

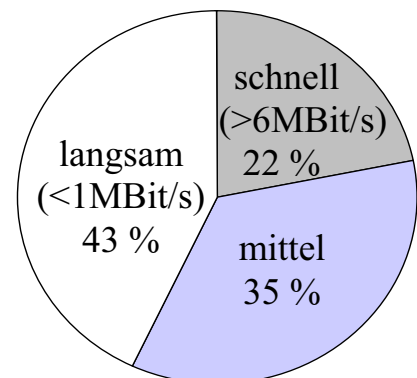
## LM2. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG/STATISTIK

BE

### III.

In einer Region haben 60 % der Haushalte einen Internetanschluss. Das Diagramm veranschaulicht die Anteile der Zugangsgeschwindigkeiten unter den Haushalten mit Internetanschluss in dieser Region.

Im Auftrag eines Providers (Internetdienst-anbieters) wird unter allen Haushalten dieser Region eine Umfrage zur Nutzung des Internets durchgeführt.



1. Zunächst werden 25 Haushalte der Region zufällig ausgewählt.

2 a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als die Hälfte der ausgewählten Haushalte einen Internetanschluss besitzt?

5 b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den ausgewählten Haushalten mindestens zwei einen schnellen Internetzugang besitzen?

Tatsächlich lassen sich die 25 ausgewählten Haushalte wie in der Tabelle angegeben in vier

kein Internet	langsam	mittel	schnell
9	7	5	4

Gruppen einteilen. Als Dank für die Teilnahme an der Umfrage werden drei Preise unter den 25 Umfrageteilnehmern verlost, wobei jeder Haushalt höchstens einen Preis erhalten kann.

4 c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fallen nicht alle drei Preise an Haushalte mit Internetanschluss?

5 d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält eine der vier Gruppen alle drei Preise?

4 2. Wie viele Haushalte dieser Region müssen mindestens zufällig ausgewählt werden, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % wenigstens ein Haushalt mit schnellem Internetzugang darunter befindet?

6 3. Der Provider beabsichtigt, in dieser Region eine Werbekampagne durchzuführen, da er vermutet, dass höchstens 40 % der Haushalte mit langsamem Internetzugang wissen, dass ein schnellerer Zugang technisch möglich ist. Um diese Vermutung zu testen, werden 50 Haushalte mit langsamem Internetzugang zufällig ausgewählt und befragt. Der Provider möchte möglichst vermeiden, dass die Werbekampagne aufgrund des Testergebnisses irrtümlich unterlassen wird.

Geben Sie die hierfür geeignete Nullhypothese an und ermitteln Sie die zugehörige Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von 5 %.

(Fortsetzung nächste Seite)

4. Durch eine telefonische Befragung von Haushalten ohne Internetanschluss untersucht der Provider, inwiefern die finanzielle Situation der Grund für den Verzicht auf das Internet ist. Damit die angerufenen Personen bei diesem sensiblen Thema wahrheitsgemäß antworten, wird ein zweischrittiges Verfahren angewandt, das dem Interviewer die finanzielle Situation des einzelnen Befragten nicht offenlegt. Dies wird den angerufenen Personen zunächst erläutert.

Im ersten Schritt des Verfahrens wird die angerufene Person gebeten, zweimal eine Münze zu werfen, sich das Ergebnis zu merken, es aber nicht dem Interviewer mitzuteilen. In einem zweiten Schritt werden der Person zwei Fragen A und B vorgelesen. Wurde zweimal Zahl geworfen, so ist im Anschluss die Antwort zu Frage A zu nennen, andernfalls die Antwort zu Frage B. Dabei wird dem Interviewer nur „ja“ oder „nein“ als Antwort weitergegeben.

Frage A: „Spielen ausschließlich finanzielle Gründe eine Rolle bei Ihrem bisherigen Verzicht auf einen Internetanschluss?“

Frage B: „Spielen nicht-finanzielle Gründe eine Rolle bei Ihrem bisherigen Verzicht auf einen Internetanschluss?“

Von den befragten Haushalten antworteten 68 % mit „ja“. Daraus ermittelt der Provider einen Schätzwert  $p$  für den Anteil der Haushalte, die ausschließlich aus finanziellen Gründen keinen Internetanschluss haben, unter allen befragten Haushalten. Bestimmen Sie den Schätzwert  $p$  mit Hilfe eines Baumdiagramms.

