

# Merkhilfe Grundwissen

1. Umkreis eines Dreiecks

Inkreis

2. gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

3.  $x^2 + px + q = 0$   $pq$ -Formel

$$x_{1/2} = ?$$

4. Zinseszinsformel

$$K_n = ?$$

5. Kreisumfang

$$U = ?$$

-fläche

$$A = ?$$

Kugelvolumen

$$V_{\text{Kugel}} = ?$$

-oberfläche

$$O_{\text{Kugel}} = ?$$

6. Prisma

$$V_{\text{Prisma}} = ?$$

Pyramide

$$V_{\text{Pyramide}} = ?$$

Zylinder

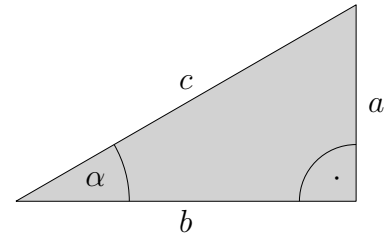
$$V_{\text{Zylinder}} = ?$$

Kegel

$$V_{\text{Kegel}} = ?$$

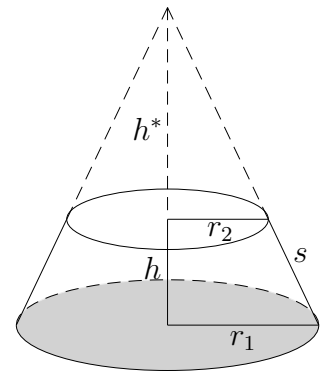
7. Satz vom Nullprodukt

8.  $\sin \alpha = ?$   
 $\cos \alpha = ?$   
 $\tan \alpha = ?$

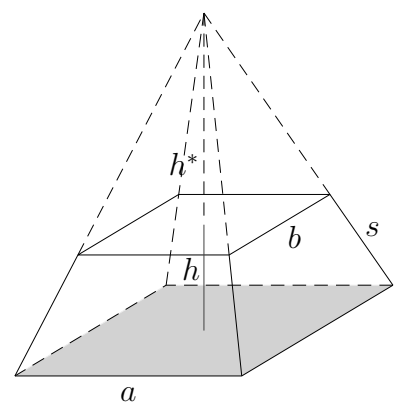


9. Winkel-/Bogenmaß  
 10. Gleichungssystem, Additionsverfahren  
 11. Pythagoras  
 Umkehrung  
 12. Eigenschaften der zentrischen Streckung

13. Höhe des Ergänzungskegels  $h^* = ?$



14. Höhe der Ergänzungspyramide  $h^* = ?$



15. Geradengleichung,  $A(x_1 | y_1)$  und  $B(x_2 | y_2)$  gegeben  
GTR
16. Gleichung einer Parabel
- a) achsensymmetrisch
  - b) Nullstellen  $x_1, x_2$  gegeben
  - c) GTR,  $A(x_1 | y_1), B(x_2 | y_2), C(x_3 | y_3)$  gegeben
17. Umkehrfunktion
18. Ellipsengleichung

Ende der Merkhilfe Grundwissen

[zum Anfang](#)

[zur Merkhilfe](#)

[Differenzialrechnung](#)

[Integralrechnung](#)

[Vektorrechnung](#)

[Stochastik](#)

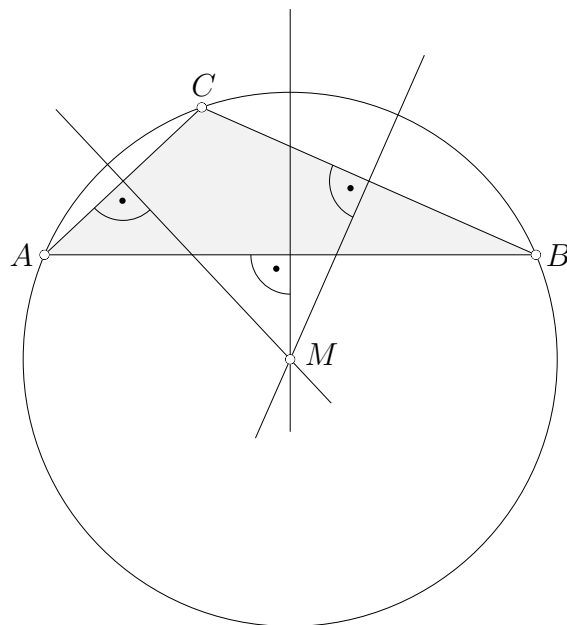
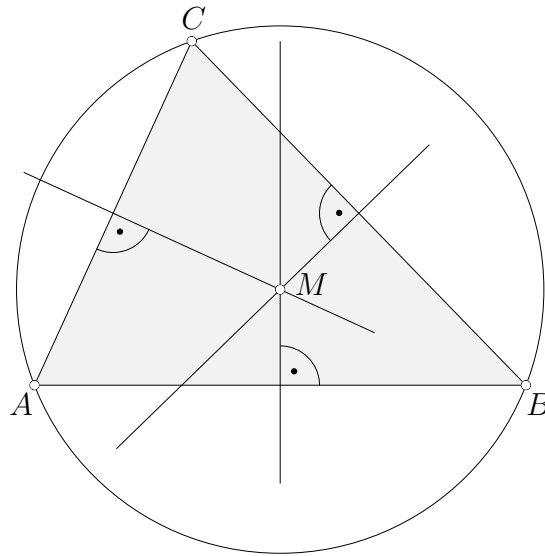
[Homepage](#)





