

Zufallsexperiment mit Kugeln Bayern LK 2014

- In Urne A befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne B enthält drei rote und zwei weiße Kugeln. Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment:
Aus Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne B gelegt;
danach wird aus Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in Urne A gelegt.
 - Geben Sie alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne A nach der Durchführung des Zufallsexperiments an.
 - Betrachtet wird das Ereignis E : „Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne A.“ Untersuchen Sie, ob das Ereignis E eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat.
- Betrachtet wird eine Bernoullikette mit der Trefferwahrscheinlichkeit 0,9 und der Länge 20. Beschreiben Sie zu dieser Bernoullikette ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch den Term $0,9^{20} + 20 \cdot 0,1 \cdot 0,9^{19}$ angegeben wird.
- Die Zufallsgröße X kann die Werte 0, 1, 2 und 3 annehmen. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X mit $p_1, p_2 \in [0; 1]$.

| | | | | |
|----------|-------|----------------|---------------|-------|
| k | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $P(X=k)$ | p_1 | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | p_2 |

Zeigen Sie, dass der Erwartungswert von X nicht größer als 2,2 sein kann.

Zufallsexperiment mit Kugeln Bayern LK 2014

1. In Urne A befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne B enthält drei rote und zwei weiße Kugeln. Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment:
 Aus Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne B gelegt;
 danach wird aus Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in Urne A gelegt.

- a) Geben Sie alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne A nach der Durchführung des Zufallsexperiments an.

1 r, 4 w

2 r, 3 w

3 r, 2 w

- b) Betrachtet wird das Ereignis E : „Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne A.“ Untersuchen Sie, ob das Ereignis E eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat.

$$P(E) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{17}{30}$$

$$P(\text{r aus A}) \cdot P(\text{r aus B}) + P(\text{w aus A}) \cdot P(\text{w aus B})$$

$$P(\overline{E}) = \frac{13}{30}$$

2. Betrachtet wird eine Bernoullikette mit der Trefferwahrscheinlichkeit 0,9 und der Länge 20. Beschreiben Sie zu dieser Bernoullikette ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch den Term $0,9^{20} + 20 \cdot 0,1 \cdot 0,9^{19}$ angegeben wird.

$$P(Z = 19) + P(Z = 20) = P(Z \geq 19)$$

Mindestens 19 Treffer werden erzielt.

3. Die Zufallsgröße X kann die Werte 0, 1, 2 und 3 annehmen. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X mit $p_1, p_2 \in [0; 1]$.

| | | | | | | |
|------------|--|-------|----------------|---------------|-------|--|
| k | | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| $P(X = k)$ | | p_1 | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | p_2 | |

Zeigen Sie, dass der Erwartungswert von X nicht größer als 2,2 sein kann.

$$E(X) = \frac{7}{10} + 3p_2$$

$$\text{Es gilt: } p_1 + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + p_2 = 1,$$

$$\text{d. h.: } p_1 + p_2 = \frac{1}{2}, \quad p_2 \leq \frac{1}{2}$$

$$E(X) \leq \frac{7}{10} + 3 \cdot \frac{1}{2} = 2,2$$