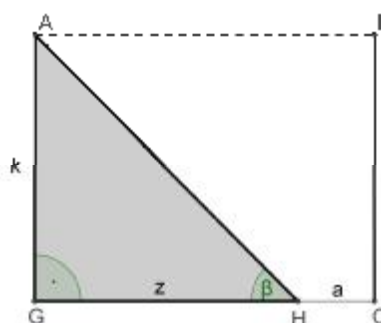
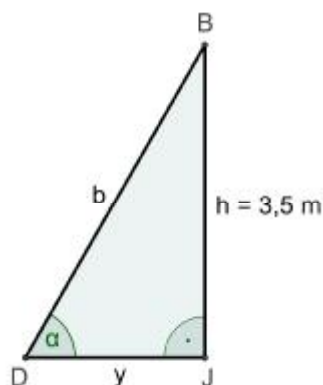


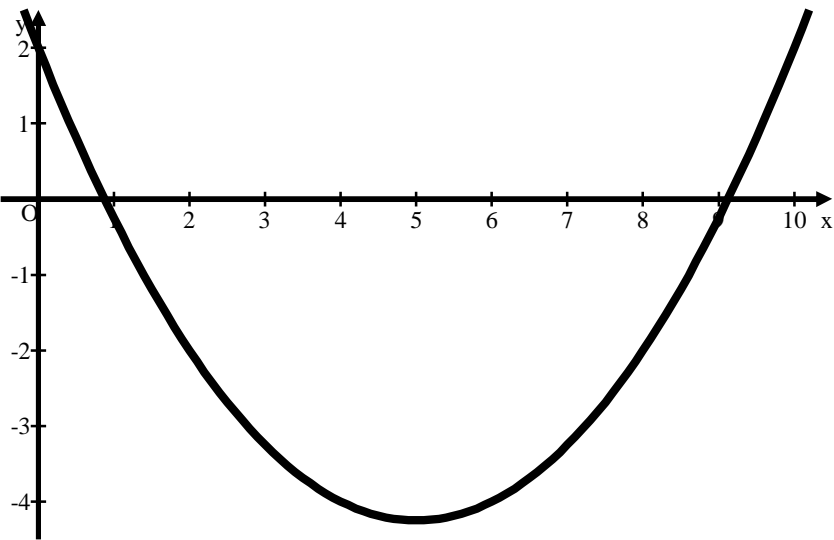
Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2010 Lösungsvorschlag: 1 Finanzmathematik		Pkt.																																								
1.1	$R_{25} = 1.860 \cdot \frac{1,0275^{25} - 1}{0,0275} = 65.631,68 \text{ €}$ <p>Frau Werner erhält nach 25 Jahren 65.631,68 €</p>	2																																								
1.2	$65.631,68 \cdot 1,0425 = 68.421,03 \text{ €}$ $68.421,03 - 10.000 = 58.421,03 \text{ €}$ $58.421,03 \cdot 1,0425^2 = 63.492,34 \text{ €}$ <p>Nach drei Jahren besitzt Frau Werner 63.492,34 €</p>	3																																								
1.3	$0 = 63.492,34 \cdot 1,035^n - 12.000 \cdot 1,035 \cdot \frac{(1,035^n - 1)}{0,035}$ $0 = 63.492,34 \cdot 1,035^n - 354.857,14 \cdot 1,035^n + 354.857,14$ $1,035^n = 1,22 \mid \lg \Rightarrow n = 5,73$ <p>Frau Werner kann fünfmal 12.000 € von ihrem Konto abheben.</p>	6																																								
1.4	$R'_0 = \frac{5.160 \cdot 1,0375 \cdot (1,0375^{18} - 1)}{0,0375 \cdot 1,0375^{18}}$ $R'_0 = 69.169,69 \text{ €}$ <p>Es wäre für Frau Werner von Vorteil, da der Barwert der ausbezahlten Rente höher als das Guthaben von 63.492,34 € ist.</p>	3																																								
1.5	$p = 3,96 \Rightarrow q = 1,0396; \quad T = \frac{5.400}{3} = 1.800 \text{ €}$ <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>Schuld</th> <th>Zinsen</th> <th>Tilgung</th> <th>Annuität</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5.400,00 €</td> <td>213,84 €</td> <td>1.800,00 €</td> <td>2.013,84 €</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3.600,00 €</td> <td>142,56 €</td> <td>1.800,00 €</td> <td>1.942,56 €</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1.800,00 €</td> <td>71,28 €</td> <td>1.800,00 €</td> <td>1.871,28 €</td> </tr> </tbody> </table> <p>Ratentilgung : Summe der Zinsen : 427,68 €</p> $A = \frac{5.400 \cdot 1,0396^3 \cdot 0,0396}{1,0396^3 - 1} = 1.944,41 \text{ €}$ <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>Schuld</th> <th>Zinsen</th> <th>Tilgung</th> <th>Annuität</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5.400,00 €</td> <td>213,84 €</td> <td>1.730,57 €</td> <td>1.944,41 €</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3.669,43 €</td> <td>145,31 €</td> <td>1.799,10 €</td> <td>1.944,41 €</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1.870,33 €</td> <td>74,07 €</td> <td>1.870,33 €</td> <td>1.944,40 €</td> </tr> </tbody> </table> <p>Annuitätentilgung : Summe der Zinsen : 433,22 € \Rightarrow Die Ratentilgung ist günstiger.</p>	Jahr	Schuld	Zinsen	Tilgung	Annuität	1	5.400,00 €	213,84 €	1.800,00 €	2.013,84 €	2	3.600,00 €	142,56 €	1.800,00 €	1.942,56 €	3	1.800,00 €	71,28 €	1.800,00 €	1.871,28 €	Jahr	Schuld	Zinsen	Tilgung	Annuität	1	5.400,00 €	213,84 €	1.730,57 €	1.944,41 €	2	3.669,43 €	145,31 €	1.799,10 €	1.944,41 €	3	1.870,33 €	74,07 €	1.870,33 €	1.944,40 €	6
