LM1. INFINITESIMALRECHNUNG

BE

I.

1. Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

6 a) Untersuchen Sie f auf Nullstellen. Bestimmen Sie das Symmetrieverhalten von G_f und zeigen Sie, dass die Geraden mit den Gleichungen $y = -1$ und $y = 1$ Asymptoten von G_f sind.

8 b) Zeigen Sie, dass f streng monoton zunehmend ist. Berechnen Sie $f(1)$ sowie $f'(0)$ und skizzieren Sie G_f unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse in ein Koordinatensystem.

2 c) Geben Sie den Term einer Stammfunktion von f an.

5 d) f besitzt eine Umkehrfunktion f^{-1}. Geben Sie die Definitionsmenge von f^{-1} an und bestimmen Sie für f^{-1} einen Funktionsterm.
(Hinweis: Erweitern Sie den Term von f mit e^x.)

[mögliches Teilergebnis: $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$]

2. Die Fallgeschwindigkeit eines Fallschirmspringers vor Öffnen des Schirms wird in guter Näherung beschrieben durch den Term

$$v(t) = 50 \cdot f(0{,}2t) = 50 \cdot \frac{e^{0{,}2t} - e^{-0{,}2t}}{e^{0{,}2t} + e^{-0{,}2t}} \text{ mit } t \geq 0.$$

Dabei ist t die Maßzahl der Fallzeit in Sekunden, v(t) die Maßzahl der Fallgeschwindigkeit in $\frac{m}{s}$ und f die Funktion aus Aufgabe 1.

3 a) Berechnen Sie $\lim\limits_{t\to\infty} v(t)$ und deuten Sie das Ergebnis im genannten Anwendungsbezug.

4 b) Berechnen Sie auf eine Dezimale gerundet die Zeit, nach der der Springer eine Geschwindigkeit von $49\frac{m}{s}$ erreicht hat.
(Die Absprunghöhe wird als genügend groß vorausgesetzt.)

4 c) Die Maßzahl der in der Zeit 11,5 s durchfallenen Strecke (in m) ist gegeben durch $\int_0^{11{,}5} v(t)\,dt$. Berechnen Sie dieses Integral.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
	3. Gegeben ist eine auf $\mathbb{R}$ definierte Funktion h, deren Funktionsgleichung in der Form $y = h(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ geschrieben werden kann. g ist hierbei eine Funktion, die mit ihrer zweiten Ableitung übereinstimmt, d. h. es gilt $g''(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Die Funktion f aus Aufgabe 1 ist ein Beispiel für eine derartige Funktion h.
4	a) Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $h'(x) = 1 - [h(x)]^2$.
4	b) Folgern Sie aus der Gleichung von Teilaufgabe 3a: Verläuft der Graph von h im Streifen $-1 < y < 1$, dann steigt er dort streng monoton. Begründen Sie kurz, dass der Graph von h die Gerade $y = 1$ nicht überqueren kann.
40	

BE	**II.**
	1. Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{x}{\ln x}$ mit dem maximalen Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.
4	a) Untersuchen Sie das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs. (Hinweis: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ darf ohne Beweis verwendet werden.)
6	b) Bestimmen Sie das Monotonieverhalten von f sowie Art und Lage des Extrempunktes E von G_f. [Zur Kontrolle: $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$]
6	c) Zeigen Sie, dass G_f einen Wendepunkt W besitzt, und berechnen Sie dessen Koordinaten.
6	d) Berechnen Sie $\lim\limits_{x \to 0+} f'(x)$ und skizzieren Sie G_f unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse in ein Koordinatensystem.
6	e) Zeigen Sie: $\int_1^2 \frac{x}{x-1}\,dx = \infty$. Was folgt für $\int_1^2 f(x)\,dx$? Begründen Sie Ihre Antwort. Dabei dürfen Sie ohne Nachweis verwenden, dass für $x > 1$ gilt: $\ln x < x - 1$.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

2. Ein kreiszylindrischer Becher, der zum Teil mit Wasser gefüllt ist, rotiert mit konstanter Rotationsgeschwindigkeit um seine Symmetrieachse. Die Oberfläche der Flüssigkeit ist eine Drehfläche, die durch Rotation einer Parabel entsteht. Die Symmetrieachse der Parabel fällt dabei mit der Symmetrieachse des Bechers zusammen.

