

1 Finanzmathematik	Punkte
<p>Frau Seufert möchte für den Bau eines Mietshauses, den sie in sechs Jahren beginnen will, ein Startkapital in Höhe von 150.000 € ansparen.</p>	
<p>1.1 Berechnen Sie, wie hoch bei einer Verzinsung von 3 % die jährlich vorschüssigen Zahlungen sein müssten, wenn in zwei Jahren noch eine einmalige Zahlung in Höhe von 35.000 € hinzu kommt.</p>	5
<p>1.2 Berechnen Sie, wie viele Jahre Frau Seufert zum Ansparen der 150.000 € bräuchte, wenn sie ausschließlich jährlich nachschüssige Zahlungen in Höhe von 17.000 € leisten könnte und der Zinssatz ebenfalls 3 % betragen würde.</p>	5
<p>Frau Seufert beginnt nun das Bauvorhaben. Dazu benötigt sie eine Hypothek in Höhe von 200.000 €, die innerhalb von 16 Jahren bei einem Zinssatz von 8 % zu tilgen ist.</p>	
<p>1.3 Stellen Sie einen Tilgungsplan für die ersten zwei Jahre auf, wenn Annuitätentilgung vereinbart ist.</p>	4
<p>Ihr Vater Paul Seufert überlegt, sein Haus zu verkaufen, um in eine hotelähnliche Anlage zu ziehen. Ihm liegen drei Angebote vor:</p>	
<ul style="list-style-type: none">• Frau Ahrens möchte zum 01.01.2010 einmalig 300.000 € bezahlen.• Herr Bauer würde zum 01.01.2010 zunächst 100.000 € anzahlen und zusätzlich bis einschließlich 2038 jeweils am Jahresende 12.000 € überweisen.• Herr Clarius will Ende 2012 einen Betrag von 345.000 € bezahlen.	
<p>1.4 Ermitteln Sie rechnerisch, welches Angebot für Herrn Seufert am günstigsten ist, wenn er mit einem durchschnittlichen Marktzinssatz von 4,5 % rechnen kann.</p>	6
<p>Summe</p>	20

2 Folgen und Reihen

Punkte

Ein Unternehmen stellt Solarmodule her. Aufgrund der steigenden Preise für fossile Energieträger rechnet man mit einer erhöhten Nachfrage nach diesem Produkt.

Von Januar 2009 bis einschließlich Mai 2009 wurden pro Monat 1.730 Module gefertigt. Diese Produktionszahl soll ab Juni bis zum Ende des Jahres pro Monat um einen konstanten Wert erhöht werden, so dass im Dezember 2.500 Module gefertigt werden.

2.1 Berechnen Sie, um wie viel Stück die Produktion pro Monat gesteigert werden muss, um das angestrebte Produktionsziel zu erreichen. (Ergebnis: $d = 110$) 3

2.2 Berechnen Sie, wie viele Module im Jahr 2009 insgesamt gefertigt werden. 3

2.3 Berechnen Sie, ausgehend von Mai 2009, bis zu welchem Monat insgesamt mehr als 40.000 Module produziert worden sind. 5

Durch die erhöhten Produktionszahlen und die dadurch verbesserte Auslastung der Produktionsanlagen verringern sich die Herstellungskosten pro Modul. Im Mai 2009 betragen die Herstellungskosten pro Modul 130 €. Bis zum Ende des Jahres sollen die Kosten auf 100 € gesenkt werden.

2.4 Berechnen Sie, welche gleichmäßige prozentuale Kostensenkung pro Monat hierfür erforderlich ist. 4

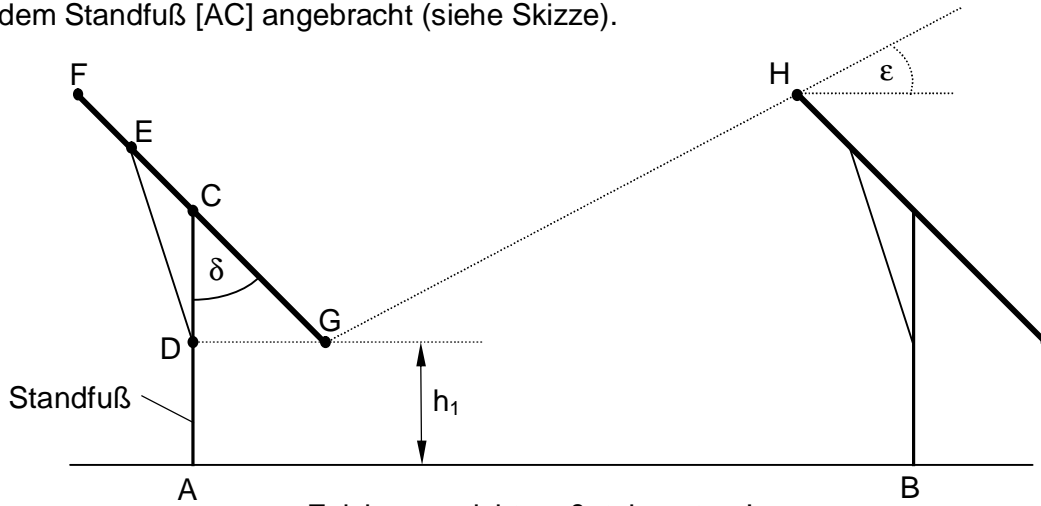
2.5 Im Mai 2010 soll der Verkaufspreis für ein Modul 250 € betragen. Ermitteln Sie die Differenz aus Verkaufserlösen und Herstellungskosten für die im Monat Mai 2010 insgesamt produzierten und vollständig abverkauften Produkte. Die Kostensenkung beträgt weiterhin 3,68 % und die Produktionssteigerung wird wie geplant fortgeführt. 5