5. Der Provider bietet seinen Kunden die beiden folgenden Tarife an:

FLAT: Zeitlich unbegrenzte Internetnutzung für monatlich 35 €.

TIME: Monatlich 10,50 € für bis zu 20 Stunden Internetnutzung im Monat, zuzüglich 1,40 € für jede weitere angefangene Stunde.

- 2 a) Entscheiden Sie, welcher der beiden Tarife in einem Monat mit einer Nutzungsdauer von 37 Stunden 15 Minuten günstiger ist.
- 5 b) Im letzten Monat waren die TIME-Kunden durchschnittlich 27,5 Stunden im Internet, wobei deren Nutzungsdauer normalverteilt ist. 4 % dieser Kunden wären im letzten Monat mit dem Tarif FLAT günstiger gefahren. Bestimmen Sie die zugehörige Standardabweichung der Zufallsgröße „Nutzungsdauer eines TIME-Kunden“.

In einem Molkereibetrieb wird Fruchtjoghurt hergestellt und in Becher abgefüllt.

1. Einer Handelskette wurde vertraglich zugesichert, dass maximal 1 % der Becher einen defekten Deckel besitzen. Normalerweise kann dieser Qualitätsstandard leicht eingehalten werden. Eines Tages stellt sich bei einer Qualitätskontrolle in der Molkerei heraus, dass 4 % der Joghurtbecher einen defekten Deckel aufweisen. Bei einem schon beladenen Lkw ist ungewiss, ob die Joghurtbecher bereits aus der Produktion mit dem erhöhten Anteil an defekten Deckeln stammen. Deshalb wird der Ladung eine Stichprobe entnommen und untersucht.
    - 5 a) Falls bei einer Stichprobe aus 100 Bechern mindestens zwei Becher einen defekten Deckel haben, wird der Lkw in der Molkerei wieder entladen, andernfalls wird die Lieferung freigegeben.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung freigegeben wird, obwohl sie einen erhöhten Anteil an Joghurtbechern mit defektem Deckel aufweist?  
Wie groß kann die Wahrscheinlichkeit für ein unnötiges Entladen des Lkws bei Einhaltung des zugesicherten Qualitätsstandards maximal werden?
    - 5 b) Um das Risiko einer fälschlichen Auslieferung noch kleiner zu machen, soll die Lieferung nur dann freigegeben werden, wenn sich kein defekter Deckel in einer Stichprobe der Länge  $n$  befindet. Bestimmen Sie  $n$  so, dass dieses Risiko nach der neuen Regel höchstens 1 % beträgt.
- In dem Molkereibetrieb werden täglich gleich viele Becher der Sorten Erdbeere, Kirsche, Heidelbeere und Ananas abgefüllt. Für jede Sorte gibt es eine eigene Abfüllmaschine.
2. Bei einer Tagesproduktion, bei der erneut insgesamt 4 % der Becher einen defekten Deckel aufweisen, fällt auf, dass unter den Erdbeerjoghurtbechern sogar jeder zehnte Deckel fehlerhaft ist.
    - 6 a) Bestimmen Sie den Anteil der Becher mit defektem Deckel unter allen Bechern, die keinen Erdbeerjoghurt enthalten.  
Klären Sie, ob es durch Absenken des Ausschussanteils allein beim Erdbeerjoghurt gelingen kann, den zugesicherten Qualitätsstandard von insgesamt höchstens 1 % Ausschussanteil wieder einzuhalten.
    - 4 b) Alle Becher mit defektem Deckel dieser Tagesproduktion werden aussortiert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält ein Becher, der zufällig aus den verbleibenden Bechern ausgewählt wird, Erdbeerjoghurt?

