

1 Finanzmathematik

(21 Punkte)

Herr A freut sich über seinen Lottogewinn in Höhe von 141.783,76 €. Er legt 75 % davon bei seiner Bank zu einem Zinssatz von 3,5 % an.

1.1 Berechnen Sie, über welchen Betrag Herr A nach 10 Jahren verfügen kann!

Frau B hat auf ihrem Sparkonto bereits 66.750,00 € angespart. Sie zahlt weiterhin nachschüssig 5.000,00 € auf dieses Konto ein. Der Zinssatz beträgt 2,5 %.

1.2 Berechnen Sie, wie viele Jahre Frau B braucht, bis 150.000,00 € angespart sind!

Herr C hat durch geschickte Anlage innerhalb von fünf Jahren sein Kapital um 70 % vermehrt.

1.3 Berechnen Sie, welchem durchschnittlichen Zinssatz dies entspricht!

Frau D möchte sich den Traum eines Eigenheimes verwirklichen. Dazu braucht sie zusätzlich zu ihren Ersparnissen ein Darlehen in Höhe von 175.000,00 €. Die Bank gewährt ihr Ratentilgung auf die Dauer von 25 Jahren bei einem Zinssatz von 5,2 %.

1.4 Stellen Sie einen Tilgungsplan für die ersten drei Jahre auf!

1.5 Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren die Annuität noch 8.456,00 € beträgt!

Herr E möchte sich zu seiner Rente ein weiteres Standbein für seine Altersvorsorge zulegen und denkt dabei an ein Eigenheim. Für einen Grundstückskauf macht er der bisherigen Eigentümerin Frau F folgende drei Angebote (für alle 3 Angebote gilt ein Zinssatz von 4,75 %):

Angebot I: 60.000,00 € sofort in bar, dann 50.000,00 € in drei Jahren und 30.000,00 € nach weiteren 2 Jahren.

Angebot II: 10 Jahre lang jährlich nachschüssig 16.000,00 €

Angebot III: 70.000,00 € sofort in bar und beginnend nach vier Jahren drei vorschüssige Raten zu je 25.000,00 €

1.6 Berechnen Sie, welches Angebot für Frau F das günstigste ist!

2 Folgen und Reihen

(21 Punkte)

Eine Kugel aus Gummi wird senkrecht nach oben katapultiert. Sie legt beim Steigen in jeder Sekunde 9,8 m weniger zurück als in der vorhergehenden.

- 2.1 Berechnen Sie wie lange die Kugel steigt, wenn sie in der ersten Sekunde eine Höhe von 88,2 m erreicht!
(Ergebnis: 10 Sekunden)
- 2.2 Berechnen Sie die maximale Steigungshöhe h_{\max} , die die Kugel erreicht!
(Ergebnis: $h_{\max} = 441$ m)

Die Kugel fällt anschließend wieder zurück auf den Boden, wo sie nach jedem Bodenkontakt nur noch 75 % ihrer vorherigen Ausgangshöhe erreicht.

- 2.3 Berechnen Sie nach dem wievielten Bodenkontakt die Kugel zum ersten Mal eine Höhe erreicht, die geringer ist als 1 % ihrer Ausgangshöhe h_{\max} ?
- 2.4 Berechnen Sie, welchen Weg die Kugel vom Abschuss aus zurücklegt bis sie auf dem Boden liegen bleibt?

Die trapezförmige einer mit Ziegeln gedeckten Walmdachseite muss erneuert werden. Sie enthält in der untersten Reihe 159 Ziegel und in jeder nach oben folgenden Reihe drei Ziegel weniger. Im Ganzen sind es 44 Reihen.

- 2.5 Berechnen Sie wie viele Ziegel in der obersten Reihe liegen!

Ein Kleinlaster liefert zunächst 15 Paletten mit je 200 Ziegeln an.

- 2.6 Berechnen Sie für wie viele ganze Reihen, von der untersten Reihe aus gerechnet, dies reicht!

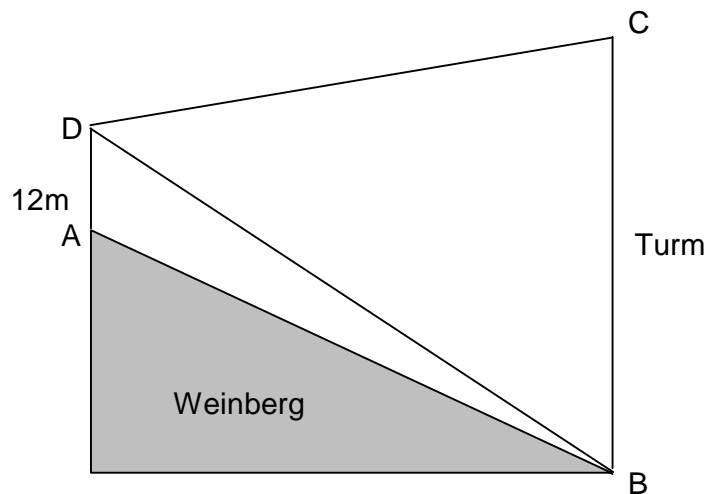
3 Trigonometrie / Geometrie

(18 Punkte)