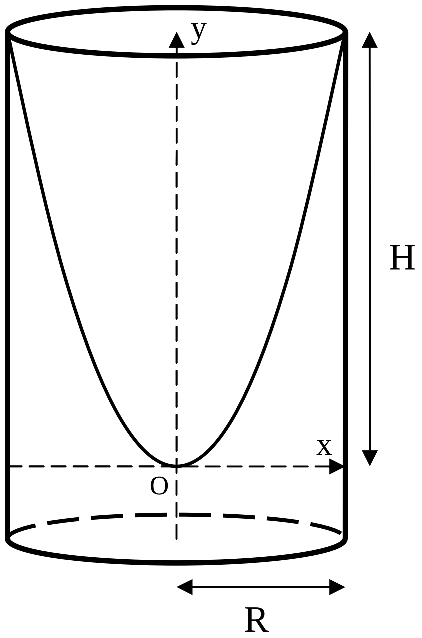


Abb. 1

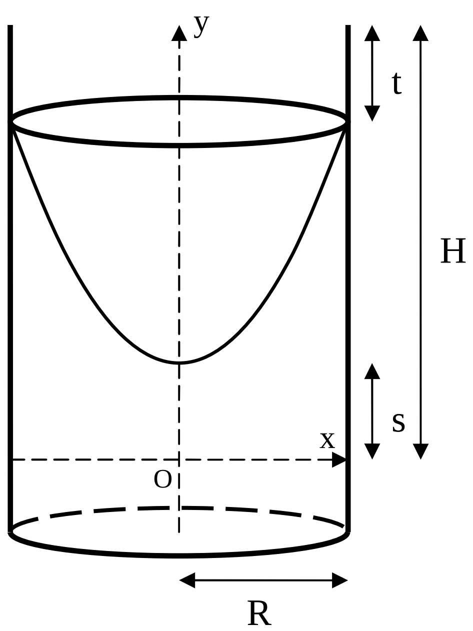


Abb. 2

Das Koordinatensystem ist so gewählt, dass die zu Abb. 1 gehörende Parabel die Gleichung $y = \frac{H}{R^2} x^2$ besitzt.

8 a) Betrachten Sie zunächst Abb. 1 und zeigen Sie mit Hilfe einer geeigneten Integration, dass folgende Aussage gilt: Das Volumen des Wassers ist im Bereich $0 \leq y \leq H$ halb so groß wie das Volumen eines Kreiszylinders mit Höhe H und Grundkreisradius R.

4 b) Die Rotationsgeschwindigkeit wird nun verringert. Die Wasseroberfläche nimmt dabei die in Abb. 2 dargestellte Form an.
Zeigen Sie unter Verwendung der Aussage aus Teilaufgabe 2a, dass der obere Rand des Wassers so weit absinkt, wie der Scheitel ansteigt, dass also gilt: $t = s$.

