

## Quiz-Aufgabe Abiturprüfung GK Bayern 2002

Zur Fernsehshow „Quiz 2002“ sind 2 Damen und 4 Herren als Kandidaten eingeladen.

1. Die Stühle, auf denen die Kandidaten Platz nehmen, sind halbkreisförmig angeordnet. Links und rechts vom Moderator sitzen jeweils 3 Kandidaten. Wie viele Sitzordnungen sind möglich, wenn
  - a) nur nach dem Geschlecht unterschieden wird?
  - b) nach den Personen unterschieden wird und die beiden Damen auf verschiedenen Seiten des Moderators sitzen sollen?

An einer Quizrunde dürfen zwei der Kandidaten teilnehmen.

2. Zur Auswahl des ersten Teilnehmers würfelt jeder der 6 Kandidaten (genau) einmal mit einem Laplace-Würfel. Wenn einer als Einziger eine Sechs geworfen hat, so darf er an der Quizrunde teilnehmen. Anderenfalls wird das Verfahren wiederholt.
  - a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Teilnehmer bereits nach der ersten Würfelrunde feststeht? [ zur Kontrolle: 40,2% ]
  - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht der erste Teilnehmer spätestens nach der dritten Würfelrunde fest?
3. Zur Auswahl des zweiten Quizteilnehmers müssen die verbleibenden Kandidaten  $n$  Städte nach aufsteigender Einwohnerzahl ordnen. Wie groß muss  $n$  mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, die richtige Reihenfolge ohne Sachkenntnis zufällig zu erraten, kleiner als 2 Promille ist?
4. In der Quizrunde werden Fragen gestellt, die ein Zufallsgenerator aus den Bereichen Politik, Geografie, Film, Musik und Sport auswählt, so dass jeder Bereich mit gleicher Wahrscheinlichkeit vorkommt.
  - a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 5 unabhängig ausgewählten Fragen jede aus einem anderen Bereich stammt?
  - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 10 unabhängig ausgewählten Fragen wenigstens 4 aus dem Bereich Sport?
5. Der Moderator behauptet, dass mindestens 30 % der Zuschauer „Quiz 2002“ mit sehr gut (Note 1) beurteilen.
  - a) Um dies zu testen, sollen 200 zufällig ausgewählte Zuschauer befragt werden. Die Behauptung des Moderators soll mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 20% irrtümlich abgelehnt werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel mit einem möglichst großen Ablehnungsbereich für die Behauptung des Moderators.

Eine Umfrage, bei der 200 Zuschauer die Noten 1 bis 4 vergeben konnten, brachte folgendes Ergebnis:

Note	1	2	3	4
<i>männlich</i>	22	55	33	10
<i>weiblich</i>	30	36	14	0

- b) Berechnen Sie die von den männlichen Zuschauern und die von den weiblichen Zuschauern vergebene Durchschnittsnote auf 1 Dezimale gerundet. Stellen Sie die Verteilung der von den Frauen vergebenen Noten in einem Kreisdiagramm dar (Prozentwerte und zugehörige Mittelpunktswinkel sind anzugeben).
- c) Der Moderator bezweifelt die Aussagekraft der Umfrage, weil weniger Frauen als Männer befragt worden sind. Unter welcher Voraussetzung könnte man diesen Einwand zurückweisen?

## Quiz-Aufgabe    Abiturprüfung GK Bayern 2002    Lösungen

Zur Fernsehshow „Quiz 2002“ sind 2 Damen und 4 Herren als Kandidaten eingeladen.

1. Die Stühle, auf denen die Kandidaten Platz nehmen, sind halbkreisförmig angeordnet. Links und rechts vom Moderator sitzen jeweils 3 Kandidaten. Wie viele Sitzordnungen sind möglich, wenn
  - a) nur nach dem Geschlecht unterschieden wird?  $\binom{6}{4} = \binom{6}{2} = 15 \quad (= \frac{6!}{4! \cdot 2!})$
  - b) nach den Personen unterschieden wird und die beiden Damen auf verschiedenen Seiten des Moderators sitzen sollen?  $2! \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4! = 432$

An einer Quizrunde dürfen zwei der Kandidaten teilnehmen.