Umkreis eines Dreiecks

Inkreis

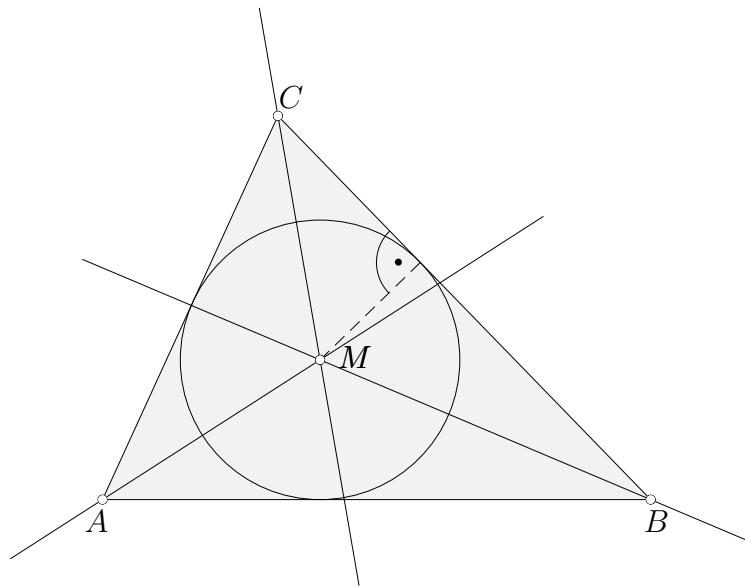


Der Mittelpunkt des Umkreises ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.  
Bei einem rechtwinkligen Dreieck liegt  $M$  auf der Hypotenuse.



Umkreis eines Dreiecks

Inkreis



Der Mittelpunkt des Inkreises ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden.

←



gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

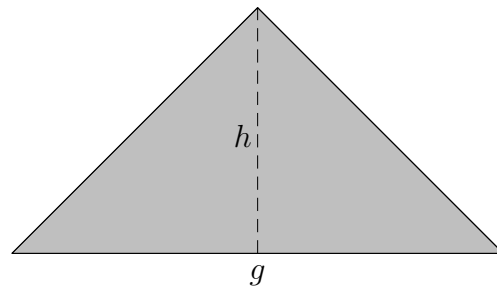
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Mindestens zwei Seiten sind gleich lang.



←

$$A = \frac{1}{2} g \cdot h$$

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

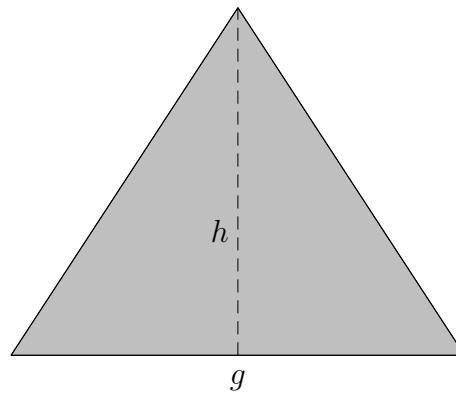
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Alle drei Seiten sind gleich lang.



←

$$A = \frac{1}{2} g \cdot h$$

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

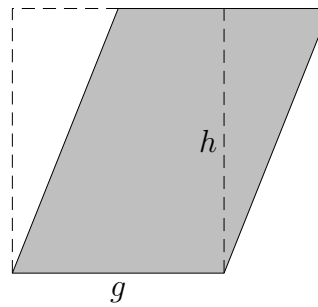
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Gegenüberliegende Seiten sind jeweils parallel.



$$A = g \cdot h$$

←

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

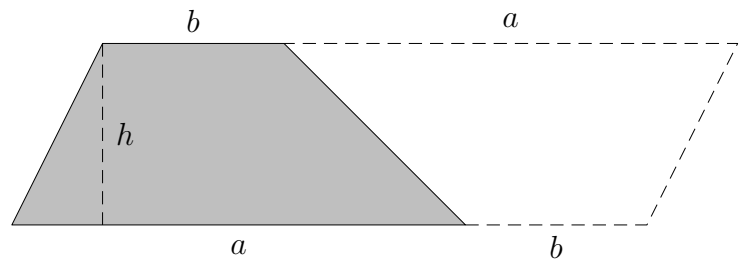
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Mindestens zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel.



←

$$A = \frac{(a + b) \cdot h}{2} = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

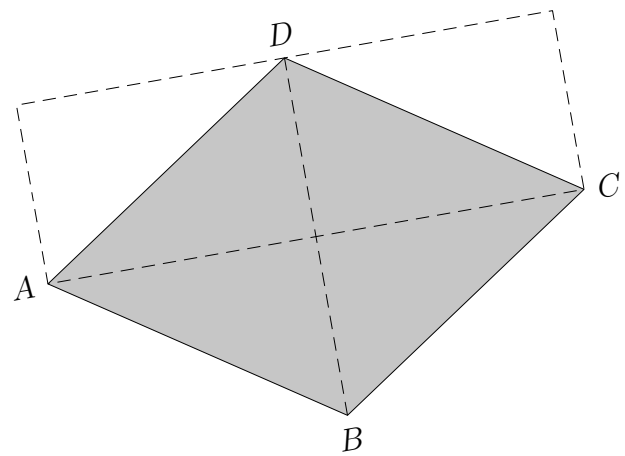
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Alle vier Seiten sind gleich lang.