40

LM2. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG/STATISTIK

BE	**III.**
	1. In einer Gemeinschaftspraxis von Augenärzten ergab eine mehrjährige Auswertung der Patientenkartei, dass im Durchschnitt jeder 15. Patient an Grauem Star leidet.
2	a) Im Laufe eines Vormittags rufen unabhängig voneinander 15 Personen an und bitten um einen Termin. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat genau eine dieser Personen Grauen Star?
4	b) Wie viele Personen müssen unabhängig voneinander um einen Termin bitten, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % mindestens einer darunter ist, der an Grauem Star leidet?
4	2. Der Pharmakonzern Medicash forscht nach einem neuen Medikament. Es stehen 6 verschiedene Wirkstoffe zur Auswahl. Im Labor werden Testsubstanzen aus mindestens zwei Wirkstoffen gemischt, wobei von jedem beteiligten Wirkstoff jeweils genau ein Milligramm enthalten sein soll. Wie viele verschiedene Wirkstoffkombinationen sind möglich?
5	3. Ein Labor entwickelt einen neuen Impfstoff und testet ihn in einem Tierversuch mit 900 Mäusen. Mit dem Impfstoff werden nur dann klinische Studien durchgeführt, wenn sich dabei in weniger als 2 % der Fälle unerwünschte Nebenwirkungen zeigen. Bestimmen Sie für die Nullhypothese $H_0 : p \geq 2\ \%$ die Entscheidungsregel für den Test mit 900 Mäusen auf dem Signifikanzniveau von 1 %. Verwenden Sie die Normalverteilung als Näherung.
6	4. Ein Anteil $p \in]0;1[$ von Patienten leidet an der Infektion durch den M-Virus. Der Nachweis dieser Krankheit durch einen Bluttest ist nicht zuverlässig. Falls jemand vom M-Virus befallen ist, dann diagnostiziert der Bluttest dies nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 %. Falls jemand nicht infiziert ist, dann diagnostiziert der Bluttest in 5 % aller Fälle trotzdem eine M-Virusinfektion. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person tatsächlich infiziert ist, falls der Bluttest dies diagnostiziert, $\frac{90p}{85p+5}$ beträgt. Für welche Werte von p ist diese Wahrscheinlichkeit größer als 90 %?

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

5. In einer Spezialklinik hält sich jeder Patient (unabhängig von anderen Patienten) mindestens 3 Tage, höchstens aber 5 Tage auf. Die Verwaltung legt für die Aufenthaltsdauer X eines Patienten in Tagen folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung zugrunde:

k	3	4	5
P(X = k)	60 %	10 %	30 %

Jeder Patient zahlt für die Aufnahme 110 € Verwaltungsgebühr und 450 € pro Aufenthaltstag.

6 a) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsgröße Y: Einnahmen pro Patient (in €).

[Ergebnis: $E(Y) = 1775$; $\sigma_Y = 405$]

6 b) Die Klinik benötigt jährlich mindestens 4,4 Millionen Euro Einnahmen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei einer jährlichen Belegung von 2500 Patienten mindestens dieser Betrag erreicht? Nach dem zentralen Grenzwertsatz kann die Normalverteilung zugrunde gelegt werden.

6. Bei einer Bernoulli-Kette der Länge $n > 1$ und der Trefferwahrscheinlichkeit p ist die Wahrscheinlichkeit für genau 2 Treffer maximal, wenn $\mu = p \cdot n = 2$ gilt (Nachweis nicht erforderlich).

4 a) Zeigen Sie, dass für diese maximale Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von n gilt:

$$P(n) = (2 - \tfrac{2}{n})(1 - \tfrac{2}{n})^{n-2}.$$

3 b) Gegen welchen Grenzwert strebt $P(n)$ für $n \to \infty$?

(Hinweis: Der Grenzwert $\lim\limits_{\nu \to \infty} (1 + \frac{k}{\nu})^{\nu} = e^k$ für $k \in \mathbb{R}$ darf ohne Nachweis benutzt werden.)

40

BE	IV.

1. Im Raum, in dem die Abiturprüfungen für die Leistungskurse eines Gymnasiums abgehalten werden, befinden sich 20 Plätze, die in 5 Reihen zu je 4 Plätzen angeordnet sind. In jeder Reihe ist ein Fensterplatz.

3 a) Zeigen Sie, dass es ca. 800 Millionen Möglichkeiten gibt, die 9 Teilnehmer des Physik-Leistungskurses auf die 20 Plätze zu verteilen, wenn 2 der 5 Reihen frei bleiben sollen.

