

Quiz-Aufgabe Abiturprüfung GK Bayern 2002

Zur Fernsehshow „Quiz 2002“ sind 2 Damen und 4 Herren als Kandidaten eingeladen.

- Die Stühle, auf denen die Kandidaten Platz nehmen, sind halbkreisförmig angeordnet. Links und rechts vom Moderator sitzen jeweils 3 Kandidaten. Wie viele Sitzordnungen sind möglich, wenn
 - nur nach dem Geschlecht unterschieden wird?
 - nach den Personen unterschieden wird und die beiden Damen auf verschiedenen Seiten des Moderators sitzen sollen?

An einer Quizrunde dürfen zwei der Kandidaten teilnehmen.

- Zur Auswahl des ersten Teilnehmers würfelt jeder der 6 Kandidaten (genau) einmal mit einem Laplace-Würfel. Wenn einer als Einziger eine Sechs geworfen hat, so darf er an der Quizrunde teilnehmen. Anderenfalls wird das Verfahren wiederholt.
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Teilnehmer bereits nach der ersten Würfelrunde feststeht? [zur Kontrolle: 40,2%]
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht der erste Teilnehmer spätestens nach der dritten Würfelrunde fest?
- Zur Auswahl des zweiten Quizteilnehmers müssen die verbleibenden Kandidaten n Städte nach aufsteigender Einwohnerzahl ordnen. Wie groß muss n mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, die richtige Reihenfolge ohne Sachkenntnis zufällig zu erraten, kleiner als 2 Promille ist?
- In der Quizrunde werden Fragen gestellt, die ein Zufallsgenerator aus den Bereichen Politik, Geografie, Film, Musik und Sport auswählt, so dass jeder Bereich mit gleicher Wahrscheinlichkeit vorkommt.
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 5 unabhängig ausgewählten Fragen jede aus einem anderen Bereich stammt?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 10 unabhängig ausgewählten Fragen wenigstens 4 aus dem Bereich Sport?
- Der Moderator behauptet, dass mindestens 30 % der Zuschauer „Quiz 2002“ mit sehr gut (Note 1) beurteilen.
 - Um dies zu testen, sollen 200 zufällig ausgewählte Zuschauer befragt werden. Die Behauptung des Moderators soll mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 20% irrtümlich abgelehnt werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel mit einem möglichst großen Ablehnungsbereich für die Behauptung des Moderators.

Eine Umfrage, bei der 200 Zuschauer die Noten 1 bis 4 vergeben konnten, brachte folgendes Ergebnis:

Note	1	2	3	4
<i>männlich</i>	22	55	33	10
<i>weiblich</i>	30	36	14	0

- Berechnen Sie die von den männlichen Zuschauern und die von den weiblichen Zuschauern vergebene Durchschnittsnote auf 1 Dezimale gerundet. Stellen Sie die Verteilung der von den Frauen vergebenen Noten in einem Kreisdiagramm dar (Prozentwerte und zugehörige Mittelpunktswinkel sind anzugeben).
- Der Moderator bezweifelt die Aussagekraft der Umfrage, weil weniger Frauen als Männer befragt worden sind. Unter welcher Voraussetzung könnte man diesen Einwand zurückweisen?

Quiz-Aufgabe Abiturprüfung GK Bayern 2002 Lösungen

Zur Fernsehshow „Quiz 2002“ sind 2 Damen und 4 Herren als Kandidaten eingeladen.

1. Die Stühle, auf denen die Kandidaten Platz nehmen, sind halbkreisförmig angeordnet. Links und rechts vom Moderator sitzen jeweils 3 Kandidaten. Wie viele Sitzordnungen sind möglich, wenn
 - a) nur nach dem Geschlecht unterschieden wird? $\binom{6}{4} = \binom{6}{2} = 15 \quad (= \frac{6!}{4! \cdot 2!})$
 - b) nach den Personen unterschieden wird und die beiden Damen auf verschiedenen Seiten des Moderators sitzen sollen? $2! \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4! = 432$

An einer Quizrunde dürfen zwei der Kandidaten teilnehmen.

2. Zur Auswahl des ersten Teilnehmers würfelt jeder der 6 Kandidaten (genau) einmal mit einem Laplace-Würfel. Wenn einer als Einziger eine Sechs geworfen hat, so darf er an der Quizrunde teilnehmen. Anderenfalls wird das Verfahren wiederholt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Teilnehmer bereits nach der ersten Würfelrunde feststeht? $P_1^6(X = 1) = 40,2\%$
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht der erste Teilnehmer spätestens nach der dritten Würfelrunde fest? $p^* = 40,2\%, \quad q^* = 1 - p^*, \quad p^* + (1 - p^*) \cdot p^* + (1 - p^*)^2 \cdot p^* = 1 - (1 - p^*)^3 = 78,6\%$

3. Zur Auswahl des zweiten Quizteilnehmers müssen die verbleibenden Kandidaten n Städte nach aufsteigender Einwohnerzahl ordnen. Wie groß muss n mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, die richtige Reihenfolge ohne Sachkenntnis zufällig zu erraten, kleiner als 2 Promille ist?

$$\frac{1}{n!} < 0,002 \iff n! > 500, \quad \text{mindestens } n = 6$$

4. In der Quizrunde werden Fragen gestellt, die ein Zufallsgenerator aus den Bereichen Politik, Geografie, Film, Musik und Sport auswählt, so dass jeder Bereich mit gleicher Wahrscheinlichkeit vorkommt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 5 unabhängig ausgewählten Fragen jede aus einem anderen Bereich stammt? $\frac{5!}{5^5} = 3,8\%$
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 10 unabhängig ausgewählten Fragen wenigstens 4 aus dem Bereich Sport? $P_1^{10}(Y \geq 4) = 12,1\%$

5. Der Moderator behauptet, dass mindestens 30 % der Zuschauer „Quiz 2002“ mit sehr gut (Note 1) beurteilen.

- a) Um dies zu testen, sollen 200 zufällig ausgewählte Zuschauer befragt werden. Die Behauptung des Moderators soll mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 20% irrtümlich abgelehnt werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel mit einem möglichst großen Ablehnungsbereich für die Behauptung des Moderators. $P_{0,3}^{200}(Z \leq k) \leq 20\% \implies \bar{A} = \{0, \dots, 54\}$

Eine Umfrage, bei der 200 Zuschauer die Noten 1 bis 4 vergeben konnten, brachte folgendes Ergebnis:

Note	1	2	3	4
<i>männlich</i>	22	55	33	10
<i>weiblich</i>	30	36	14	0

- b) Berechnen Sie die von den männlichen Zuschauern und die von den weiblichen Zuschauern vergebene Durchschnittsnote auf 1 Dezimale gerundet. Stellen Sie die Verteilung der von den Frauen vergebenen Noten in einem Kreisdiagramm dar (Prozentwerte und zugehörige Mittelpunktswinkel sind anzugeben).

$$D_{\text{männlich}} = 2,3 \quad D_{\text{weiblich}} = 1,8 \quad \frac{30}{80} = 37,5\% \quad (135^\circ), \quad \frac{36}{80} = 45\% \quad (162^\circ), \quad 17,5\% \quad (63^\circ), \quad 0\% \quad (0^\circ)$$

- c) Der Moderator bezweifelt die Aussagekraft der Umfrage, weil weniger Frauen als Männer befragt worden sind. Unter welcher Voraussetzung könnte man diesen Einwand zurückweisen?

Die Umfrage ist repräsentativ, das Verhältnis männlich/weiblich in der Umfrage und bei den Zuschauern ist gleich.