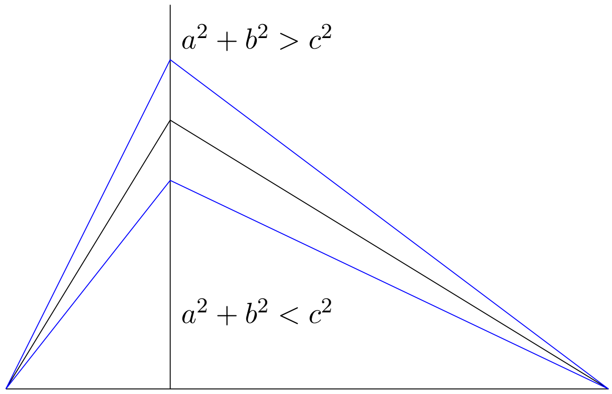




⟵

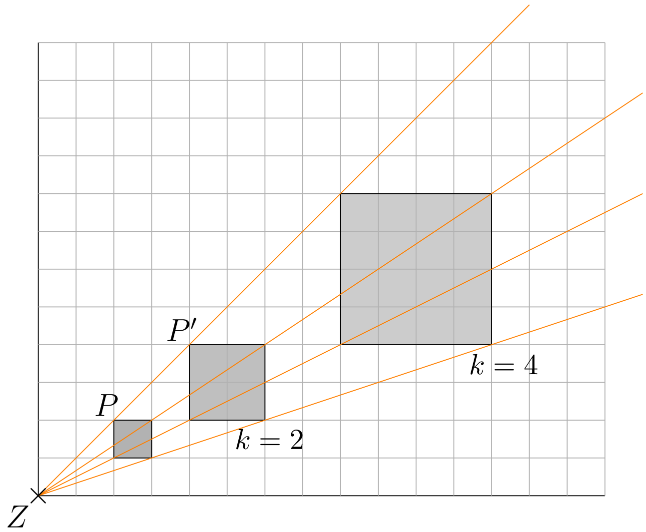
Pythagoras

Umkehrung Falls $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, dann ist das Dreieck rechtwinklig.



$\longleftarrow$

Eigenschaften der zentrischen Streckung



Z heißt Streckzentrum.
Für den Streckfaktor k ($k > 0$) gilt: $\overline{ZP'} = k \cdot \overline{ZP}$.
Figur und Bild sind ähnlich mit dem Maßstab k.

1. Bei einer zentrischen Streckung wird jede Strecke auf eine Strecke der k-fachen Länge abgebildet.

2. Die Längenverhältnisse und die Winkelgrößen verändern sich nicht.

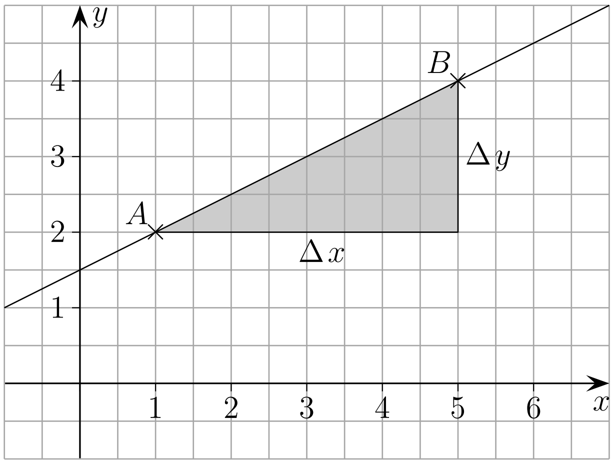
3. Der Umfang eines Vielecks multipliziert sich mit k, der Flächeninhalt mit k^2, das Volumen mit k^3.
   Für negatives k sind die Beträge zu nehmen.

