

1 Finanzmathematik

(20 Punkte)

Aus gesundheitlichen Gründen muss Herr Wimmer seine gut vermietete Doppelhaushälfte verkaufen. Er erhält folgende drei Angebote:

Angebot A: Herr Maier zahlt einen Betrag in Höhe von 185.000,00 € sofort in bar.

Angebot B: Herr und Frau Huber bieten 100.000,00 € sofort in bar sowie zwei Teilbeträge in Höhe von je 50.000,00 € in 2 und in 4 Jahren.

Angebot C: Familie Späth kann sofort 95.000,00 € in bar aufbringen und, in drei Jahren beginnend, eine vor-schüssige Ratenzahlung in Höhe von 18.000,00 € jährlich mit einer Laufzeit von 7 Jahren.

1.1 Berechnen Sie, welches Angebot für Herrn Wimmer, den Verkäufer, am günstigsten ist, wenn ein gleich bleibender Zinssatz von 4,75 % angenommen wird!

Für den Neubau eines Einfamilienhauses musste Herr Wimmer vor acht Jahren einen Kredit in Höhe von 260.000,00 € mit einem Zinssatz von 7,95 % aufnehmen.

1.2 Berechnen Sie die Höhe der jährlich nachschüssig zahlbaren Rate, wenn Annuitätentilgung vereinbart wurde und die Laufzeit 30 Jahre beträgt!  
Erstellen Sie einen Tilgungsplan für die ersten drei Jahre!

1.3 Berechnen Sie den aktuellen Schuldenstand heute, acht Jahre nach Kreditaufnahme, wenn die jährliche Rate  $A = 22.986,27$  € beträgt!

Die Arbeitsunfähigkeit von Herrn Wimmer zwingt ihn, jetzt das Angebot A von Herrn Maier anzunehmen, da er so, mit Einverständnis seiner Bank, einen großen Teil seiner Restschuld durch Sondertilgung bezahlen kann. Die Restschuld beträgt dann noch 50.407,16 €. Für Zins und Tilgung kann Herr Wimmer jährlich nachschüssig noch 6.096,48 € aufbringen.

1.4 Berechnen Sie, wie lange es noch dauert, bis der Kredit getilgt ist, wenn der Zinssatz bei 7,95 % bleibt!

**2 Folgen und Reihen**

(20 Punkte)

Die ersten Glieder einer aufsteigenden arithmetischen Folge und einer geometrischen Folge haben beide den Wert 2. Das zweite Glied der aufsteigenden arithmetischen Folge ist um 0,5 größer als das zweite Glied der geometrischen Folge. Ebenso ist das dritte Glied der arithmetischen Folge um 0,5 größer als das dritte Glied der geometrischen Folge.

2.1 Berechnen Sie jeweils die ersten drei Glieder der beiden Folgen!

Eine Fabrik produzierte im Mai 2000 15.500 Stück ihres Produk-  
tes. Die Produktion wurde bis August 2001 monatlich prozentual  
gleichmäßig auf 16.790 Stück pro Monat gesteigert.

2.2 Berechnen Sie die monatliche prozentuale Steigerung!

Da der Absatz später stockte, reduzierte man die Produktion,  
beginnend im September 2001 bis einschließlich Juni 2002 um  
monatlich 260 Stück.

2.3 Berechnen Sie die Gesamtstückzahl, die von Anfang August  
2001 bis Ende Juni 2002 produziert wird!

**3 Trigonometrie / Geometrie**

(20 Punkte)

Ein allgemeines Dreieck ABC hat folgende Maße:

$$a = 20 \text{ cm}, c = 35 \text{ cm und } \beta = 67,75^\circ.$$

Geben Sie die Ergebnisse aller Längen-, Flächen- und Winkelberechnungen auf zwei Nachkommastellen gerundet an!

- 3.1 Berechnen Sie die Länge der Seite b!  
(Ergebnis:  $b = 33,09 \text{ cm}$ )
- 3.2 Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks ABC!  
(Ergebnis:  $323,94 \text{ cm}^2$ )
- 3.3 Berechnen Sie die Höhe  $h_c$ !
- 3.4 Berechnen Sie den Winkel  $\alpha$ !
- 3.5 Berechnen Sie den Winkel  $\gamma$ !

Um Baumaterial in den 3,00 m hohen ersten Stock eines Neubaus transportieren zu können, benutzen Bauarbeiter einen 5,00 m langen Schrägaufzug.

- 3.6 Berechnen Sie die horizontale Entfernung  $e$  des Fußpunktes des Schrägaufzugs vom Neubau!
- 3.7 Berechnen Sie den Steigungswinkel  $\alpha$  des Schrägaufzugs!
- 3.8 Berechnen Sie die Steigung des Schrägaufzugs in Prozent!

**4 Gleichungen**

(20 Punkte)

Bestimmen Sie die Definitions- und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen in der Grundmenge der reellen Zahlen!

4.1  $x^{3+\lg x} = 10.000$

4.2  $\sqrt{2x + 7} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{x - 6} = \sqrt{7x + 1}$

4.3  $16^{x-1} : 2^{x-1} = 4^{x+1}$

**5 Lineare und quadratische Gleichungen, Funktionen**

(20 Punkte)

Eine nach oben offene Normalparabel  $p$  hat den Scheitel  $S(2;-1)$ .

5.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel  $p$ !

5.2 Berechnen Sie die Nullstellen  $N_1$  und  $N_2$  der Parabel  
 $p: y = x^2 - 4x + 3$ !

5.3 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Tangente  $t$  an die Parabel  $p$  im Parabelpunkt  $B(3; 0)$ !

Die Gerade  $g: x = 4$  schneidet die Parabel  $p$  im Punkt  $A$ .

5.4 Berechnen Sie den Schnittpunkt  $A$ !

5.5 Zeichnen Sie die Parabel  $p$ , die Gerade  $g$ , die Tangente  $t$  und die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $N_1$  und  $N_2$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein!  
(1 LE<sub>x</sub> = 1 LE<sub>y</sub> = 1 cm)

6 Vektorrechnung

(20 Punkte)

Gegeben sind die Gerade  $g_1 : \mathbf{r} : \mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$  sowie die Gerade  $g_2$  durch die Punkte  $A(1|-0,5)$  und  $B(4|-2)$ .

- 6.1 Bestimmen Sie eine Geradengleichung der Geraden  $g_2$  in vektorieller Parameterform mit dem Parameter  $\sigma$ !
- 6.2 Die Gerade  $g_3$  ist parallel zu  $g_1$  und verläuft durch den Punkt B. Geben Sie eine Geradengleichung der Geraden  $g_3$  in vektorieller Parameterform an!
- 6.3 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ !
- 6.4 Berechnen Sie den Schnittpunkt S der Geraden  $g_1$  mit der Geraden  $g_4 : \mathbf{r} : \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0,5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ !
- 6.5 Berechnen Sie die Länge des Vektors  $\overline{AB}$ !