LM1. INFINITESIMALRECHNUNG

BE

I.

1. Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{\ln(x^2)}{x}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

6 a) Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten von G_f. Bestimmen Sie die Nullstellen von f und das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs.

7 b) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte von G_f mit waagrechter Tangente und skizzieren Sie G_f unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse in ein Koordinatensystem.

7 c) Zeigen Sie, dass für alle $u > 1$ gilt: $\int_{\frac{1}{u}}^{u} f(x)dx = 0$. Interpretieren Sie das Ergebnis der Integration am Graphen von f.

2. Betrachtet wird die Funktion K mit dem Term $K(v) = \frac{v}{\frac{v^2}{2a} + tv + s}$, $v \in \mathbb{R}^+$, und den positiven Parametern a, t und s.

K beschreibt in einem idealisierten Modell die sogenannte Kapazität einspuriger Straßen, das ist die Anzahl der Fahrzeuge, die bei genauer Einhaltung des Sicherheitsabstandes pro Zeiteinheit eine bestimmte Stelle passieren können. In diesem Modell wird vereinfachend angenommen, dass alle Fahrzeuge mit der gleichen Geschwindigkeit v fahren und außerdem die Parameter a (Bremsverzögerung), t (Reaktionszeit des Fahrers) und s (Fahrzeuglänge) für alle Fahrzeuge der Kolonne gleich sind.

3 a) Bestimmen Sie die Grenzwerte von $K(v)$ für $v \to 0$ und $v \to \infty$.

8 b) Zeigen Sie, dass $K(v)$ für $v = v_{max} = \sqrt{2as}$ maximal wird. Berechnen Sie v_{max} in $\frac{km}{h}$ für $a = 4{,}0\,\frac{m}{s^2}$ (regennasse Fahrbahn) und $s = 4{,}5\ m$.

4 c) Begründen Sie am Term K(v), dass die Kapazität bei zunehmender Fahrzeuglänge s abnimmt, wenn v, a und t konstant bleiben. Begründen Sie ebenfalls am Term, dass die Kapazität zunimmt, wenn die Bremsverzögerung a zunimmt und v, t und s konstant bleiben. Erläutern Sie letztere Aussage im Anwendungszusammenhang.

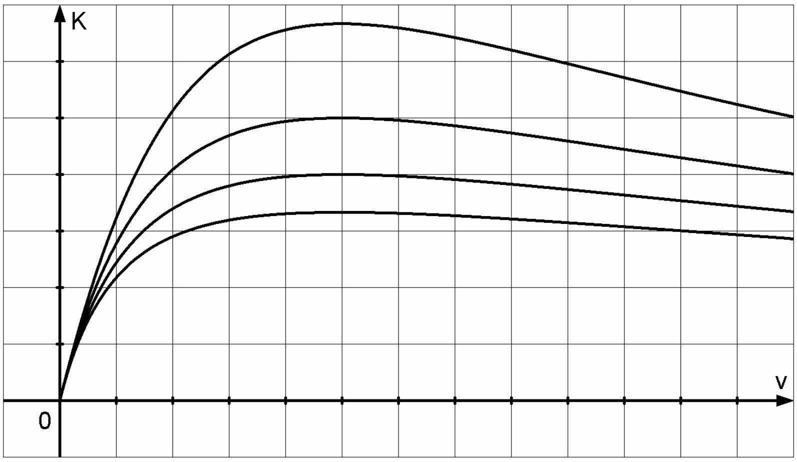
(Fortsetzung nächste Seite)