⟵

Geradengleichung, $A(x_1 \mid y_1)$ und $B(x_2 \mid y_2)$ gegeben

GTR

<u>Gerade verläuft durch A und B.</u>



1. Schritt Steigung ermitteln

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Auf die Reihenfolge der Punkte und auf ihre Lage kommt es nicht an, Koordinaten können auch negativ sein. Möglich wäre auch:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \qquad \text{(Erweitere den Bruch mit } -1\text{)}$$

2. Schritt Gleichung aufstellen

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$A(1 \mid 2)$, $B(5 \mid 4)$ $\qquad y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$A(-3 \mid 1)$, $B(5 \mid 3)$ $\qquad y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$

$\longleftarrow$

Geradengleichung, $A(x_1 \mid y_1)$ und $B(x_2 \mid y_2)$ gegeben

GTR

Mit STAT | EDIT x-Werte in L1 und y-Werte in L2 eingeben,
STAT | CALC 4: LinReg(ax+b) aufrufen.

L1	L2
x_1	y_1
x_2	y_2

Mit LinReg(ax+b) Y1 wird das Ergebnis in Y1 für die Grafik gespeichert.
Y1 (oder Y2, ...) mit VARS | Y-VARS | 1: Function | wählen.

Für x- und y-Werte in L2 und L3 lautet die Anweisung:
LinReg(ax+b) L2, L3, Y1

Möglich wäre
a, b, ... als Bruch: VARS 5: Statistics | EQ a ENTER Math 1: Frac

$A(4 \mid -3)$, $B(-4 \mid 2)$ $\qquad y = -\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}$

$\longleftarrow$

Gleichung einer Parabel

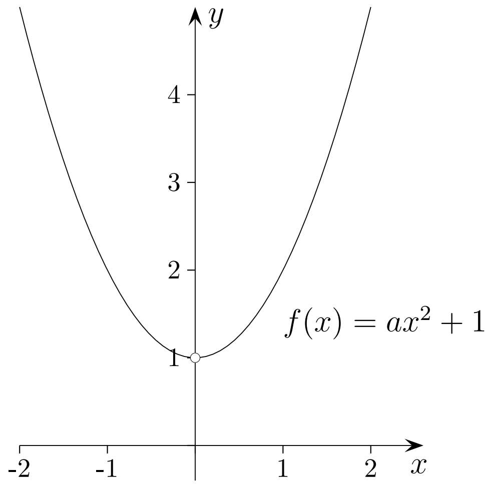
a) achsensymmetrisch

b) Nullstellen x_1, x_2 gegeben

c) GTR, $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$, $C(x_3 \mid y_3)$ gegeben

Ansatz $f(x) = ax^2 + b$

2 Punkte $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$ müssen gegeben sein.



⟵

Gleichung einer Parabel

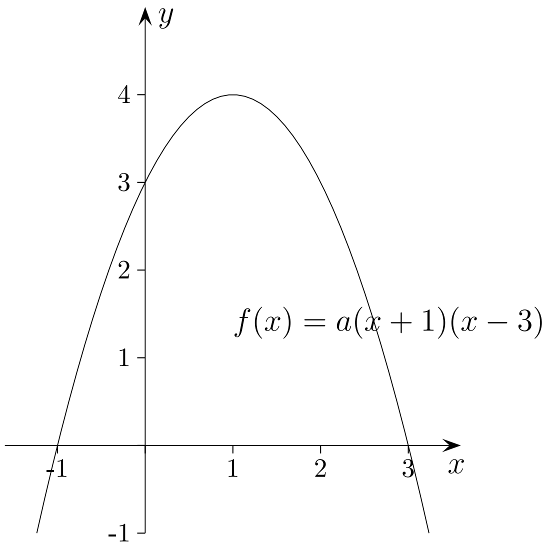
a) achsensymmetrisch

b) Nullstellen x_1, x_2 gegeben

c) GTR, $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$, $C(x_3 \mid y_3)$ gegeben