Summe 20

3 Trigonometrie/Geometrie

Punkte

Auf einem ebenen Grundstück soll ein Solarzellenpark mit einer Vielzahl baugleicher Solarmodule errichtet werden. Die Module besitzen die Breite $\overline{FG} = 3,50 \text{ m}$ und werden genau mittig in einem Winkel von $\delta = 48^\circ$ gegenüber dem Standfuß $[AC]$ angebracht (siehe Skizze).



Zeichnung nicht maßstabsgetreu!

3.1 Berechnen Sie die notwendige Höhe $h = \overline{AC}$ eines Standfußes, wenn der Abstand $\overline{AD} = h_1 = 2,50 \text{ m}$ betragen soll. (Ergebnis: $\overline{AC} = 3,67 \text{ m}$)

4

3.2 Zur Abstützung der Module wird eine Strebe $[DE]$ angebracht. Berechne \overline{DE} wenn gilt: $\overline{AD} = h_1$ und $\overline{FE} = \overline{EC}$.

4

Der Abstand $e = \overline{AB}$ der Standfüße muss so gewählt werden, dass auch bei flacher Sonneneinstrahlung keine gegenseitige Abschattung durch die Module erfolgt.

3.3 Bestimmen Sie den notwendigen Abstand e bei einem Einstrahlwinkel von $\epsilon = 23^\circ$.

5

Der Solarzellenpark befindet sich auf einem dreieckigen Gelände. Zwei Grundstücksseiten haben die Maße $a = 250 \text{ m}$ und $b = 180 \text{ m}$. Der Dreiecksseite a liegt der Winkel $\alpha = 36,7^\circ$ gegenüber.

3.4 Berechnen Sie den von den Grundstücksseiten a und c eingeschlossenen Winkel β . (Ergebnis: $\beta = 25,49^\circ$)

3

3.5 Jedes Modul hat einen Flächenbedarf von 35 m^2 . Berechnen Sie die Anzahl der Solarmodule, die auf dem Grundstück aufgestellt werden können, wenn 95% der Grundstücksfläche nutzbar sind.

4

Summe 20

4 Gleichungen

Punkte

Bestimmen Sie jeweils die Definitions- und Lösungsmenge folgender Gleichungen in der Grundmenge der reellen Zahlen.

4.1 $x - \sqrt{5x - 1} = 5$

8

4.2 $\lg 3 + \lg x = \lg(2 - x) + 2$

7

4.3 $5^{2x} : 5^{x+2} = 125^{-3x+4}$

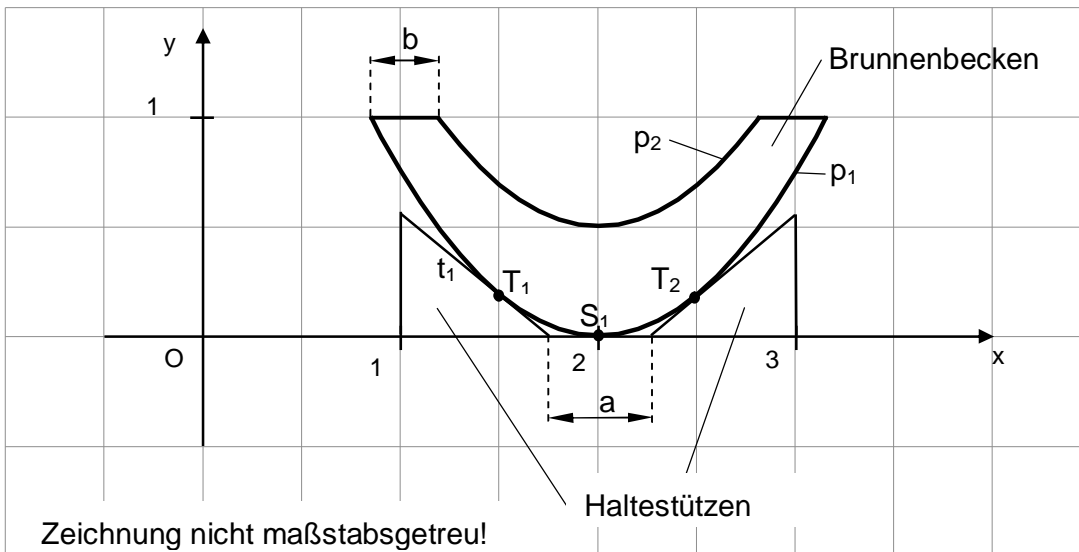
5

Summe 20

5 Funktionen

Punkte

Das untenstehende Diagramm zeigt den Querschnitt eines Brunnenbeckens, das von zwei dreieckigen Haltestützen gegen Kippen gesichert wird. Die gestauchten Parabeln p_1 und p_2 begrenzen den Brunnenquerschnitt. Der Brunnen ist 1 m hoch (siehe Skizze). Es gilt: $1 \text{ LE}_x = 1 \text{ (m)}$; $1 \text{ LE}_y = 1 \text{ (m)}$.