BE

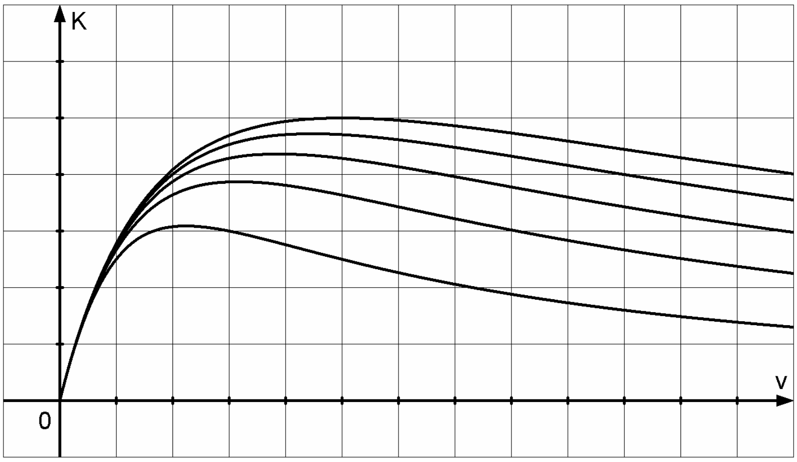
5

d) Die drei Diagramme (I), (II) und (III) zeigen den Verlauf von Schargraphen der Funktion K. In jedem dieser Diagramme variiert genau einer der Parameter a, t und s, während die anderen beiden Parameter konstant bleiben. Geben Sie für jedes der drei Diagramme an, welcher der Parameter variiert. Begründen Sie Ihre Antwort, z. B. mit Hilfe der Ergebnisse der Teilaufgaben 2b und 2c.

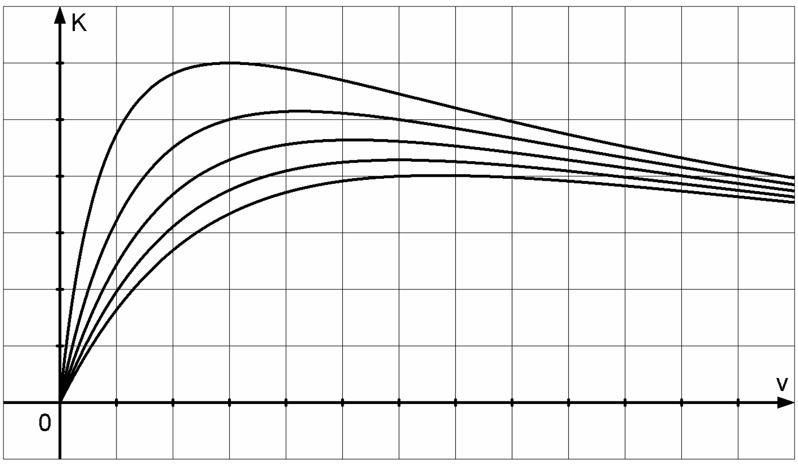
(I)



(II)



(III)



40

BE

II.

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto e^{1-0,5x^2}$ mit Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}$.
Die Abbildung auf der folgenden Seite zeigt den Graphen G_f von f.

4 1. a) Untersuchen Sie G_f rechnerisch auf Symmetrie und Schnittpunkte mit den Achsen. Bestimmen Sie das Verhalten von f für $x \to +\infty$ und $x \to -\infty$.

6 b) Zeigen Sie, dass gilt: $f''(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{1-0,5x^2}$.
Bestimmen Sie durch Rechnung das Monotonieverhalten von f und die Koordinaten der Wendepunkte.

2. Die Integralfunktion F ist definiert durch $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, $x \in \mathbb{R}$.

8 a) Untersuchen Sie das Symmetrie-, Monotonie- und Krümmungsverhalten des Graphen von F. Bestimmen Sie aus der Abbildung mit Hilfe des Gitternetzes Näherungswerte für $F(\frac{1}{2})$, F(1), F(2) und F(4). Tragen Sie den Graphen von F im Bereich $x \in [-4;4]$ in die gegebene Abbildung ein.

5 b) Für $x > 1$ gilt offensichtlich $xe^{1-0,5x^2} > e^{1-0,5x^2}$. Zeigen Sie damit, dass $\int_4^\infty f(x)dx < 10^{-3}$ ist.
Was folgt für die Funktionswerte von F für $x \geq 4$?

3. Die Funktion f soll im Folgenden in einer Umgebung von $x = 0$ durch eine Polynomfunktion p mit dem Term $p(x) = ax^4 + bx^2 + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, angenähert werden.

6 a) Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b und c so, dass f und p an der Stelle $x = 0$ im Funktionswert und in den Werten der 1. bis einschließlich 4. Ableitung übereinstimmen.
Ohne Nachweis darf verwendet werden: $f'''(0) = 0$, $f''''(0) = 3e$

[Zur Kontrolle: $p(x) = e \cdot (\frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1)$]