$$A_{\text{Raute}} = \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

←

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

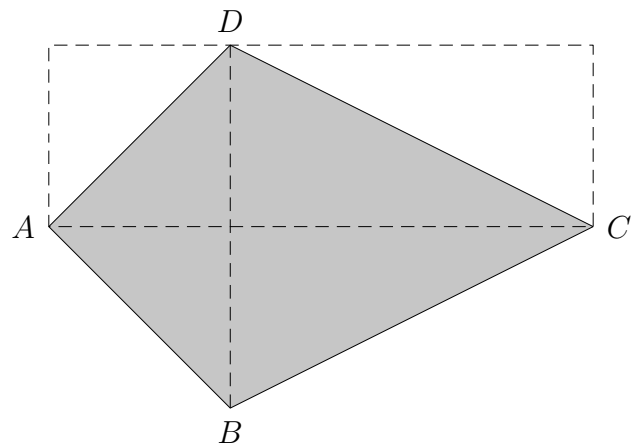
Parallelogramm

Trapez

Raute

Drachenviereck

Mindestens eine Diagonale ist Symmetrieachse.



$$A_{\text{Drachenviereck}} = \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

←

$$x^2 + px + q = 0 \quad pq\text{-Formel}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

←

Zinseszinsformel

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

$$\text{Aufzinsungsfaktor } q = 1 + \frac{p}{100}$$





Kreisumfang

-fläche

Kugelvolumen

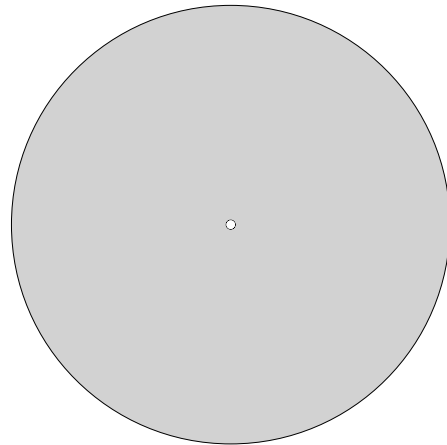
-oberfläche

$$U = 2\pi r$$

$$A = ?$$

$$V_{\text{Kugel}} = ?$$

$$O_{\text{Kugel}} = ?$$



Kreisumfang

-fläche

Kugelvolumen

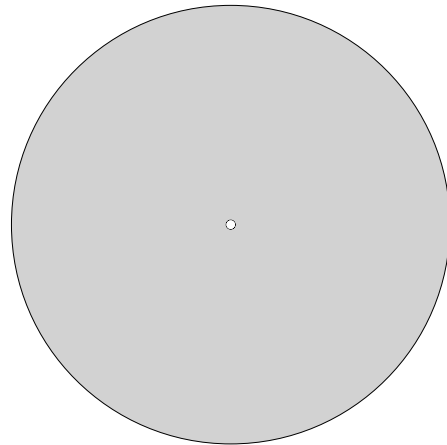
-oberfläche

$$U = ?$$

$$A = \pi r^2$$

$$V_{\text{Kugel}} = ?$$

$$O_{\text{Kugel}} = ?$$



Kreisumfang  
-fläche

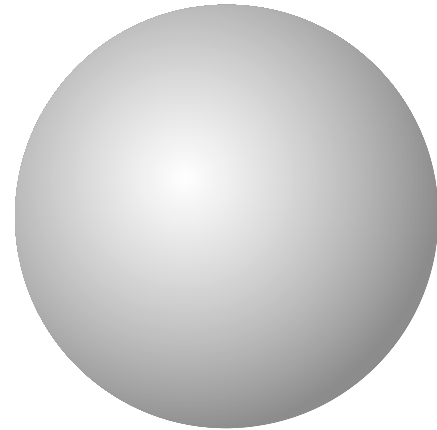
$$U = ?$$

$$A = ?$$

Kugelvolumen  
-oberfläche

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$O_{\text{Kugel}} = ?$$



Kreisumfang

-fläche

Kugelvolumen

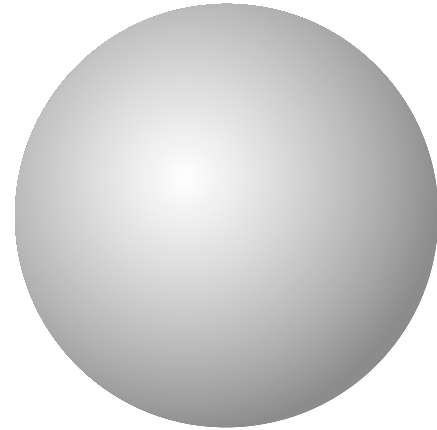
-oberfläche

$$U = ?$$

$$A = ?$$

$$V_{\text{Kugel}} = ?$$

$$O_{\text{Kugel}} = 4\pi r^2$$



Prisma

$$V_{\text{Prisma}} = G \cdot h$$

Pyramide

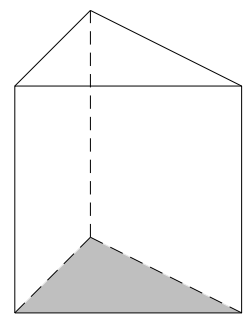
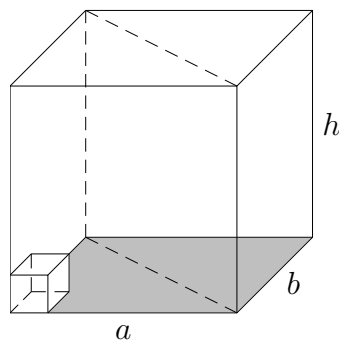
$$V_{\text{Pyramide}} = ?$$