2. Zur Auswahl des ersten Teilnehmers würfelt jeder der 6 Kandidaten (genau) einmal mit einem Laplace-Würfel. Wenn einer als Einziger eine Sechs geworfen hat, so darf er an der Quizrunde teilnehmen. Anderenfalls wird das Verfahren wiederholt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Teilnehmer bereits nach der ersten Würfelrunde feststeht?  $P_1^6(X = 1) = 40,2\%$
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht der erste Teilnehmer spätestens nach der dritten Würfelrunde fest?  $p^* = 40,2\%, \quad q^* = 1 - p^*, \quad p^* + (1 - p^*) \cdot p^* + (1 - p^*)^2 \cdot p^* = 1 - (1 - p^*)^3 = 78,6\%$

3. Zur Auswahl des zweiten Quizteilnehmers müssen die verbleibenden Kandidaten  $n$  Städte nach aufsteigender Einwohnerzahl ordnen. Wie groß muss  $n$  mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, die richtige Reihenfolge ohne Sachkenntnis zufällig zu erraten, kleiner als 2 Promille ist?

$$\frac{1}{n!} < 0,002 \iff n! > 500, \quad \text{mindestens } n = 6$$

4. In der Quizrunde werden Fragen gestellt, die ein Zufallsgenerator aus den Bereichen Politik, Geografie, Film, Musik und Sport auswählt, so dass jeder Bereich mit gleicher Wahrscheinlichkeit vorkommt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 5 unabhängig ausgewählten Fragen jede aus einem anderen Bereich stammt?  $\frac{5!}{5^5} = 3,8\%$
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 10 unabhängig ausgewählten Fragen wenigstens 4 aus dem Bereich Sport?  $P_1^{10}(Y \geq 4) = 12,1\%$

5. Der Moderator behauptet, dass mindestens 30 % der Zuschauer „Quiz 2002“ mit sehr gut (Note 1) beurteilen.

- a) Um dies zu testen, sollen 200 zufällig ausgewählte Zuschauer befragt werden. Die Behauptung des Moderators soll mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 20% irrtümlich abgelehnt werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel mit einem möglichst großen Ablehnungsbereich für die Behauptung des Moderators.  $P_{0,3}^{200}(Z \leq k) \leq 20\% \implies \bar{A} = \{0, \dots, 54\}$

Eine Umfrage, bei der 200 Zuschauer die Noten 1 bis 4 vergeben konnten, brachte folgendes Ergebnis:

Note	1	2	3	4
<i>männlich</i>	22	55	33	10
<i>weiblich</i>	30	36	14	0

- b) Berechnen Sie die von den männlichen Zuschauern und die von den weiblichen Zuschauern vergebene Durchschnittsnote auf 1 Dezimale gerundet. Stellen Sie die Verteilung der von den Frauen vergebenen Noten in einem Kreisdiagramm dar (Prozentwerte und zugehörige Mittelpunktswinkel sind anzugeben).

$$D_{\text{männlich}} = 2,3 \quad D_{\text{weiblich}} = 1,8 \quad \frac{30}{80} = 37,5\% \quad (135^\circ), \quad \frac{36}{80} = 45\% \quad (162^\circ), \quad 17,5\% \quad (63^\circ), \quad 0\% \quad (0^\circ)$$

- c) Der Moderator bezweifelt die Aussagekraft der Umfrage, weil weniger Frauen als Männer befragt worden sind. Unter welcher Voraussetzung könnte man diesen Einwand zurückweisen?

*Die Umfrage ist repräsentativ, das Verhältnis männlich/weiblich in der Umfrage und bei den Zuschauern ist gleich.*