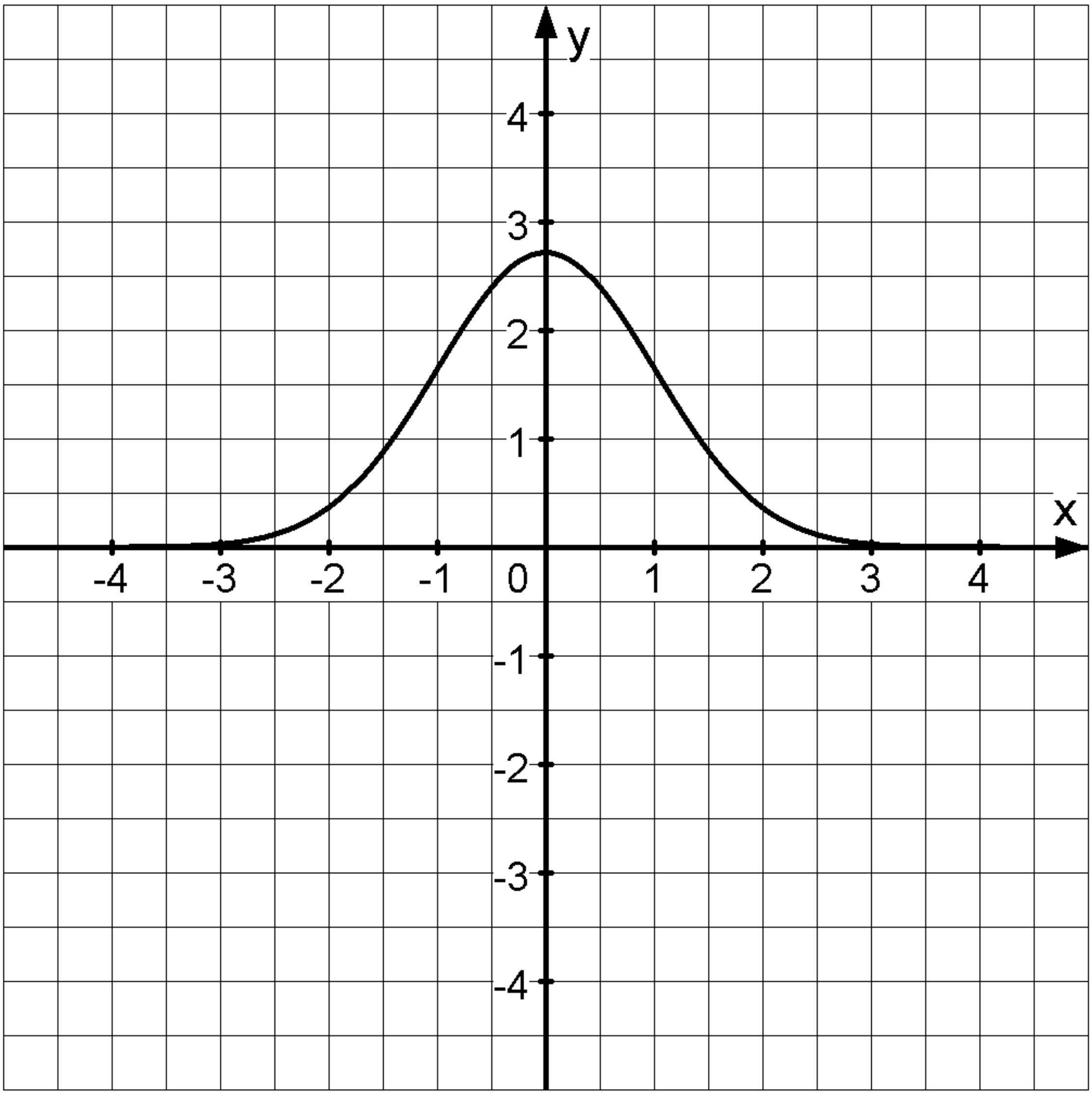
5 b) Zeigen Sie, dass p keine Nullstelle besitzt. Berechnen Sie den Inhalt A der Fläche, die von den Koordinatenachsen, dem Graphen von p und der Geraden $x = 1$ eingeschlossen wird, auf 4 Dezimalen gerundet.

[Zur Kontrolle: $A \approx 2,3332$]

(Fortsetzung nächste Seite)

BE
6
40

c) Bestimmen Sie nun den Wert des Integrals $\int_0^1 f(x)\,dx$ mit Hilfe der Gauß'schen φ-Funktion ($\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0{,}5x^2}$) und dem stochastischen Tafelwerk. Um wie viel Prozent weicht der Näherungswert aus Teilaufgabe 3b von diesem Ergebnis ab?