Zylinder

$$V_{\text{Zylinder}} = ?$$

Kegel

$$V_{\text{Kegel}} = ?$$



Prisma

$$V_{\text{Prisma}} = ?$$

Pyramide

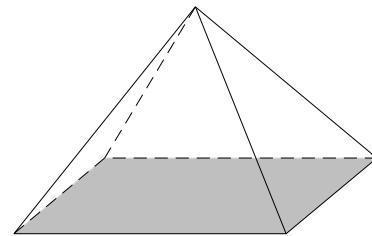
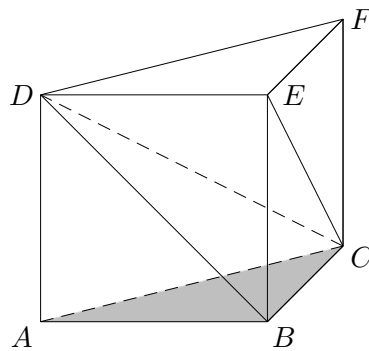
$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

Zylinder

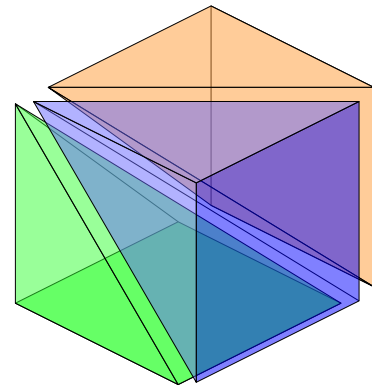
$$V_{\text{Zylinder}} = ?$$

Kegel

$$V_{\text{Kegel}} = ?$$



←



Prisma

$$V_{\text{Prisma}} = ?$$

Pyramide

$$V_{\text{Pyramide}} = ?$$

Zylinder

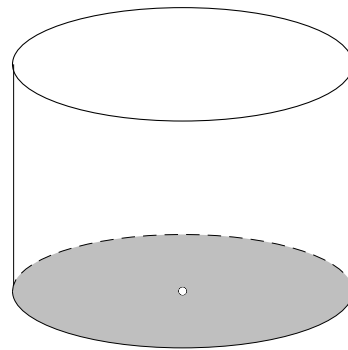
$$V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 \cdot h$$

Mantelfläche

$$M_{\text{Zylinder}} = ?$$

Kegel

$$V_{\text{Kegel}} = ?$$



Prisma

$$V_{\text{Prisma}} = ?$$

Pyramide

$$V_{\text{Pyramide}} = ?$$

Zylinder

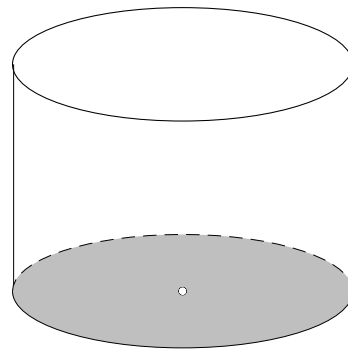
$$V_{\text{Zylinder}} = ?$$

Mantelfläche

$$M_{\text{Zylinder}} = 2\pi r \cdot h$$

Kegel

$$V_{\text{Kegel}} = ?$$





Prisma

$$V_{\text{Prisma}} = ?$$

Pyramide

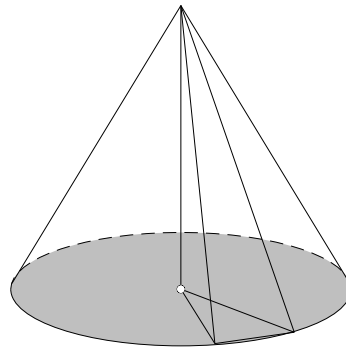
$$V_{\text{Pyramide}} = ?$$

Zylinder

$$V_{\text{Zylinder}} = ?$$

Kegel

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$



Satz vom Nullprodukt

Ein Produkt ist genau dann null,  
wenn mindestens einer der Faktoren null ist.

$$\begin{aligned}x^2 + 3x &= 0 \\x(x + 3) &= 0 \\x_1 = 0; \quad x_2 &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x^3 - 5x^2 &= 0 \\x^2(2x - 5) &= 0 \\x_1 = 0; \quad x_2 &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\frac{1}{4}x^4 + x^3 &= 0 \\x^3(-\frac{1}{4}x + 1) &= 0 \\x_1 = 0; \quad x_2 &= 4\end{aligned}$$

So nicht lösbar wäre:

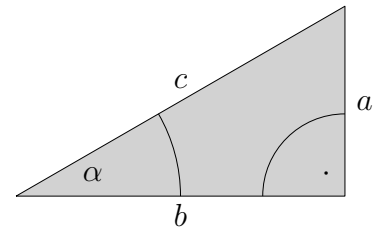
$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= 7 \\x_1 = 1; \quad x_2 &= -7 \quad (pq\text{-Formel})\end{aligned}$$

←

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \alpha = ?$$

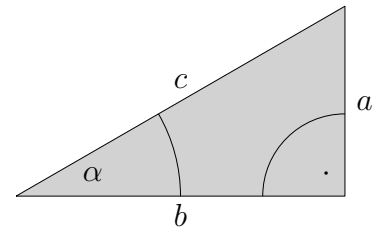
$$\tan \alpha = ?$$



$$\sin \alpha = ?$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

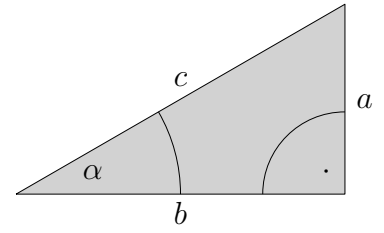
$$\tan \alpha = ?$$



$$\sin \alpha = ?$$

$$\cos \alpha = ?$$

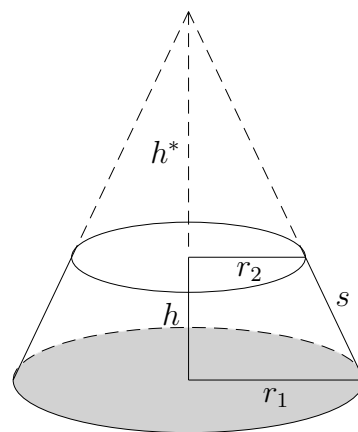
$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$