4 b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 12 Teilnehmer des Mathematik-Leistungskurses auf die 20 Plätze zu verteilen, wenn die 5 Fensterplätze besetzt sein sollen?

2. Nach dem schriftlichen Abitur trifft sich der Mathematik-Leistungskurs in der Eisdiele „La dolce vita“. Der Pächter Roberto ist gerade ungehalten, weil er in einem Karton 4 zerbrochene Eiswaffeln entdeckt hat. Roberto bekommt seine Eiswaffeln in Kartons zu je 48 Stück. Er berichtet, dass er schon von der letzten Lieferung aus 50 Kartons insgesamt 72 Waffeln wegwerfen musste, weil sie zerbrochen waren.

   Die Kollegiaten geraten ins Fachsimpeln. Im Folgenden wird angenommen, dass im Mittel der Anteil an zerbrochenen Waffeln genau dem aus der letzten Lieferung von 2400 Waffeln entspricht und dass die zerbrochenen Waffeln zufällig verteilt sind.

3 a) Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einem Karton genau 4 Waffeln zerbrochen sind?

[Ergebnis: 4,13 %]

4 b) Wie viele Kartons muss man mindestens öffnen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % wenigstens in einem Karton genau 4 zerbrochene Waffeln vorzufinden?

4 c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der zerbrochenen Waffeln in einer Lieferung von 50 Kartons um höchstens 12 vom Erwartungswert abweicht? Schätzen Sie diese Wahrscheinlichkeit mit der Ungleichung von Tschebyschow ab.

   Die Kollegiaten bieten Roberto an, die Vermutung zu testen, dass der Anteil an zerbrochenen Waffeln angestiegen ist. Dazu sollen 8 Kartons aus der neuen Lieferung zufällig ausgewählt und untersucht werden.

6 d) Bestimmen Sie mit Hilfe der Normalverteilung auf dem Signifikanzniveau von 5 % die Entscheidungsregel für den Test der Nullhypothese $H_0 : p \leq 3\,\%$, dass also der Anteil p der zerbrochenen Waffeln gegenüber der letzten Lieferung nicht gestiegen ist.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

3. Nach der Durchführung des Tests spendiert Roberto jedem der 12 Kollegiaten eine Riesenkugel Eis, wobei jeder zwischen den Geschmacksrichtungen Erdbeere, Vanille und Schokolade wählen kann.

3 a) Roberto notiert nur, wie oft jede Sorte gewünscht wird. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

4 b) Die Kollegiaten wählen achtmal Schokolade und je zweimal Erdbeere und Vanille. Roberto hat sich nicht gemerkt, wer welche Sorte bestellt hat, und gibt jedem rein zufällig eine Eiswaffel mit einer Riesenkugel in die Hand. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt jeder das gewünschte Eis, ohne dass anschließend getauscht werden muss?

4. Roberto hat sich ein Rabattsystem für seine Stammkunden ausgedacht, bei dem die Höhe des Rabatts durch gleichzeitiges Werfen von zwei gleichen Laplace-Würfeln bestimmt wird, von denen jeder 4 gelbe und 2 rote Seitenflächen hat. Von den gelben Flächen tragen jeweils drei die Aufschrift 10 % und eine 15 %. Die beiden roten Flächen sind jeweils mit 15 % und mit 50 % beschriftet.
Man bekommt genau dann einen Rabatt, wenn beide Würfel die gleiche Farbe zeigen. Die Höhe des Rabatts ist das Maximum der beiden geworfenen Prozentzahlen.

3 a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Stammkunde nach dem Werfen der beiden Würfel einen Rabatt bekommt?

6 b) Wie viel Prozent Rabatt räumt Roberto seinen Stammkunden nach diesem Verfahren im Mittel ein?

40

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

BE

V.

1. Gegeben ist in einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ die Ebenenschar $E_k: kx_1 + k^2x_2 + 2x_3 - k^2 = 0$ mit $k \in \mathbb{R}$ als Scharparameter.