- 5.1 Berechnen Sie den Scheitelpunkt S_1 der Parabel p_1 : $y = 0,75x^2 - 3x + 3$ mit Hilfe der Scheitelform.
(Ergebnis: $S_1(2 | 0)$) 4
- 5.2 Die Parabel p_2 mit dem Formfaktor $a = 0,75$ hat einen Scheitel, der um $0,5 \text{ LE}$ in die positive y -Richtung verschoben ist. Bestimmen Sie eine Gleichung der Parabel p_2 in allgemeiner Form.
(Ergebnis: $p_2: y = 0,75x^2 - 3x + 3,5$) 3
- 5.3 Bestimmen Sie die Breite b des Brunnenrandes. 5
- An den Punkten $T_1(1,5 | y_t)$ und T_2 berühren die Haltestützen das Brunnenbecken.
- 5.4 Berechnen Sie y_t von T_1 .
(Ergebnis: $y_t = 0,19$) 2
- 5.5 Bestimmen Sie die Tangentengleichung t_1 mit $m_1 = -0,75$.
(Ergebnis: $t_1: y = -0,75x + 1,32$) 2
- 5.6 Berechnen Sie den Abstand a der Haltestützen auf dem Boden. 4

Summe 20

6 Körperberechnung

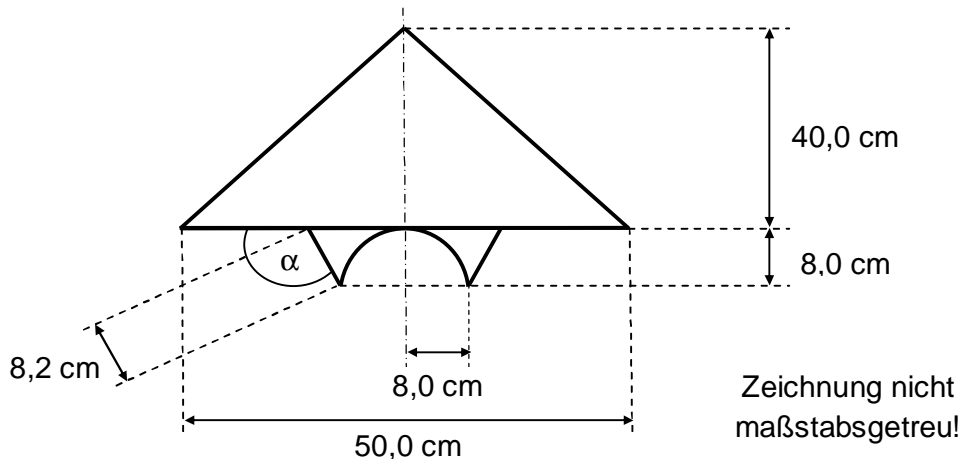
Punkte

Zur Einweihung einer Ausstellung wurden Tänzerinnen mit besonderen Kostümen ausgestattet (siehe nebenstehendes Foto). Der Hut, der im Vordergrund des Fotos



abgebildeten Darstellerin, wurde aus einer quadratischen Pyramide (Kantenlänge $a = 50\text{ cm}$) und einem angesetzten Kegelstumpf mit Halbkugelausschnitt hergestellt.

Die nachfolgende Skizze zeigt einen Querschnitt durch die Mitte des Hutes, der parallel zur Seitenkante der Grundfläche ausgeführt wird.



- 6.1 Berechnen Sie das Volumen des Hutes, wenn der untere Teil ein Kegelstumpf mit Halbkugelausschnitt ist. 5
- 6.2 Der Hut soll auf der Pyramidenoberfläche ohne den unteren Teil mit einer silbernen Folie beklebt werden. Berechnen Sie diese Fläche. 4
- 6.3 Berechnen Sie den Winkel α . 2
- 6.4 Zur Stabilisierung des Hutes werden an den vier Kanten der Pyramide, die von der Spitze S zur Grundfläche führen, Drähte eingeklebt. Berechnen Sie die Gesamtlänge des benötigten Drahtes. 5
- 6.5 Der gleiche Hut einer anderen Darstellerin wird parallel zur Grundfläche der Pyramide an der Spitze abgeschnitten. Die oben freigelegte quadratische Fläche hat eine Seitenkante von 12 cm . Berechnen Sie das Volumen des verbleibenden Pyramidenstumpfes. 4

Summe 20