←

Höhe des Ergänzungskegels

$$h^* = \frac{hr_2}{r_1 - r_2}$$



$$\frac{h^*}{r_2} = \frac{h^* + h}{r_1} \quad | \cdot r_2 r_1$$

$$h^* r_1 = h^* r_2 + h r_2$$

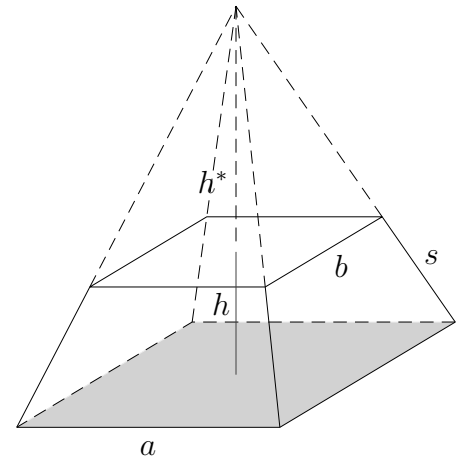
$$h^*(r_1 - r_2) = h r_2$$

$$h^* = \frac{h r_2}{r_1 - r_2}$$

←

Höhe der Ergänzungspyramide

$$h^* = \frac{hb}{a-b}$$



$$\frac{h^*}{b} = \frac{h^* + h}{a} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{h^*}{b} = \frac{h^* + h}{a} \quad | \cdot ba$$

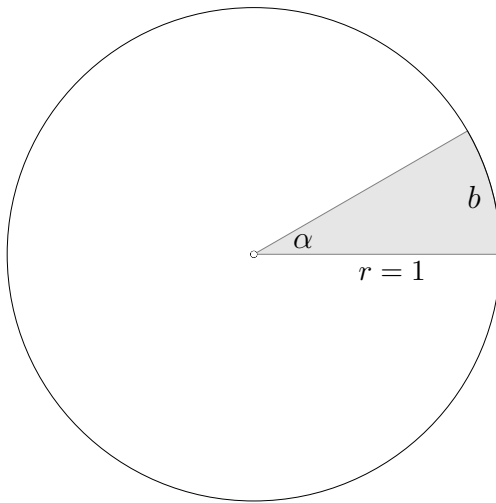
$$h^*a = h^*b + hb$$

$$h^*(a-b) = hb$$

$$h^* = \frac{hb}{a-b}$$

←

## Winkel-/Bogenmaß



Umrechnungsformel:

$$\frac{b}{2\pi} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Die Größe des Winkels  $\alpha$  kann eindeutig durch die Länge des Bogens  $b$  erfasst werden.



Die Idee:

Die Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch einer Variablen entsteht.

$$\begin{array}{r} 3x + 7y = 26 \quad | \cdot (-5) \\ 5x - 6y = 8 \quad | \cdot 3 \\ \hline -15x - 35y = -130 \\ 15x - 18y = 24 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 3x + 7y = 26 \\ 5x - 6y = 8 \end{array}} \right\} +$$
$$\begin{array}{r} -53y = -106 \\ y = 2; \quad x = 4 \end{array}$$

Nun ein Gleichungssystem mit 3 Variablen.

Die Idee:

Aus dem Gleichungssystem mit 3 Variablen wird ein Gleichungssystem mit 2 Variablen erstellt.

Hierzu betrachte man die erste und zweite Gleichung.

Die beiden Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch zwei Variablen entsteht.

Dann nehme man die erste (oder zweite) und die noch nicht verwendete dritte Gleichung. Diese beiden Gleichungen werden wieder geeignet multipliziert, damit beim Addieren dieselbe Variable wie vorher eliminiert wird und erneut eine Gleichung mit nur noch zwei Variablen entsteht.

Mit den beiden Gleichungen mit zwei Variablen verfährt man wie oben beschrieben.

$$\begin{array}{r} I \quad 2x + 3y + 4z = 20 \quad | \cdot 3 \quad | \cdot 4 \\ II \quad 3x + 2y + 5z = 22 \quad | \cdot (-2) \\ III \quad 4x + 5y + z = 17 \quad | \cdot (-2) \\ \hline I \cdot 3 \quad 6x + 9y + 12z = 60 \\ II \cdot (-2) \quad -6x - 4y - 10z = -44 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2x + 3y + 4z = 20 \\ 3x + 2y + 5z = 22 \end{array}} \right\} +$$
$$IV \quad 5y + 2z = 16$$
$$\begin{array}{r} I \cdot 4 \quad 8x + 12y + 16z = 80 \\ III \cdot (-2) \quad -8x - 10y - 2z = -34 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2x + 3y + 4z = 20 \\ 3x + 2y + 5z = 22 \end{array}} \right\} +$$
$$\begin{array}{r} V \quad 2y + 14z = 46 \\ IV \quad 5y + 2z = 16 \end{array}$$