Oberhalb des Weinbergs \overline{AB} steht ein 12 m hohes Haus \overline{AD} . Vom Dach des Hauses D erscheint der unterste Punkt B eines am Fuße des Weinberges gelegenen Turms \overline{BC} unter einem Senkungswinkel von $\alpha = 16,7^\circ$, die Turmspitze C unter einem Erhebungswinkel von $\beta = 4,7^\circ$. Der Steigungswinkel des Weinbergs beträgt $g = 12,41^\circ$.

Runden Sie alle Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen.

(Skizze ist **nicht** maßstabsgerecht!)



- 3.1 Berechnen Sie die Entfernung \overline{BD} !
(Ergebnis: $BD = 156,67$ m)
- 3.2 Berechnen Sie die horizontale Entfernung e des Hauses vom Turm!
(Ergebnis: $e = 150,06$ m)
- 3.3 Berechnen Sie den Höhenunterschied h_1 zwischen der Turmspitze C und dem Dach des Hause D!
- 3.4 Berechnen Sie die Entfernung \overline{CD} !
(Ergebnis: $\overline{CD} = 150,57$ m)
- 3.5 Berechnen Sie die Entfernung \overline{AC} !
- 3.6 Berechnen Sie die Steigung des Weinbergs in %!

4 Gleichungen

(20 Punkte)

Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen in der Grundmenge der reellen Zahlen \mathbb{R} !

4.1

$$14^{x-6} = 2 \cdot 7^x$$

4.2

$$3^{x+2} - 9 \cdot 2^x = 5 \cdot 2^{x+1} + 5 \cdot 3^{x-2}$$

4.3

$$2\sqrt{3x+1} - 3\sqrt{x+3} + 2 = 0$$

5 Funktionen

(20 Punkte)

Gegeben ist die Funktionsgleichung der Parabel $p: y = -x^2 + 2x + 1$ mit $D_p = \mathbf{R}$ und die Geradenschar $t_a : y = ax + 5$ mit $a \in \mathbf{R}$ mit $D_{t_a} = \mathbf{R}$.

- 5.1 Berechnen Sie die Scheitelform und den Scheitel S der Parabel p !
- 5.2 Berechnen Sie die Nullstellen x_1 und x_2 der Parabel auf eine Nachkommastelle und geben Sie die Schnittpunkte N_1 und N_2 der Parabel mit der x -Achse an!
- 5.3 Berechnen Sie den Parameter a so, dass t_a Tangente an die Parabel p ist, und geben Sie die Funktionsgleichung der jeweiligen Tangenten an!
- 5.4 Berechnen Sie den Berührungspunkt B der Tangente t_a für $a = -2$ mit der Parabel p !
- 5.5 Zeichnen Sie die Parabel p für $S(1/2)$ und der Tangente t_a für $a = -2$ und $a = 6$ sowie die Punkte S , N_1 , N_2 und B in ein rechtwinkliges Koordinatensystem im Bereich $-2 \leq x \leq 4$ ein! (1 LE = 1 cm)

6. Vektorrechnung

(20 Punkte)

Gegeben ist der Punkte A(5/1) und sowie die Vektoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

6.1 Zeichnen Sie das Parallelogramm ABCD in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, wenn $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{d} = \overrightarrow{AD}$ ist und geben Sie die Koordinaten der Punkte B, C und D an!

6.2 Berechnen Sie die Länge der Diagonalen \overline{BD} !

6.3 Berechnen Sie den Vektor \overrightarrow{CA}

Durch die Punkte A und Z(2,5/ -0,5) verläuft die Gerade h.

6.4 Zeichnen Sie diese Gerade in das Koordinatensystem von 6.1 ein und berechnen Sie eine Gleichung der Geraden h in vektorieller Parameterform mit dem Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$!

6.5 Berechnen Sie die Normalform der Geradengleichung $g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \oplus \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ und zeichnen Sie diese Gerade in das Koordinatensystem von 6.1 ein!

6.6 Zeigen Sie durch Rechnung, dass Z der Schnittpunkt von $g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \tau \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}; \tau \in \mathbb{R}$ mit g_2 ist!

6.7 Berechnen Sie die Maßzahl des Umfangs des Parallelogramms ABCD auf 2 Stellen nach dem Komma!