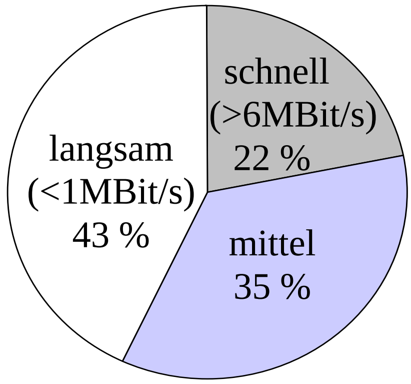


LM2. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG/STATISTIK

BE

III.

In einer Region haben 60 % der Haushalte einen Internetanschluss. Das Diagramm veranschaulicht die Anteile der Zugangsgeschwindigkeiten unter den Haushalten mit Internetanschluss in dieser Region.
Im Auftrag eines Providers (Internetdienstanbieters) wird unter allen Haushalten dieser Region eine Umfrage zur Nutzung des Internets durchgeführt.



1. Zunächst werden 25 Haushalte der Region zufällig ausgewählt.

2 a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als die Hälfte der ausgewählten Haushalte einen Internetanschluss besitzt?

5 b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den ausgewählten Haushalten mindestens zwei einen schnellen Internetzugang besitzen?

Tatsächlich lassen sich die 25 ausgewählten Haushalte wie in der Tabelle angegeben in vier Gruppen einteilen. Als Dank für die Teilnahme an der Umfrage werden drei Preise unter den 25 Umfrageteilnehmern verlost, wobei jeder Haushalt höchstens einen Preis erhalten kann.

kein Internet	langsam	mittel	schnell
9	7	5	4

4 c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fallen nicht alle drei Preise an Haushalte mit Internetanschluss?

5 d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält eine der vier Gruppen alle drei Preise?

4 2. Wie viele Haushalte dieser Region müssen mindestens zufällig ausgewählt werden, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % wenigstens ein Haushalt mit schnellem Internetzugang darunter befindet?

6 3. Der Provider beabsichtigt, in dieser Region eine Werbekampagne durchzuführen, da er vermutet, dass höchstens 40 % der Haushalte mit langsamem Internetzugang wissen, dass ein schnellerer Zugang technisch möglich ist. Um diese Vermutung zu testen, werden 50 Haushalte mit langsamem Internetzugang zufällig ausgewählt und befragt. Der Provider möchte möglichst vermeiden, dass die Werbekampagne aufgrund des Testergebnisses irrtümlich unterlassen wird.
Geben Sie die hierfür geeignete Nullhypothese an und ermitteln Sie die zugehörige Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von 5 %.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

7 4. Durch eine telefonische Befragung von Haushalten ohne Internetanschluss untersucht der Provider, inwiefern die finanzielle Situation der Grund für den Verzicht auf das Internet ist. Damit die angerufenen Personen bei diesem sensiblen Thema wahrheitsgemäß antworten, wird ein zweischrittiges Verfahren angewandt, das dem Interviewer die finanzielle Situation des einzelnen Befragten nicht offenlegt. Dies wird den angerufenen Personen zunächst erläutert.

Im ersten Schritt des Verfahrens wird die angerufene Person gebeten, zweimal eine Münze zu werfen, sich das Ergebnis zu merken, es aber nicht dem Interviewer mitzuteilen. In einem zweiten Schritt werden der Person zwei Fragen A und B vorgelesen. Wurde zweimal Zahl geworfen, so ist im Anschluss die Antwort zu Frage A zu nennen, andernfalls die Antwort zu Frage B. Dabei wird dem Interviewer nur „ja“ oder „nein“ als Antwort weitergegeben.

Frage A: „Spielen ausschließlich finanzielle Gründe eine Rolle bei Ihrem bisherigen Verzicht auf einen Internetanschluss?“

Frage B: „Spielen nicht-finanzielle Gründe eine Rolle bei Ihrem bisherigen Verzicht auf einen Internetanschluss?“

Von den befragten Haushalten antworteten 68 % mit „ja“. Daraus ermittelt der Provider einen Schätzwert p für den Anteil der Haushalte, die ausschließlich aus finanziellen Gründen keinen Internetanschluss haben, unter allen befragten Haushalten. Bestimmen Sie den Schätzwert p mit Hilfe eines Baumdiagramms.