Jahr	Schuld	Zinsen	Tilgung	Annuität																																						
1	5.400,00 €	213,84 €	1.800,00 €	2.013,84 €																																						
2	3.600,00 €	142,56 €	1.800,00 €	1.942,56 €																																						
3	1.800,00 €	71,28 €	1.800,00 €	1.871,28 €																																						
Jahr	Schuld	Zinsen	Tilgung	Annuität																																						
1	5.400,00 €	213,84 €	1.730,57 €	1.944,41 €																																						
2	3.669,43 €	145,31 €	1.799,10 €	1.944,41 €																																						
3	1.870,33 €	74,07 €	1.870,33 €	1.944,40 €																																						
Summe		20																																								

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2010 Lösungsvorschlag: 2 Folgen und Reihen		Pkt.
2.1	$l_n = l_1 \cdot q^{n-1}$ $l_8 = 12 \cdot 0,85^7 = 3,85 \text{ m}$ <p>Die Länge des achten Seils beträgt 3,85 m.</p>	3
2.2	<p>Anzahl der Seile für einen Bereich der Aufhängungen:</p> $l_n = l_1 \cdot q^{n-1}$ $1,2332 = 12 \cdot 0,85^{n-1} \Rightarrow \lg 1,2332 = \lg 12 + (n-1)\lg 0,85 \Rightarrow$ $\frac{\lg 1,2332 - \lg 12}{\lg 0,85} + 1 = n \Rightarrow n = 15,00$ <p>Anzahl der insgesamt notwendigen Seile für vier Bereiche der Aufhängungen: $15 \cdot 4 = 60$ Die Brücke ist insgesamt an 60 Seilen aufgehängt.</p>	5
2.3	<p>Summe der Seillängen für einen Bereich der Aufhängungen:</p> $s_n = l_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ $s_{15} = 12 \cdot \frac{0,85^{15} - 1}{0,85 - 1} = 73,01 \text{ m}$ <p>10 % Zuschlag: $73,01 \cdot 1,1 = 80,31 \text{ m}$ Seillänge für vier Bereiche der Aufhängungen: $4 \cdot 80,31 = 321,24 \text{ m}$ Die Gesamtlänge der Seile für vier Bereiche der Aufhängungen beträgt 321,25 m.</p>	4
2.4	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $a_{15} = 2 + (15-1) \cdot (-0,1) = 0,60 \text{ m}$ <p>Der Abstand a_{15} zwischen Seil 1 und dem Stützpfiler beträgt 0,60 m.</p>	3
2.5	<p>Summe der Abstände zwischen den Seilen (ohne Berücksichtigung der Seildurchmesser)</p> $s_n = \frac{n}{2} \cdot [2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot d]$ $s_{15} = \frac{15}{2} \cdot [2 \cdot 2 + (15-1) \cdot (-0,1)] = 19,50 \text{ m}$ <p>Summe der Durchmesser der Seile im Bereich einer Aufhängung: $15 \cdot 0,05 = 0,75 \text{ m}$ Spannweite der Brücke: $2 \cdot (19,50 + 0,75 + 6,50) + 0,50 = 54,00 \text{ m}$ Die Spannweite der Brücke beträgt 54,00 m.</p>	5
	Summe	20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2010 Lösungsvorschlag: 3 Trigonometrie		Pkt.