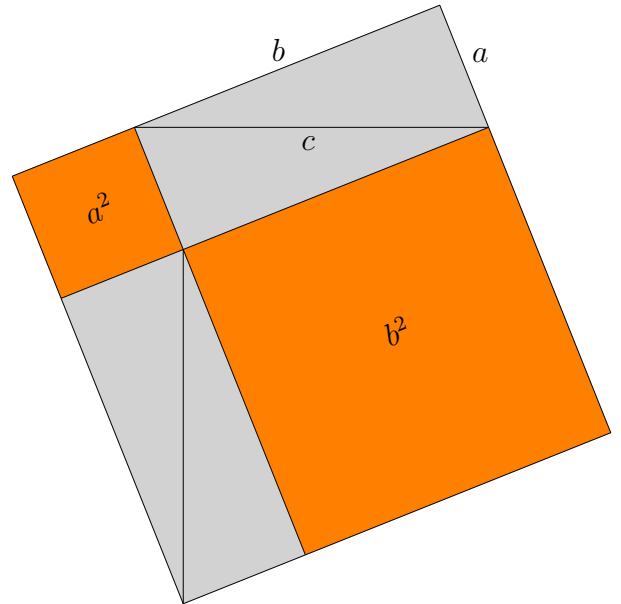
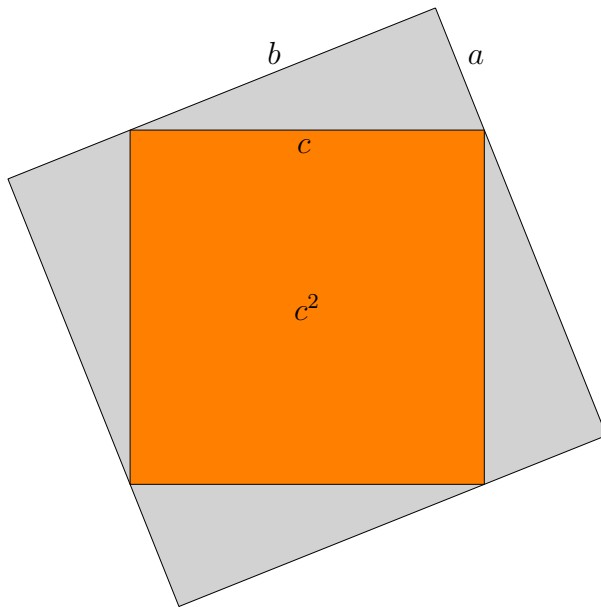
$$\dots z = 3; y = 2; x = 1$$

←

Pythagoras

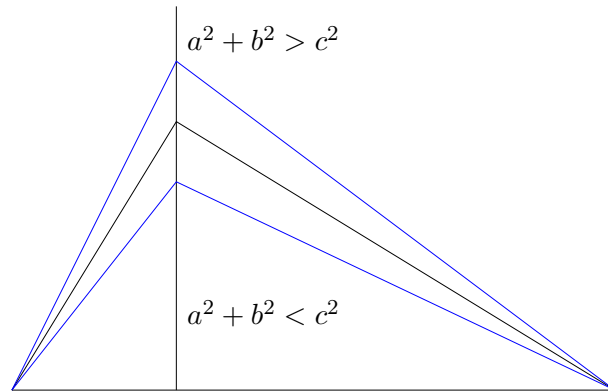
Im rechtwinkligen Dreieck gilt:  $a^2 + b^2 = c^2$

Umkehrung

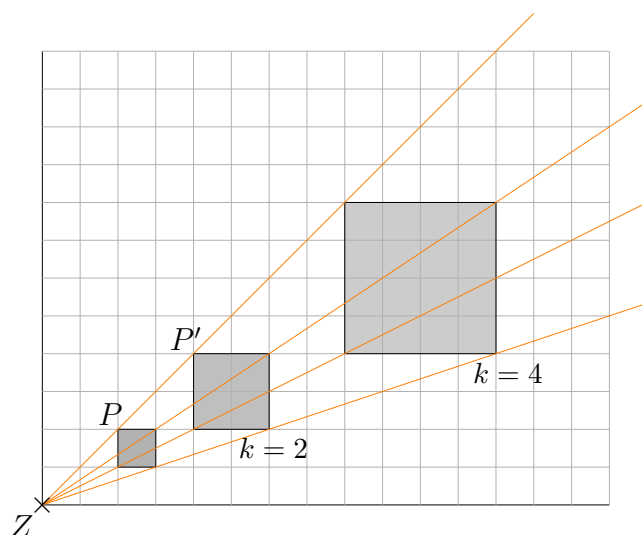


## Pythagoras

Umkehrung Falls  $a^2 + b^2 = c^2$  gilt, dann ist das Dreieck rechtwinklig.



## Eigenschaften der zentrischen Streckung



$Z$  heißt Streckzentrum.

Für den Streckfaktor  $k$  ( $k > 0$ ) gilt:  $\overline{ZP'} = k \cdot \overline{ZP}$ .

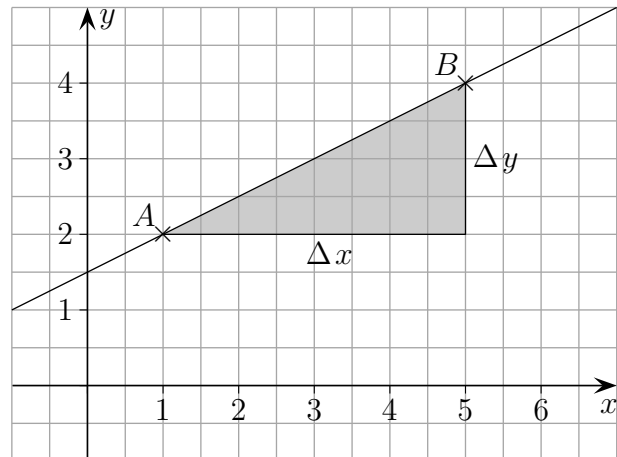
Figur und Bild sind ähnlich mit dem Maßstab  $k$ .

