1. Die Punkte $A(2\,|\,1\,|\,-1)$, $B(4\,|\,-3\,|\,3)$, und $C_t(6\,|\,0\,|\,t+3)$ bilden für jedes t ein Dreieck. Ermitteln Sie den Wert für t, für den das Dreieck in B rechtwinklig ist.

2. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = x \cdot e^{-x+k}$, $k > 0$.
   a) Bestimmen Sie ohne GTR den Wert für k so, dass ein Graph von f_k durch den Punkt $P(2\,|\,2)$ verläuft.
   b) Untersuchen Sie ohne GTR, ob jede Funktion der Schar einen Hochpunkt hat. Argumentation bitte <u>ohne</u> die 2. Ableitung.

3. Bestimmen Sie a so, dass die Funktion $f(x) = x^3 - ax$ zwei Extrema hat, die jeweils den Abstand 2 von der x-Achse haben.

4. Ermitteln Sie die Wendetangente zu $f(x) = x^3 + ax + b$.

5. Es sei $f(x) = 2e^x$. Für welche Punkte auf der Kurve geht die Tangente durch den Ursprung?

6. Für eine ganzrationale Funktion f gilt
   $f(0) = 4,\ f'(0) = 0,\ f''(0) < 0$
   $f(2) = 1,\ f'(2) \neq 0,\ f''(2) > 0.$
   Skizzieren und begründen Sie einen möglichen Verlauf des Graphen von f.

7. Gegeben seien die Punkte $A(3\,|\,5\,|\,1)$ und $B(-5\,|\,3\,|\,1)$. Die Gerade durch A und B heiße g. Bestimmen Sie
   a) den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{AB}$,
   b) die Punkte auf g, die von A dreimal so weit entfernt sind wie von B.

8. In einem Behälter befinden sich 2 rote und 4 blaue Kugeln. Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
   a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der beiden Kugeln rot ist.
   b) Wie viele rote Kugeln hätten sich in dem Behälter befinden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine rote Kugel zu ziehen, 0,84 betragen hätte?

9. Zur Vertrauensintervalllänge von 0,02 wird der notwendige Stichprobenumfang $n = 4200$ ermittelt. Welche Sicherheitswahrscheinlichkeit lag bei der Berechnung zugrunde?

10. Bestimmen Sie den minimalen Abstand zwischen Ursprung und der Geraden zu $y = -2x - 2$.

1. Die Punkte $A(2\,|\,1\,|\,-1)$, $B(4\,|\,-3\,|\,3)$, und $C_t(6\,|\,0\,|\,t+3)$ bilden für jedes t ein Dreieck.
Ermitteln Sie den Wert für t, für den das Dreieck in B rechtwinklig ist.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ t \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0, \quad t = 2$$

2. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = x \cdot e^{-x+k}$, $k > 0$.

   a) Bestimmen Sie ohne GTR den Wert für k so, dass ein Graph von f_k durch den Punkt $P(2\,|\,2)$ verläuft. $1 = e^{-2+k}$, $k = 2$

   b) Untersuchen Sie ohne GTR, ob jede Funktion der Schar einen Hochpunkt hat.
   Argumentation bitte <u>ohne</u> die 2. Ableitung.
   $f_k'(x) = (1-x)e^{-x+k}$, $x_H = 1$, VZW+/−, Gerade $y = 1 - x$ fällt, HP vorhanden

3. Bestimmen Sie a so, dass die Funktion $f(x) = x^3 - ax$ zwei Extrema hat, die jeweils den Abstand 2 von der x-Achse haben. $f(\sqrt{\frac{a}{3}}) = -2$, $a = 3$

4. Ermitteln Sie die Wendetangente zu $f(x) = x^3 + ax + b$. $y = ax + b$

5. Es sei $f(x) = 2e^x$. Für welche Punkte auf der Kurve geht die Tangente durch den Ursprung?
$y = 2e^a(x-a) + 2e^a$, $2e^a(1-a) = 0$, $P(1|2e)$

6. Für eine ganzrationale Funktion f gilt
$f(0) = 4$, $f'(0) = 0$, $f''(0) < 0$
$f(2) = 1$, $f'(2) \neq 0$, $f''(2) > 0$.
Skizzieren und begründen Sie einen möglichen Verlauf des Graphen von f.
$Max(0\,|\,4)$, in $P(2\,|\,1)$ linksgekrümmt

7. Gegeben seien die Punkte $A(3\,|\,5\,|\,1)$ und $B(-5\,|\,3\,|\,1)$.
Die Gerade durch A und B heiße g. Bestimmen Sie

   a) den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{AB}$, $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$, $M(-1\,|\,4\,|\,1)$

   b) die Punkte auf g, die von A dreimal so weit entfernt sind wie von B.
   $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, $C(-3\,|\,3{,}5\,|\,1)$, $D(-9\,|\,2\,|\,1)$

8. In einem Behälter befinden sich 2 rote und 4 blaue Kugeln.
Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

   a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der beiden Kugeln rot ist.
   $1 - 4/6 \cdot 4/6 = 5/9 = 55{,}6\,\%$

   b) Wie viele rote Kugeln hätten sich in dem Behälter befinden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine rote Kugel zu ziehen, 0,84 betragen hätte?
   $1 - 4/(n+4) \cdot 4/(n+4) = 0{,}84$, $(n+4)^2 = 100$, $n = 6$ $(n = -14)$

9. Zur Vertrauensintervalllänge von 0,02 wird der notwendige Stichprobenumfang $n = 4200$ ermittelt.
Welche Sicherheitswahrscheinlichkeit lag bei der Berechnung zugrunde?

$\frac{2z\sigma}{n} = d$, $z = 1{,}296$, $z = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)$, $\alpha = 80{,}5\,\%$

10. Bestimmen Sie den minimalen Abstand zwischen Ursprung und der Geraden zu $y = -2x - 2$.
$Q(-4/5\,|\,-2/5)$, $d = 0{,}894$