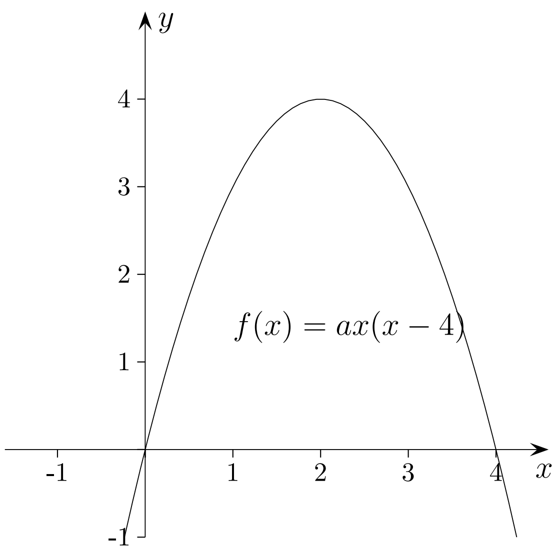
Ansatz $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

1 Punkt $A(x_1 \mid y_1)$ muss gegeben sein.



Hier ist a negativ.

⟵



Hier ist a negativ.

Gleichung einer Parabel

a) achsensymmetrisch

b) Nullstellen x_1, x_2 gegeben

c) GTR, $A(x_1 \mid y_1)$, $B(x_2 \mid y_2)$, $C(x_3 \mid y_3)$ gegeben

Ansatz $f(x) = ax^2 + bx + c$

Bedingungen:

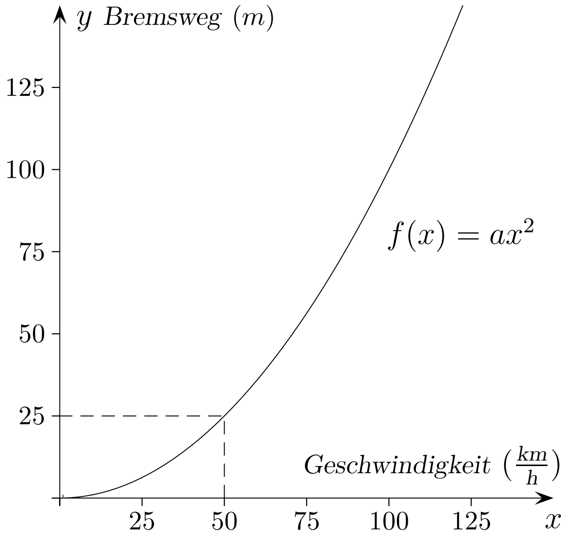
1. $f(x_1) = y_1$
2. $f(x_2) = y_2$
3. $f(x_3) = y_3$

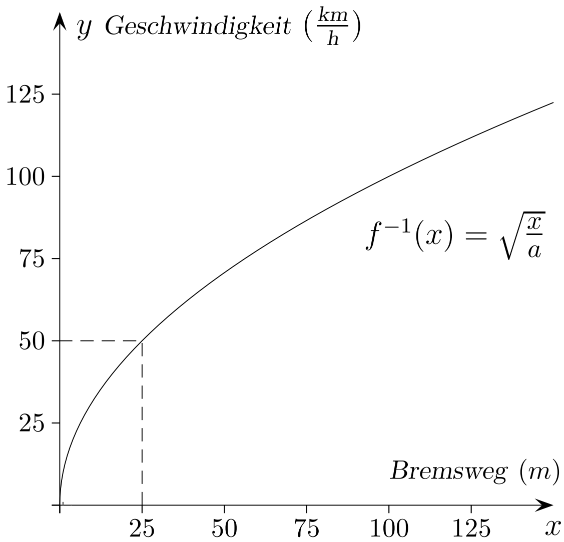
Gleichungssystem mit GTR lösen oder quadratische Regression verwenden:

Mit STAT | EDIT x-Werte in L1 und y-Werte in L2 eingeben,
STAT | CALC 4: QuadReg aufrufen.

L1	L2
x_1	y_1
x_2	y_2
x_3	y_3

$\longleftarrow$





⟵

$f(x) = ax^2, \quad x \geq 0$ Bei Parabeln muss der Definitionsbereich eingeschränkt werden.

$y = ax^2$

$x = ay^2$ nach y auflösen

$\frac{x}{a} = y^2$

$y = \sqrt{\frac{x}{a}}$ Der Wertebereich von f wird zum Definitionsbereich von f^{-1}

Startseite