1. Bei einer zentrischen Streckung wird jede Strecke auf eine Strecke der  $k$ -fachen Länge abgebildet.
2. Die Längenverhältnisse und die Winkelgrößen verändern sich nicht.
3. Der Umfang eines Vielecks multipliziert sich mit  $k$ , der Flächeninhalt mit  $k^2$ , das Volumen mit  $k^3$ .  
Für negatives  $k$  sind die Beträge zu nehmen.

←

Geradengleichung,  $A(x_1 | y_1)$  und  $B(x_2 | y_2)$  gegeben  
GTR

Gerade verläuft durch A und B.



1. Schritt Steigung ermitteln

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Auf die Reihenfolge der Punkte und auf ihre Lage kommt es nicht an,  
Koordinaten können auch negativ sein. Möglich wäre auch:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad (\text{Erweitere den Bruch mit } -1)$$

2. Schritt Gleichung aufstellen

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$A(1 | 2), \quad B(5 | 4) \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$A(-3 | 1), \quad B(5 | 3) \quad y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$$

←

Geradengleichung,  $A(x_1 | y_1)$  und  $B(x_2 | y_2)$  gegeben  
GTR

Mit STAT | EDIT  $x$ -Werte in L1 und  $y$ -Werte in L2 eingeben,  
STAT | CALC 4: LinReg(ax+b) aufrufen.

L1	L2
$x_1$	$y_1$
$x_2$	$y_2$

Mit LinReg(ax+b) Y1 wird das Ergebnis in Y1 für die Grafik gespeichert.  
Y1 (oder Y2, ...) mit VARS | Y-VARS | 1: Function | wählen.

Für  $x$ - und  $y$ -Werte in L2 und L3 lautet die Anweisung:  
LinReg(ax+b) L2, L3, Y1

Möglich wäre

$a, b, \dots$  als Bruch: VARS 5: Statistics | EQ a ENTER Math 1: Frac

$$A(4 | -3), B(-4 | 2) \quad y = -\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}$$

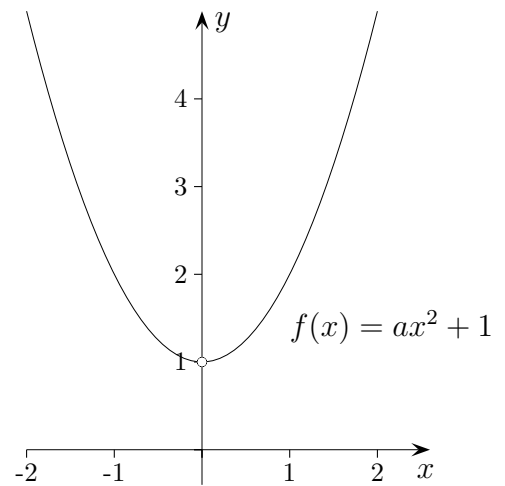
←

Gleichung einer Parabel

- a) achsensymmetrisch
- b) Nullstellen  $x_1, x_2$  gegeben
- c) GTR,  $A(x_1 | y_1), B(x_2 | y_2), C(x_3 | y_3)$  gegeben

Ansatz  $f(x) = ax^2 + b$

2 Punkte  $A(x_1 | y_1), B(x_2 | y_2)$  müssen gegeben sein.



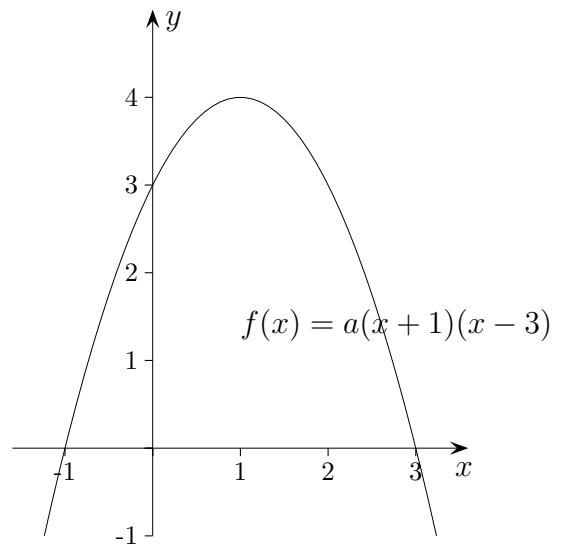
←

Gleichung einer Parabel

- a) achsensymmetrisch
- b) Nullstellen  $x_1, x_2$  gegeben
- c) GTR,  $A(x_1 | y_1), B(x_2 | y_2), C(x_3 | y_3)$  gegeben

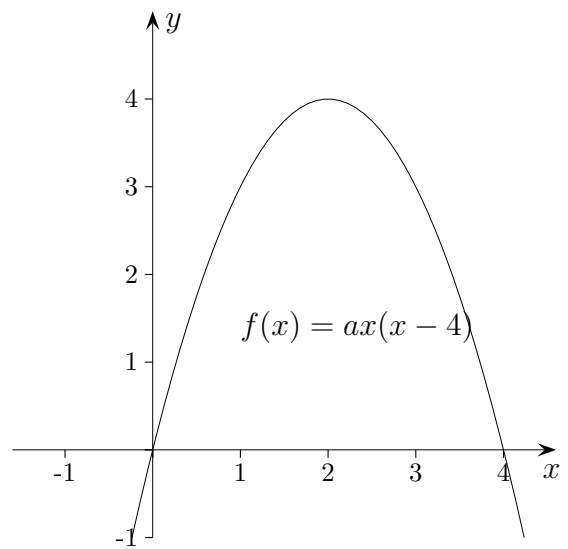
Ansatz  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

1 Punkt  $A(x_1 | y_1)$  muss gegeben sein.



Hier ist  $a$  negativ.

←



Hier ist  $a$  negativ.