5. Der Provider bietet seinen Kunden die beiden folgenden Tarife an:

FLAT: Zeitlich unbegrenzte Internetnutzung für monatlich 35 €.

TIME: Monatlich 10,50 € für bis zu 20 Stunden Internetnutzung im Monat, zuzüglich 1,40 € für jede weitere angefangene Stunde.

2 a) Entscheiden Sie, welcher der beiden Tarife in einem Monat mit einer Nutzungsdauer von 37 Stunden 15 Minuten günstiger ist.

5 b) Im letzten Monat waren die TIME-Kunden durchschnittlich 27,5 Stunden im Internet, wobei deren Nutzungsdauer normalverteilt ist. 4 % dieser Kunden wären im letzten Monat mit dem Tarif FLAT günstiger gefahren. Bestimmen Sie die zugehörige Standardabweichung der Zufallsgröße „Nutzungsdauer eines TIME-Kunden“.

40

BE

IV.

In einem Molkereibetrieb wird Fruchtjoghurt hergestellt und in Becher abgefüllt.

1. Einer Handelskette wurde vertraglich zugesichert, dass maximal 1 % der Becher einen defekten Deckel besitzen. Normalerweise kann dieser Qualitätsstandard leicht eingehalten werden. Eines Tages stellt sich bei einer Qualitätskontrolle in der Molkerei heraus, dass 4 % der Joghurtbecher einen defekten Deckel aufweisen. Bei einem schon beladenen Lkw ist ungewiss, ob die Joghurtbecher bereits aus der Produktion mit dem erhöhten Anteil an defekten Deckeln stammen. Deshalb wird der Ladung eine Stichprobe entnommen und untersucht.

5 a) Falls bei einer Stichprobe aus 100 Bechern mindestens zwei Becher einen defekten Deckel haben, wird der Lkw in der Molkerei wieder entladen, andernfalls wird die Lieferung freigegeben.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung freigegeben wird, obwohl sie einen erhöhten Anteil an Joghurtbechern mit defektem Deckel aufweist?
Wie groß kann die Wahrscheinlichkeit für ein unnötiges Entladen des Lkws bei Einhaltung des zugesicherten Qualitätsstandards maximal werden?

5 b) Um das Risiko einer fälschlichen Auslieferung noch kleiner zu machen, soll die Lieferung nur dann freigegeben werden, wenn sich kein defekter Deckel in einer Stichprobe der Länge n befindet.
Bestimmen Sie n so, dass dieses Risiko nach der neuen Regel höchstens 1 % beträgt.

In dem Molkereibetrieb werden täglich gleich viele Becher der Sorten Erdbeere, Kirsche, Heidelbeere und Ananas abgefüllt. Für jede Sorte gibt es eine eigene Abfüllmaschine.

2. Bei einer Tagesproduktion, bei der erneut insgesamt 4 % der Becher einen defekten Deckel aufweisen, fällt auf, dass unter den Erdbeerjoghurtbechern sogar jeder zehnte Deckel fehlerhaft ist.

6 a) Bestimmen Sie den Anteil der Becher mit defektem Deckel unter allen Bechern, die keinen Erdbeerjoghurt enthalten.
Klären Sie, ob es durch Absenken des Ausschussanteils allein beim Erdbeerjoghurt gelingen kann, den zugesicherten Qualitätsstandard von insgesamt höchstens 1 % Ausschussanteil wieder einzuhalten.

4 b) Alle Becher mit defektem Deckel dieser Tagesproduktion werden aussortiert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält ein Becher, der zufällig aus den verbleibenden Bechern ausgewählt wird, Erdbeerjoghurt?

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

3. Jede der vier Abfüllmaschinen wird von einer Person bedient. Die Produktion läuft im Drei-Schicht-Betrieb, so dass täglich 12 Personen benötigt werden. Unter den 12 Personen, die für die drei Schichten eingeteilt werden sollen, befinden sich genau ein Ehepaar und insgesamt drei Frauen.

3 a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die 12 Personen für die drei Schichten eines Tages einzuteilen, wenn zwischen den Maschinen nicht unterschieden wird?

8 b) Die 12 Personen werden zufällig auf die drei Schichten verteilt. Untersuchen Sie die Ereignisse A: „Das Ehepaar ist gemeinsam in einer Schicht“ und B: „Die drei Frauen sind gemeinsam in einer Schicht“ auf stochastische Unabhängigkeit.