4 a) Ermitteln Sie, für welche Werte von k die Ebene E_k den Punkt $P(1|2|-3)$ und zugleich den Punkt $Q(0|1|0)$ enthält.

5 b) Die beiden Ebenen E_2 und E_{-3} schneiden sich in einer Geraden g. Ermitteln Sie eine Gleichung von g in Parameterform und den Schnittwinkel der beiden Ebenen auf eine Dezimale gerundet.

[mögliches Teilergebnis: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$]

4 c) Mit $e(k)$ werde der Betrag des Abstands der Ebene E_k vom Koordinatenursprung bezeichnet. Zeigen Sie, dass $e(k) = \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + k^4 + 4}}$ und dass $e(k) < 1$ ist.

5 d) Es gibt zwei Scharebenen, deren Schnittwinkel mit der x_3-Achse 30° beträgt. Ermitteln Sie die zugehörigen Werte von k.

3 e) Untersuchen Sie, ob die Gerade g aus Teilaufgabe 1b senkrecht auf einer Ebene der Schar E_k steht.

2. Nun ist weiter die Kugel K mit dem Mittelpunkt $M(1|2|3)$ und dem Radius $r = 6$ gegeben. Die Scharebene E_{-1} schneidet die Kugel K in einem Kreis k_s mit dem Mittelpunkt N und dem Radius r_s.

6 a) Berechnen Sie die Koordinaten von N und den Radius r_s.

[Ergebnis: $N(2|1|1)$; $r_s = \sqrt{30}$]

4 b) Zeigen Sie, dass der Punkt $R(3|6|-1)$ auf dem Schnittkreis k_s liegt, und stellen Sie eine Gleichung der Tangentialebene T auf, die die Kugel K im Punkt R berührt.

[mögliches Teilergebnis: $T: x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 17 = 0$]

5 c) Die Ebene E_{-1} und die Tangentialebenen an die Kugel K in allen Punkten des Schnittkreises k_s begrenzen einen geraden Kreiskegel. Berechnen Sie das Volumen dieses Kegels.

4 d) Zeigen Sie, dass der Punkt $U(3|-2|-1)$ auf der Kugel K und innerhalb des Kreiskegels liegt.

40

BE

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ ist die Ebenenschar

$$E_t : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda, \tau \in \mathbb{R} \text{ und } t \in \mathbb{R} \text{ gegeben.}$$

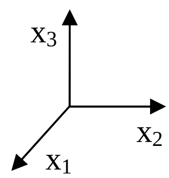
5 1. a) Bestimmen Sie eine Gleichung von E_t in Normalenform. Begründen Sie, dass alle Ebenen der Schar zueinander parallel sind.
[mögliches Teilergebnis: $E_t : 2x_1 + x_2 - 2x_3 - t = 0$]

3 b) Berechnen Sie den Winkel φ, unter dem jede Ebene der Schar E_t die x_1x_2-Ebene schneidet, auf eine Dezimale gerundet.

6 c) Die Ebene L enthält die x_2-Achse und ist Lotebene zur Ebene E_t. Ermitteln Sie eine Gleichung von L in Normalenform und geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s_t von L und E_t in Parameterform an. [mögliches Teilergebnis: $L : x_1 + x_3 = 0$]

2. Die Ebene E_t schneidet die x_1-Achse im Punkt A_t, die x_2-Achse im Punkt B_t und die x_3-Achse im Punkt C_t. Diese Punkte und der Ursprung O sind für $t \neq 0$ die Ecken einer Pyramide Π_t.