(Fortsetzung nächste Seite)

3. Jede der vier Abfüllmaschinen wird von einer Person bedient. Die Produktion läuft im Drei-Schicht-Betrieb, so dass täglich 12 Personen benötigt werden. Unter den 12 Personen, die für die drei Schichten eingeteilt werden sollen, befinden sich genau ein Ehepaar und insgesamt drei Frauen.
- 3 a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die 12 Personen für die drei Schichten eines Tages einzuteilen, wenn zwischen den Maschinen nicht unterschieden wird?
- 8 b) Die 12 Personen werden zufällig auf die drei Schichten verteilt. Untersuchen Sie die Ereignisse A: „Das Ehepaar ist gemeinsam in einer Schicht“ und B: „Die drei Frauen sind gemeinsam in einer Schicht“ auf stochastische Unabhängigkeit.
4. Die Handelskette verkauft die Joghurtbecher regulär zu einem Preis von 39 Cent. Erfahrungsgemäß wird ein Joghurtbecher am letzten Tag der angegebenen Mindesthaltbarkeit bei regulärem Preis mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % noch verkauft. Reduziert man hingegen den Preis auf 19 Cent, so erhöht sich diese Wahrscheinlichkeit auf 80 %. In einer Filiale sind von einer Lieferung von 750 Joghurtbechern am letzten Tag der angegebenen Mindesthaltbarkeit 120 noch nicht verkauft.
- 3 a) Mit welcher Einnahme für die gesamte Lieferung kann die Filiale jeweils rechnen, wenn sie den Preis auf 19 Cent reduziert bzw. wenn sie ihn unverändert lässt?
- 6 b) Die Filiale entscheidet sich für eine Preisreduzierung auf 19 Cent und verkauft 95 von den 120 Bechern. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hätte sich bei unverändert gelassenem Preis ein höherer Erlös erzielen lassen? Rechnen Sie mit der Normalverteilung als Näherung.

## Mathematik – Leistungskurs

## Aufgabe LM2.III

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$P_{0,6}^{25}(Z \leq 12) \approx 15,4 \%$
b)	5	$P_{0,132}^{25}(Z \geq 2) \approx 86,1 \%$
c)	4	$1 - \frac{\binom{16}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 75,7 \%$
d)	5	$\frac{\binom{9}{3} + \binom{7}{3} + \binom{5}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 5,8 \%$
2.	4	$(1 - 0,132)^n < 0,01$ ; mindestens 33 Haushalte
3.	6	$H_0 : p \leq 0,4$ Die Nullhypothese wird abgelehnt, d. h. die Werbekampagne wird unterlassen, wenn mindestens 27 der befragten Haushalte von der Möglichkeit eines schnellen Zugangs wissen.
4.	7	$\frac{1}{4} \cdot p + \frac{3}{4} \cdot (1 - p) = 68 \% \Rightarrow p = 0,14$ Schätzwert: 14 %
5. a)	2	Bei TIME muss er $10,50 \text{ €} + 18 \cdot 1,40 \text{ €} = 35,70 \text{ €}$ bezahlen. Somit ist der Tarif FLAT günstiger.
b)	5	Bei mehr als 37 Stunden Nutzungsdauer ist der Tarif FLAT günstiger. $P(X > 37) = 1 - \Phi\left(\frac{37 - 27,5}{\sigma}\right) = 0,04$ $\sigma \approx 5,4$
	40	

## Mathematik – Leistungskurs

## Aufgabe LM2.IV

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	$P_{0,04}^{100}(Z \leq 1) \approx 8,7 \%$ $P_{0,01}^{100}(Z \geq 2) \approx 26,4 \%$
b)	5	$0,96^n \leq 0,01; n \geq 113$
2. a)	6	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{4} \cdot x = 0,04; x = 0,02$ Selbst wenn der Ausschussanteil bei den Erdbeerjoghurtbechern auf 0 sinken würde, hätten insgesamt noch 1,5 % aller Becher einen defekten Deckel.
b)	4	$\frac{0,25 \cdot 0,9}{0,96} \approx 23,4 \%$
3. a)	3	34650
b)	8	$P(A) \approx 27,3 \%; P(B) \approx 5,5 \%$ $P(A \cap B) \approx 0,6 \%; P(A) \cdot P(B) \approx 1,5 \%$ stochastisch abhängig
4. a)	3	263,94 € bzw. 259,74 €
b)	6	$n \cdot 39 > 95 \cdot 19 \Rightarrow n \geq 47$ $P_{0,3}^{120}(Z \geq 47) \approx 1 - \Phi\left(\frac{46-36+0,5}{\sqrt{25,2}}\right) \approx 1,8 \%$
	40	