4. Die Handelskette verkauft die Joghurtbecher regulär zu einem Preis von 39 Cent. Erfahrungsgemäß wird ein Joghurtbecher am letzten Tag der angegebenen Mindesthaltbarkeit bei regulärem Preis mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % noch verkauft. Reduziert man hingegen den Preis auf 19 Cent, so erhöht sich diese Wahrscheinlichkeit auf 80 %.
In einer Filiale sind von einer Lieferung von 750 Joghurtbechern am letzten Tag der angegebenen Mindesthaltbarkeit 120 noch nicht verkauft.

3 a) Mit welcher Einnahme für die gesamte Lieferung kann die Filiale jeweils rechnen, wenn sie den Preis auf 19 Cent reduziert bzw. wenn sie ihn unverändert lässt?

6 b) Die Filiale entscheidet sich für eine Preisreduzierung auf 19 Cent und verkauft 95 von den 120 Bechern. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hätte sich bei unverändert gelassenem Preis ein höherer Erlös erzielen lassen? Rechnen Sie mit der Normalverteilung als Näherung.

40

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

BE

V.

Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ die Punkte $A(1|2|3)$, $B(5|0|-1)$ und $D(-1|6|-1)$ sowie $S_t(1-t|8|t)$ mit $t \in \mathbb{R} \setminus \{9\}$ als Parameter.

5 1. a) Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und D eine Ebene E bestimmen, und ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.

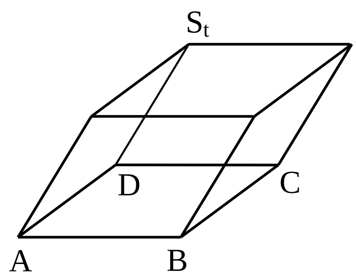
[Zur Kontrolle: $E: 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 9 = 0$]

4 b) Weisen Sie nach, dass sich die Punkte A, B und D durch einen vierten Punkt C zu einem Quadrat ABCD ergänzen lassen, und berechnen Sie den Diagonalenschnittpunkt M dieses Quadrats.

[Teilergebnis: $M(2|3|-1)$]

5 c) Für welchen Wert von t ist die Entfernung von S_t zu M minimal?

2. Das Quadrat ABCD als Begrenzungsfläche und die Strecke $[DS_t]$ als Seitenkante bestimmen ein Parallelflach.



6 a) Berechnen Sie alle Werte von t, für die das Parallelflach den Rauminhalt V = 144 hat.

3 b) Bestimmen Sie t so, dass das Parallelflach ein Quader ist.

Nun sei $t = 1$. Die durch die Punkte A, D und S_1 festgelegte Seitenfläche des Parallelflachs liegt in der Ebene $F: 2x_1 - x_3 + 1 = 0$.

7 c) Im Punkt $T(1|5|3)$ dieser Seitenfläche wird ein Lot errichtet. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes U, in dem das Lot die Ebene E schneidet, und zeigen Sie, dass U nicht im Innern des Quadrats ABCD liegt.

3 d) Ermitteln Sie den Schnittwinkel der Ebenen E und F.

7 3. K sei die Kugel, die den Punkt M aus Teilaufgabe 1b als Mittelpunkt und den Radius $r = 3$ hat. Sie wird durch eine zentrische Streckung mit A als Zentrum und dem Streckungsfaktor -2 auf die Kugel K' abgebildet. Ermitteln Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M' von K' sowie den maximalen Abstand, den zwei Punkte P und P' haben können, wenn P auf K und P' auf K' liegt.

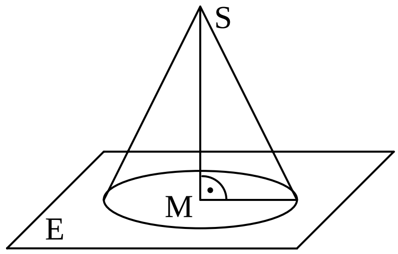
40

BE

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind die Punkte $M(-2\,|\,4\,|\,1)$, $S(6\,|\,8\,|\,9)$, $P(4\,|\,-8\,|\,1)$ sowie die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, gegeben.

Die Strecke $[MS]$ ist die Höhe eines geraden Kreiskegels. Sein Grundkreis k um den Punkt M hat den Radius $6\sqrt{5}$ und liegt in der Ebene E.



5 1. a) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform und zeigen Sie, dass der Punkt P auf dem Grundkreis k liegt.