5 a) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A_t, B_t und C_t und zeichnen Sie in einem Koordinatensystem (vgl. Skizze) für $t = -8$ die Pyramide Π_{-8} ein.
[Teilergebnis: $A_t(\frac{t}{2}|0|0)$; $B_t(0|t|0)$; $C_t(0|0|-\frac{t}{2})$]



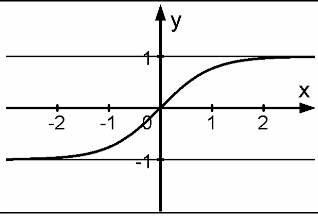
7 b) Zeigen Sie, dass die Pyramide Π_t den Oberflächeninhalt t^2 besitzt, und ermitteln Sie das Volumen V_t von Π_t in Abhängigkeit von t.

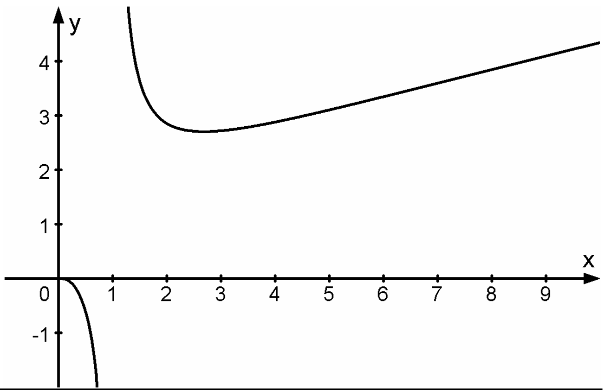
4 c) Die Ebene $F: 2x_2 = t$ liegt parallel zu einer Seitenfläche und zerlegt Π_t in zwei Teilkörper. Berechnen Sie das Verhältnis ihrer Volumina.

5 d) Zeigen Sie, dass die Kugel K mit dem Mittelpunkt $N_t(\frac{t}{8}|\frac{t}{8}|-\frac{t}{8})$ und dem Radius $\rho_t = \frac{|t|}{8}$ die Inkugel der Pyramide Π_t ist, also alle Begrenzungsflächen von Π_t von innen berührt.

5 e) Die Ecken der Pyramide Π_t liegen auf einer Kugel (Umkugel) mit dem Mittelpunkt $M(m_1|m_2|m_3)$ und dem Radius r.
Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass gilt: $m_2 = \frac{t}{2}$.
Geben Sie m_1 sowie m_3 an und berechnen Sie r.

40

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	6	$x = 0$ ist einzige Nullstelle. G_f ist punktsymmetrisch zum Ursprung.
b)	8	$f'(x) = \dfrac{4}{(e^x + e^{-x})^2} > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$. $f(1) \approx 0{,}76;\ f'(0) = 1$ 
c)	2	$F(x) = \ln(e^x + e^{-x})$
d)	5	$D_{f^{-1}} =]-1;1[$
2. a)	3	$\lim\limits_{t\to\infty} v(t) = 50;\ 50\,\frac{m}{s}$ ist die Grenzgeschwindigkeit.
b)	4	$t \approx 11{,}5$
c)	4	$\int\limits_0^{11,5} v(t)dt = 250 \cdot \int\limits_0^{2,3} f(x)dx \approx 404$
3. a)	4	-----
b)	4	Aus $\lvert h(x)\rvert < 1$ folgt mit Teilaufgabe 3a: $h'(x) > 0$. Widerspruch zum Monotonieverhalten in den Bereichen $-1 < y < 1$ (Steigen) und $y > 1$ (Fallen).
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	4	$\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=0$; $\lim\limits_{x\to 1-} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1+} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$
b)	6	f streng monoton abnehmend für $0<x<1$ und für $1<x<e$; f streng monoton zunehmend für $x>e$; Tiefpunkt $E(e\,\|\,e)$
c)	6	$f''(x)=\dfrac{2-\ln x}{x(\ln x)^3}$; $W(e^2\,\|\,\frac{e^2}{2})$
d)	6	$\lim\limits_{x\to 0+} f'(x)=0$ 
e)	6	$\int\limits_1^2 \frac{x}{x-1}dx=\int\limits_1^2\left(1+\frac{1}{x-1}\right)dx=\infty$ Für $x>1$ gilt $\frac{x}{x-1}<f(x)$; $\int\limits_1^2 f(x)dx=\infty$
2. a)	8	-----
b)	4	$\frac{1}{2}R^2\pi H=R^2\pi s+\frac{1}{2}R^2\pi\cdot(H-t-s)$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.III

