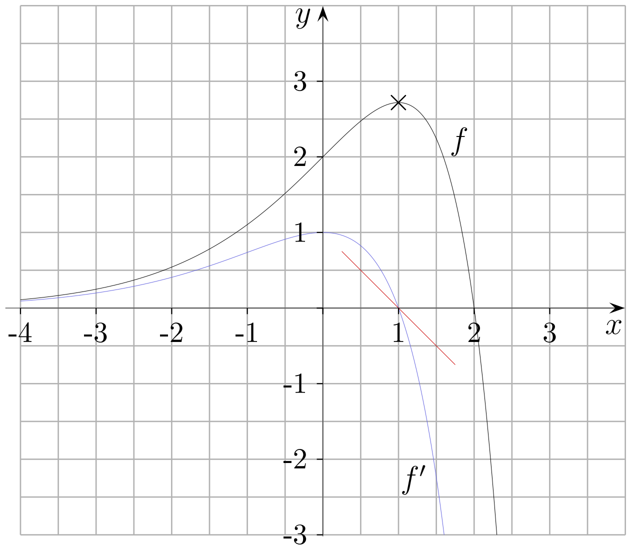
Vorzeichenwechsel



Gegeben ist die Funktion $f(x) = (2 - x) \cdot e^x$.
Um das Extremum zu bestimmen, ermitteln wir die

1. Ableitung: $\quad f'(x) = (1 - x) \cdot e^x$

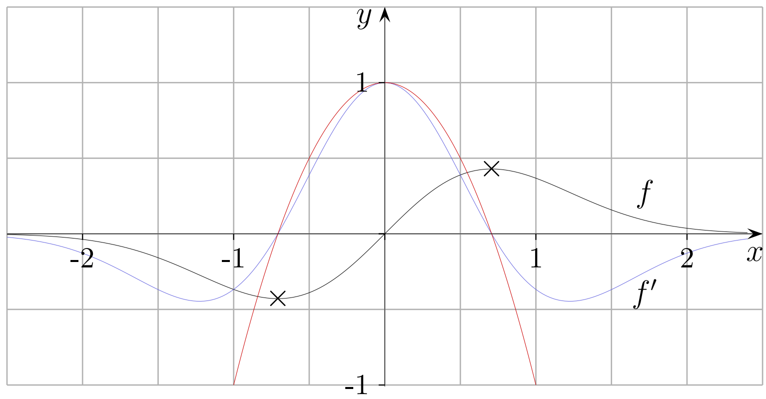
An der Stelle $x_0 = 1$ wird $f'(x_0) = 0$.

Der algebraische Nachweis des Maximums kann auch ohne die 2. Ableitung erbracht werden. Hierzu ist neben $f'(x_0) = 0$ zu zeigen, dass f' in einer Umgebung von x_0 fällt, dass also in einer Umgebung von x_0 für kleinere Werte von x_0 $\quad f'(x) > 0$ und für größere Werte $f'(x) < 0$ gilt, dass also ein $+/-$ Vorzeichenwechsel von f' an der Stelle x_0 vorliegt.
Dies ist für die obige Funktion offensichtlich, da $1 - x$ das Vorzeichen der Ableitung bestimmt (e^x ist stets positiv).

Der Sachverhalt kann übersichtlich in einer Vorzeichentabelle notiert werden:

$f'(x) = 0$	1	
f'	$+$	$-$
f	$\nearrow$	$\searrow$
	Max	

Vorzeichenwechsel



Betrachten wir als weiteres Beispiel die Funktion $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$.
Die erste 1. Ableitung lautet: $\quad f'(x) = (1 - 2x^2) \cdot e^{-x^2}$
$f'(x) = 0$ führt zu $x_1 = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$, $x_2 = +\frac{1}{2}\sqrt{2}$.
Die Frage, an welcher Stelle ein Minimum bzw. Maximum vorliegt, kann mit der (nach unten (!) geöffneten) Parabel $g(x) = 1 - 2x^2$ leicht beantwortet werden.

$f'(x) = 0$	x_1		x_2	
f'	$-$	$+$	$+$	$-$
f	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$
	Min		*Max*	