

1 Finanzmathematik

(20 Punkte)

Herr Fastner schließt zu Anfang des Jahres einen Sparvertrag ab. Er verpflichtet sich 10 Jahre lang jeweils zu Jahresbeginn 1.000,00 € einzuzahlen. Ihm wird ein Zinssatz von 4% eingeräumt.

1.1 Berechnen Sie den Barwert dieser Zahlung!

Gleichzeitig gibt er seinem Sohn ein Darlehen in Höhe von 10.000,00 €, welches dieser innerhalb von 4 Jahren, bei gleichbleibenden Annuitäten, mit 3,5 % Verzinsung zurückzahlen will.

1.2 Erstellen Sie einen Tilgungsplan!

Herr Stricker hat zu Beginn des Jahres 2003 für seine Tochter eine Ausbildungsversicherung in Höhe von 12.500,00 € abgeschlossen und sofort 2.500,00 € eingezahlt. Am Ende dieses Jahres und der folgenden Jahre zahlt er jeweils 472,80 € ein.

1.3 Berechnen sie, wann die Versicherungssumme erreicht ist, wenn die Verzinsung 5,5 % beträgt!

Die Tochter von Herrn Stricker will sich die Versicherungssumme in Höhe von 12.500,00 € bei Fälligkeit nicht auszahlen lassen, sondern jährlich vorschüssig 2.500,00 € abheben.

1.4 Berechnen Sie die Anzahl der vollen Abhebungen und die Höhe des letzten Auszahlungsbetrages bis die Versicherungssumme bei einer Verzinsung von 5 % aufgebraucht ist!

2 Folgen und Reihen

(20 Punkte)

Eine arithmetische Folge und eine geometrische Folge haben beide das Anfangsglied 8 und stimmen auch im zweiten Glied überein. Das dritte Glied der arithmetischen Folge verhält sich zum dritten Glied der geometrische Folge wie 3 : 4.

2.1 Berechnen Sie die ersten 3 Glieder jeder Folge!

Ein Körper A wird geradlinig beschleunigt. Er legt in der ersten Sekunde 3 m zurück und in jeder weiteren Sekunde 4,5 m mehr als in der vorhergehenden.

Ein Körper B, der sich ebenfalls geradlinig bewegt, legt 50 m in der Sekunde zurück und wird so abgebremst, dass er in jeder nachfolgenden Sekunde jeweils 12,5 % weniger Meter zurücklegt als in der vorhergehenden.

2.2 Berechnen Sie, welcher Körper in 15 Sekunden die größere Strecke zurücklegt!

2.3 Berechnen Sie, welche Zeit Körper A für 400 m benötigt!

2.4 Berechnen Sie, welche Strecke Körper B niemals überschreiten kann (= Berechnen Sie, nach welcher Strecke Körper B steht)!

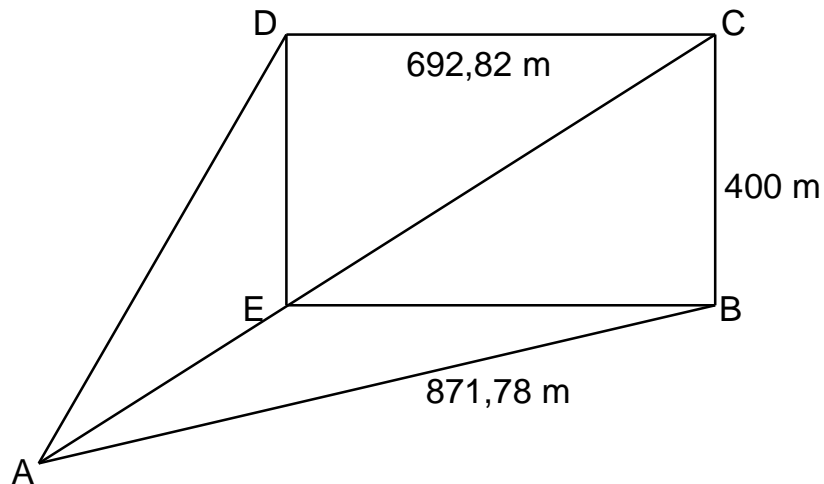
3 Trigonometrie / Geometrie

(20 Punkte)

Ein Landwirt möchte seine viereckige versumpfte Wiese ABCD trockenlegen. Er will sie dann nach vorliegendem Plan als rechteckiges Maisfeld EBCD und als Kartoffelacker ABED anlegen.

Die Strecken $\overline{CD} = 692,82 \text{ m}$, $\overline{BC} = 400 \text{ m}$ und $\overline{AB} = 871,78 \text{ m}$ konnten gemessen werden, der Rest war nicht begehbar.

(Der Grundriss ist nicht maßstabsgerecht wiedergegeben)



- 3.1 Berechnen Sie den Winkel $\alpha = \text{S BEC}$! (Ergebnis: $\alpha = 30^\circ$)
- 3.2 Berechnen Sie die Strecke \overline{EC} ! (Ergebnis: $\overline{EC} = 800 \text{ m}$)
- 3.3 Berechnen Sie den Winkel $\beta = \text{S BAE}$! (Ergebnis: $\beta = 23,41^\circ$)
- 3.4 Berechnen Sie die Strecke \overline{AE} ! (Ergebnis: $\overline{AE} = 200 \text{ m}$)
- 3.5 Berechnen Sie die Fläche ABCD in Hektar (ha)!