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$B(15;\frac{1}{15};1) \approx 38{,}1\ \%$
b)	4	$1-(\frac{14}{15})^n > 0{,}9$; mindestens 34 Personen
2.	4	57
3.	5	$P_{0,02}^{900}(X \le k) \approx \Phi\left(\frac{k-18+0{,}5}{4{,}2}\right) \le 0{,}01$ H_0 soll abgelehnt werden, falls bei höchstens 7 Mäusen der Stichprobe unerwünschte Nebenwirkungen auftreten.
4.	6	$P_T(M) = \frac{0{,}9p}{0{,}9p + 0{,}05(1-p)}$; $P_T(M) > 90\,\%$ für $p > \frac{1}{3}$
5. a)	6	-----
b)	6	$P(Z \ge k) \approx 1-\Phi(\frac{k-\mu}{\sigma}) \approx 96{,}8\ \%$, wobei $\mu = 2500 \cdot 1775$, $\sigma = 50 \cdot 405$ und $k = 4{,}4 \cdot 10^6$.
6. a)	4	Umformung von $B(n;\frac{2}{n};2)$
b)	3	$2e^{-2}$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.IV

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	3	$\binom{5}{2} \cdot \binom{12}{9} \cdot 9! = 798\,336\,000$
b)	4	$\binom{5}{5} \cdot \binom{15}{7} \cdot 12! \approx 3{,}08 \cdot 10^{12}$
2. a)	3	-----
b)	4	$1 - 0{,}9587^{n} > 0{,}9$; mindestens 55 Kartons
c)	4	$P(\lvert X - 72 \rvert \le 12) > 51{,}5\,\%$
d)	6	$H_0 : p \le 3\,\%$; $\overline{A} = \{k+1; \ldots; 384\}$ $P_{0,03}^{384}(X \ge k+1) \approx 1 - \Phi\left(\frac{k - 11{,}52 + 0{,}5}{\sqrt{11{,}1744}}\right) \le 0{,}05 \Rightarrow k \ge 17$ Die Nullhypothese wird abgelehnt, falls mindestens 18 Waffeln der Stichprobe zerbrochen sind.
3. a)	3	$\binom{3+12-1}{12} = 91$
b)	4	$\frac{8! \cdot 2! \cdot 2!}{12!} = \frac{1}{2970} \approx 0{,}034\,\%$
4. a)	3	$\frac{5}{9}$
b)	6	$P(„50\,\%“) = \frac{1}{12}$; $P(„15\,\%“) = \frac{2}{9}$; $P(„10\,\%“) = \frac{1}{4}$ mittlerer Rabatt: 10 %
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM3.V

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	4	$k = -3 \vee k = 2$
b)	5	44,3°
c)	4	-----
d)	5	$k = -\sqrt{3} \vee k = \sqrt{3}$
e)	3	g steht auf keiner Ebene der Schar senkrecht.
2. a)	6	-----
b)	4	-----
c)	5	$V = 50\sqrt{6} \cdot \pi$
d)	4	z. B.: $\overline{NU} < r_S$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM3.VI

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	Normalenvektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ unabhängig von t
b)	3	$\varphi \approx 48{,}2°$
c)	6	$s_t : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix},\ \nu \in \mathbb{R}$
2. a)	5	-----
b)	7	$V_t = \frac{1}{24} \lvert t \rvert^3$
c)	4	$1:7$
d)	5	-----
e)	5	$m_1 = \frac{t}{4};\ m_3 = -\frac{t}{4};\ r = \frac{1}{4}\sqrt{6}\,\lvert t \rvert$
	40	