[Zur Kontrolle: $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2 = 0$]

7 b) Zeigen Sie, dass die Gerade g in der Ebene E liegt, und bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte R und T von g und k. (Der Punkt mit positiver x_1-Koordinate wird mit R bezeichnet.)

[Teilergebnis: $R(8\,|\,0\,|\,-7)$, $T(-10\,|\,0\,|\,11)$]

6 c) Die Gerade g teilt den Grundkreis k in einen kurzen und einen langen Kreisbogen. Berechnen Sie den Winkel φ, den die Vektoren $\overrightarrow{PR}$ und $\overrightarrow{PT}$ einschließen, und geben Sie an, auf welchem der beiden Bögen der Punkt P liegt. Begründen Sie Ihre Antwort.

4 2. a) Die Spiegelung der Geraden g an M ergibt die Gerade g'. Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von g' mit k.

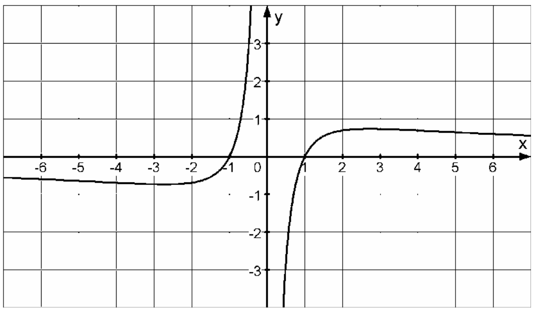
[Teilergebnis: $(-12\,|\,8\,|\,9)$]

3 b) Begründen Sie ohne Rechnung, dass die Punkte, in denen die Geraden g und g' den Kreis k schneiden, ein Rechteck bilden.

7 c) Das Rechteck aus Teilaufgabe 2b bestimmt zusammen mit dem Punkt S eine Pyramide. Wie viel Prozent des Kegelvolumens füllt diese Pyramide aus?

8 3. Die Spitze S des Kegels wird geradlinig mit dem in der Ebene E liegenden Punkt $Q(2\,|\,-20\,|\,9)$ verbunden. Auf der Strecke $[SQ]$ bewegt sich der Mittelpunkt einer Kugel mit Radius 3 auf die Ebene E zu. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B, in dem die Kugel die Ebene E berührt.

40

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	6	Punktsymmetrie zum Ursprung Nullstellen: $x_{1/2} = \pm 1$ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0, \ \lim\limits_{x\to 0-} f(x) = +\infty, \ \lim\limits_{x\to 0+} f(x) = -\infty$
b)	7	$(-e \mid -\frac{2}{e}), \ (e \mid \frac{2}{e})$ 
c)	7	$\int \frac{\ln(x^2)}{x} dx = (\ln x)^2 + C$ für $x > 0$
2. a)	3	$\lim\limits_{v\to 0} K(v) = 0, \ \lim\limits_{v\to\infty} K(v) = 0$
b)	8	$K'(v) = \dfrac{s - \frac{v^2}{2a}}{(\frac{v^2}{2a} + tv + s)^2}$ $v_{max} \approx 22 \frac{km}{h}$
c)	4	Je größer die Bremsverzögerung ist, desto kleiner ist der notwendige Sicherheitsabstand, also desto größer die Kapazität.
d)	5	(I): t variiert, (II): a variiert, (III): s variiert. Nur bei (I) ist v_{max} parameterunabhängig. Bei (II) kann also nur a oder s variieren. Hier hat der Graph mit größerem v_{max} (der damit wegen Teilaufgabe 2b zum größeren Parameterwert gehört) für jeden Wert von v den größeren Funktionswert; wegen Teilaufgabe 2c variiert also die Bremsverzögerung a.
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM1.II

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	4	Achsensymmetrie zur y-Achse einziger Achsenschnittpunkt $S_y(0\,\vert\,e)$ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$
b)	6	f nimmt streng monoton zu für $x \le 0$ und streng monoton ab für $x \ge 0$. $W_1(-1\,\vert\,\sqrt{e})$, $W_2(1\,\vert\,\sqrt{e})$
2. a)	8	Der Graph von F ist punktsymmetrisch zum Ursprung, streng monoton steigend, linksgekrümmt für $x \le 0$ und rechtsgekrümmt für $x \ge 0$. Zur Orientierung: $1{,}2 \le F(\frac{1}{2}) \le 1{,}4$, $2{,}2 \le F(1) \le 2{,}4$, $3{,}1 \le F(2) \le 3{,}4$, $3{,}2 \le F(4) \le 3{,}6$
b)	5	$F(x) < F(4) + 0{,}001$
3. a)	6	-----
b)	5	-----
c)	6	$f(x) = \sqrt{2\pi} \cdot e \cdot \varphi(x)$ $\int_0^1 f(x)dx \approx 2{,}3258$; Abweichung ca. $0{,}3\%$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.III