4 Gleichungen

(20 Punkte)

Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen in der Grundmenge der reellen Zahlen!

$$4.1 \quad \frac{125 \cdot 5^{x+2}}{0,0016} \cdot 25^{x-1} = 0,04^{-1} \cdot 625^x$$

$$4.2 \quad 2 \cdot 5^{x+2} + 128 \cdot 2^{3x-3} + 15,6 \cdot 5^x = 5 \cdot 2^{3x+3} + 8^x + 8 \cdot 5^{x-1}$$

$$4.3 \quad 6 \cdot (\log_2 x)^2 - 2,5 \cdot \log_2 x^2 = 25$$

5 Funktionen

(20 Punkte)

Der schräge Wasserstrahl eines Springbrunnens verläuft in Form einer Parabel $p: y = -0,5x^2 + bx + c$ wenn man ihn mit einem kartesischen (= rechtwinkligen) Koordinatensystem unterlegt und die Wasseraustrittsdüse in den Koordinatenursprung $O(0/0)$ legt. Der Strahl trifft dann bei $P(5/-2,5)$ auf die Wasseroberfläche auf.

- 5.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p !
(Ergebnis: $p: y = -0,5x^2 + 2x$)
- 5.2 Berechnen Sie die Höhe h des Scheitelpunktes des Wasserstrahls über der Wasseroberfläche in LE!
- 5.3 Berechnen Sie die Tangentengleichung t an den Wasserstrahl beim Düsenaustritt! (Ergebnis: $t: y = 2x$)
- 5.4 Berechnen Sie den Winkel α , den der Wasserstrahl an der Düse mit der Horizontalen (= x -Achse) einnimmt!
- 5.5 Zeichnen Sie den Wasserstrahl, die Tangente und die Wasseroberfläche in ein Koordinatensystem ein! (1
LE_x = 1 cm; LE_y = 2 cm)

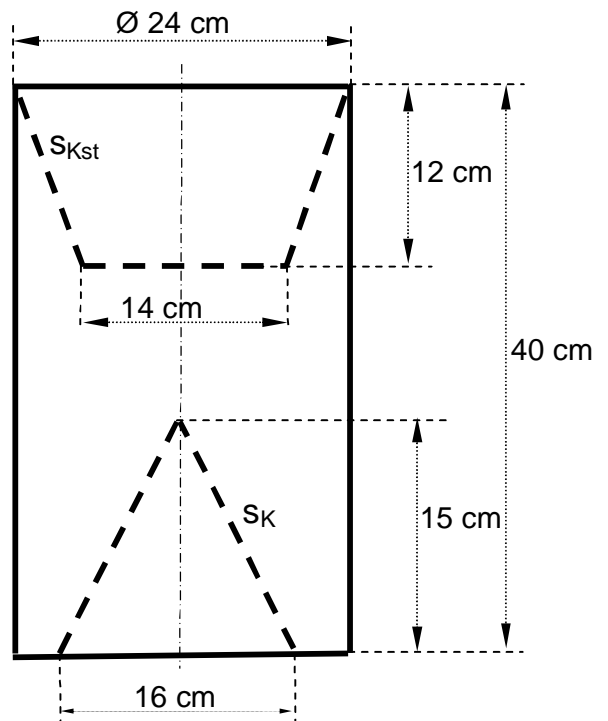
6 Körper- und Flächenberechnung

(20 Punkte)

In einer Schlosserei wird aus einem Metallzylinder auf der einen Seite ein Kegel und auf der anderen Seite ein Kegelstumpf konzentrisch entfernt.

Das fertige Bauteil hat die die angegebenen Maße.

(Die Skizze ist *nicht* maßstabsgerecht wiedergegeben)



- 6.1 Berechnen Sie das Volumen des fertigen Werkstücks und geben Sie das Ergebnis als Vielfache von π an!
- 6.2 Berechnen Sie Seitenkante s_K des Kegels und die Seitenkante s_{Kst} des Kegelstumpfes! (Ergebnis: $s_K = 17$ cm; $s_{Kst} = 13$ cm)
- 6.3 Berechnen Sie die Oberfläche des fertigen Werkstücks und geben Sie das Ergebnis als Vielfache von π an!

Ein Landwirt besitzt in einem Flurbereinigungsgebiet einen rechteckigen Acker, der 1,75 mal so lang wie breit ist. Die Breite soll im Rahmen der Flurbereinigung um 12 m reduziert werden. Als Ausgleich kommen bei der Länge 28 m hinzu. Das bereinigte Grundstück hat dann eine Fläche von 47,6 a.

- 6.4 Berechnen Sie die Fläche in m^2 , die der Landwirt durch die Flurbereinigung hinzugewonnen hat!