Gleichung einer Parabel

- a) achsensymmetrisch
- b) Nullstellen  $x_1, x_2$  gegeben
- c) GTR,  $A(x_1 | y_1), B(x_2 | y_2), C(x_3 | y_3)$  gegeben

Ansatz  $f(x) = ax^2 + bx + c$

Bedingungen:

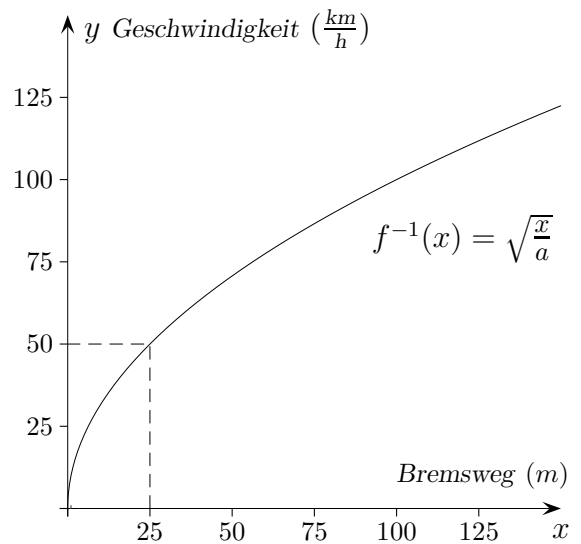
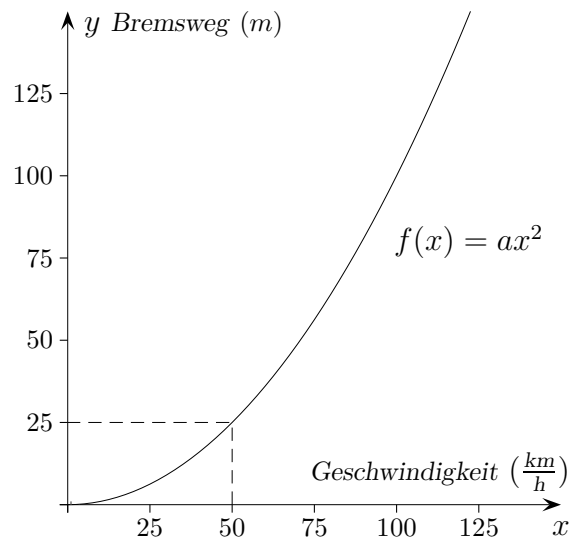
- 1.  $f(x_1) = y_1$
- 2.  $f(x_2) = y_2$
- 3.  $f(x_3) = y_3$

Gleichungssystem mit GTR lösen oder quadratische Regression verwenden:

Mit STAT | EDIT  $x$ -Werte in L1 und  $y$ -Werte in L2 eingeben,  
STAT | CALC 4:QuadReg aufrufen.

L1	L2
$x_1$	$y_1$
$x_2$	$y_2$
$x_3$	$y_3$

←



←

$f(x) = ax^2, \quad x \geq 0$  Bei Parabeln muss der Definitionsbereich eingeschränkt werden.

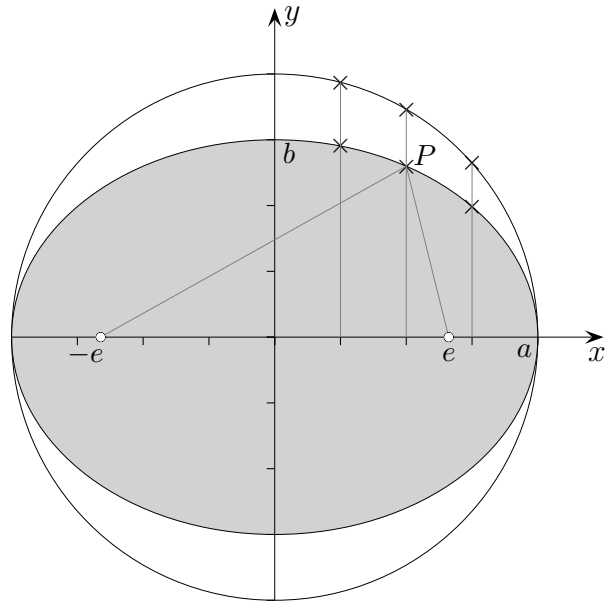
$$y = ax^2$$

$$x = ay^2 \quad \text{nach } y \text{ auflösen}$$

$$\frac{x}{a} = y^2$$

$$y = \sqrt{\frac{x}{a}}$$

Der Wertebereich von  $f$  wird zum Definitionsbereich von  $f^{-1}$



Die Ellipse ist ein gestauchter Kreis.

Die Längen der Halbachsen sind  $a$  und  $b$ .

Aus der Kreisgleichung

$$x^2 + y^2 = a^2$$

erhalten wir die Funktionsgleichung für den oberen/unteren Halbkreis:

$$y = \pm \sqrt{a^2 - x^2}$$

Die  $y$ -Werte werden nun mit  $\frac{b}{a}$  multipliziert.

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

Durch Quadrieren und Umformen erhalten wir die Ellipsengleichung:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Für jeden Ellipsenpunkt  $P(x | y)$  ist die Summe der Abstände zu den Brennpunkten  $F_1(-e | 0)$  und  $F_2(e | 0)$  konstant  $2a$ ,  $e^2 = a^2 - b^2$ .

$$\sqrt{(x + e)^2 + y^2} + \sqrt{(x - e)^2 + y^2} = 2a$$

Nach zweimaligem Isolieren der Wurzel, Quadrieren und

Abkürzen mit  $b^2 = a^2 - e^2$  erhalten wir die Ellipsengleichung:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

←