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$P_{0,6}^{25}(Z \leq 12) \approx 15{,}4\ \%$
b)	5	$P_{0,132}^{25}(Z \geq 2) \approx 86{,}1\ \%$
c)	4	$1 - \frac{\binom{16}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 75{,}7\ \%$
d)	5	$\frac{\binom{9}{3}+\binom{7}{3}+\binom{5}{3}+\binom{4}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 5{,}8\ \%$
2.	4	$(1-0{,}132)^n < 0{,}01$; mindestens 33 Haushalte
3.	6	$H_0: p \leq 0{,}4$ Die Nullhypothese wird abgelehnt, d. h. die Werbekampagne wird unterlassen, wenn mindestens 27 der befragten Haushalte von der Möglichkeit eines schnellen Zugangs wissen.
4.	7	$\frac{1}{4} \cdot p + \frac{3}{4} \cdot (1-p) = 68\ \% \Rightarrow p = 0{,}14$ Schätzwert: 14 %
5. a)	2	Bei TIME muss er $10{,}50\ € + 18 \cdot 1{,}40\ € = 35{,}70\ €$ bezahlen. Somit ist der Tarif FLAT günstiger.
b)	5	Bei mehr als 37 Stunden Nutzungsdauer ist der Tarif FLAT günstiger. $P(X > 37) = 1 - \Phi(\frac{37-27{,}5}{\sigma}) = 0{,}04$ $\sigma \approx 5{,}4$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.IV

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	$P_{0,04}^{100}(Z \le 1) \approx 8{,}7\ \%$ $P_{0,01}^{100}(Z \ge 2) \approx 26{,}4\ \%$
b)	5	$0{,}96^n \le 0{,}01;\ \ n \ge 113$
2. a)	6	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{4} \cdot x = 0{,}04;\ \ x = 0{,}02$ Selbst wenn der Ausschussanteil bei den Erdbeerjoghurt-bechern auf 0 sinken würde, hätten insgesamt noch 1,5 % aller Becher einen defekten Deckel.
b)	4	$\frac{0{,}25 \cdot 0{,}9}{0{,}96} \approx 23{,}4\ \%$
3. a)	3	34650
b)	8	$P(A) \approx 27{,}3\ \%;\ \ P(B) \approx 5{,}5\ \%$ $P(A \cap B) \approx 0{,}6\ \%;\ \ P(A) \cdot P(B) \approx 1{,}5\ \%$ stochastisch abhängig
4. a)	3	263,94 € bzw. 259,74 €
b)	6	$n \cdot 39 > 95 \cdot 19 \Rightarrow n \ge 47$ $P_{0,3}^{120}(Z \ge 47) \approx 1 - \Phi\left(\frac{46-36+0{,}5}{\sqrt{25{,}2}}\right) \approx 1{,}8\ \%$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM3.V

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	z. B. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ linear unabhängig
b)	4	ΔABD gleichschenklig-rechtwinklig
c)	5	$t = -1$
2. a)	6	$V(t) = G \cdot h(t) = 6 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} \lvert 9 - t \rvert$; $t = -3 \vee t = 21$
b)	3	$t = 0$
c)	7	$U(-3 \mid 5 \mid 5)$; z. B. $\overline{MU} > \frac{1}{2}\overline{BD}$
d)	3	$\approx 63{,}4°$
3.	7	$M'(-1 \mid 0 \mid 11)$; maximaler Abstand $9(1+\sqrt{2})$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM3.VI

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	$\overline{PM} = 6\sqrt{5}$ und $P \in E$
b)	7	-----
c)	6	$\varphi \approx 108{,}4° > 90°$; P liegt auf dem kurzen Kreisbogen
2. a)	4	$(-12 \mid 8 \mid 9)$; $(6 \mid 8 \mid -9)$
b)	3	-----
c)	7	ca. 38,2 %
3.	8	$B(1 \mid -14 \mid 7)$
	40	