3.1	$\sin \alpha = \frac{h}{b} \Rightarrow b = \frac{3,50}{\sin 60^\circ} = 4,04 \text{ m}$	3
3.2	$\alpha' = 90^\circ - \alpha = 30^\circ$ $x^2 = 2,75^2 + 4,04^2 - 2 \cdot 2,75 \cdot 4,04 \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow x = 2,15 \text{ m}$	4
3.3	$\frac{\sin \varepsilon}{2,75} = \frac{\sin 30^\circ}{2,15} \Rightarrow \varepsilon = 39,76^\circ$	4
3.4	Baugrubenbreite = 18,50 m: horizontale Entfernung (e) h_Δ zwischen A und B: $3,50 - 2,75 = 0,75 \text{ m}$: vertikale Entfernung (h) $\tan \tau = \frac{h}{e} = \frac{0,75}{18,50} = 0,0405$ Gefälle in %: $\tan \tau \cdot 100 = 4,05 \%$	4
3.5	$\cos \alpha = \frac{y}{b} \Rightarrow y = \cos 60^\circ \cdot 4,04$ $y = 2,02 \text{ m}$ $z = 18,50 - 1,00 - 12,00 - 2,02 = 3,48 \text{ m}$ $\tan \beta = \frac{2,75}{3,48} = 0,79$ $\beta = 38,32^\circ$	5
	Summe	20



Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2010 Lösungsvorschlag: 4 Gleichungen		Pkt.
4.1	$D_1 = \{x \mid x \geq 0\}, D_2 = \{x \mid x \geq -48\}$ $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ $ \sqrt{x} + 4 - \sqrt{x + 48} ^2$ $x + 8\sqrt{x} + 16 = x + 48$ $ \sqrt{x} - 4 ^2$ $x = 16$ Probe $\sqrt{16} + 4 = \sqrt{16 + 48} \Rightarrow 8 = 8$	7
4.2	$D = \mathbb{R}$ $\frac{3^{2x-1}}{9^{3x+3}} = \frac{3^{4x-18}}{27^{2x-1}}$ $\frac{3^{2x-1}}{3^{6x+6}} = \frac{3^{4x-18}}{3^{6x-3}}$ $3^{2x-1-6x-6} = 3^{4x-18-6x+3}$ $2x - 1 - 6x - 6 = 4x - 18 - 6x + 3$ $x = 4$	6
4.3	$x^2 + 31 > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$; $5x + 3 > 0 \Rightarrow D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{3}{5}\right\}$ $\frac{1}{2} \lg(x^2 + 31) - \lg 2 = \frac{1}{2} \lg(5x + 3)$ $\lg \frac{(x^2 + 31)^{\frac{1}{2}}}{2} = \lg(5x + 3)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{(x^2 + 31)^{\frac{1}{2}}}{2} = (5x + 3)^{\frac{1}{2}} \quad ^2$ $\frac{(x^2 + 31)}{4} = (5x + 3)$ $(x^2 + 31) = 4 \cdot (5x + 3)$ $x_1 = 19 \quad x_2 = 1 \quad L = \{1; 19\}$	7
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2010		Pkt.																								
Lösungsvorschlag: 5 Funktionen																										
5.1	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,00</td><td>2,00</td></tr> <tr><td>1,00</td><td>-0,25</td></tr> <tr><td>2,00</td><td>-2,00</td></tr> <tr><td>3,00</td><td>-3,25</td></tr> <tr><td>4,00</td><td>-4,00</td></tr> <tr><td>5,00</td><td>-4,25</td></tr> <tr><td>6,00</td><td>-4,00</td></tr> <tr><td>7,00</td><td>-3,25</td></tr> <tr><td>8,00</td><td>-2,00</td></tr> <tr><td>9,00</td><td>-0,25</td></tr> <tr><td>10,00</td><td>2,00</td></tr> </tbody> </table> 	x	y	0,00	2,00	1,00	-0,25	2,00	-2,00	3,00	-3,25	4,00	-4,00	5,00	-4,25	6,00	-4,00	7,00	-3,25	8,00	-2,00	9,00	-0,25	10,00	2,00	3
x	y																									
0,00	2,00																									
1,00	-0,25																									
2,00	-2,00																									
3,00	-3,25																									
4,00	-4,00																									
5,00	-4,25																									
6,00	-4,00																									
7,00	-3,25																									
8,00	-2,00																									
9,00	-0,25																									
10,00	2,00																									
5.2	$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y + 2}{x - 2} = \frac{2 + 2}{10 - 2} \Rightarrow y + 2 = \frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 3$	4																								
5.3	<p>Tangente t: $y = 0,5x + n$</p> <p>$p \cap t: 0,25x^2 - 2,5x + 2 = 0,5x + n \Rightarrow 0,25x^2 - 3x + 2 - n = 0$</p> <p>$D = 0 \Rightarrow 9 - 4 \cdot 0,25 \cdot (2 - n) = 0 \Rightarrow n = -7$</p> <p>Tangente t: $y = 0,5x - 7$</p>	5																								
5.4	$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{9} \cdot 0^2 - \frac{4}{3} \cdot 0 + 4 = 4$ Höhe: 4 m	2																								
5.5	$y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4 \quad / \cdot 9$ $9y = x^2 - 12x + 36 \Leftrightarrow 9y = (x - 6)^2 - 36 + 36$ $y = \frac{1}{9}(x - 6)^2 \Rightarrow S(6 0)$	4																								
5.6	<p>Da der Scheitel bei $x = 6$ liegt, ist die gesuchte Breite $b = 12$ m (oder Rechnung)</p>	2																								
Summe		20																								

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2010 Lösungsvorschlag: 6 Körperberechnung		Pkt.
6.1	$60^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = d^2$ $3600 = \frac{3}{4}d^2$ $d = 69,28 \text{ cm}$	3
6.2	$V = \frac{1}{3} \cdot r_2^2 \cdot \pi \cdot h_2$ $h_2 = h_{\text{ges}} - h_1 = 60 - 10 = 50 \text{ cm}$ $50 = \frac{a_2}{2} \sqrt{3} \Rightarrow a_2 = 57,74 \Rightarrow r_2 = 28,87 \text{ cm}$ $V = \frac{1}{3} \cdot 28,87^2 \cdot \pi \cdot 50 = 43.640,75 \text{ cm}^3 = 43,64 \text{ Liter}$	5
6.3	Die Maße der Innenwinkel eines gleichseitigen Dreiecks betragen 60° . Da der Winkel α ein Wechselwinkel zu einem Innenwinkel ist, gilt: $\alpha = 60^\circ$.	2
6.4	$V_{\text{Zyl}} = r_z^2 \cdot \pi \cdot h_z = 20^2 \cdot \pi \cdot 20 = 25.132,74 \text{ cm}^3$ $r_3 = \frac{20}{\tan 60^\circ} = 11,55 \text{ cm}$ $V_K = \frac{1}{3} \cdot r_3^2 \cdot \pi \cdot h_z = \frac{1}{3} \cdot 11,55^2 \cdot \pi \cdot 20 = 2.793,98 \text{ cm}^3$ $V_{\text{Sockel}} = V_{\text{Zyl}} - V_K = 25.132,74 - 2.793,98 = 22.338,76 \text{ cm}^3$	5
6.5	$x^2 = h_z^2 + r_3^2 = 20^2 + 11,55^2 \Rightarrow x = 23,10 \text{ cm}$ $s_{\text{KS}} = d - x = 69,28 - 23,10 = 46,18 \text{ cm}$ $M_{\text{KS}} = \pi \cdot s_{\text{KS}} \cdot (r + r_3) = \pi \cdot 46,18 \cdot (34,64 + 11,55) = 6.701,19 \text{ cm}^2$	5
	Summe	20