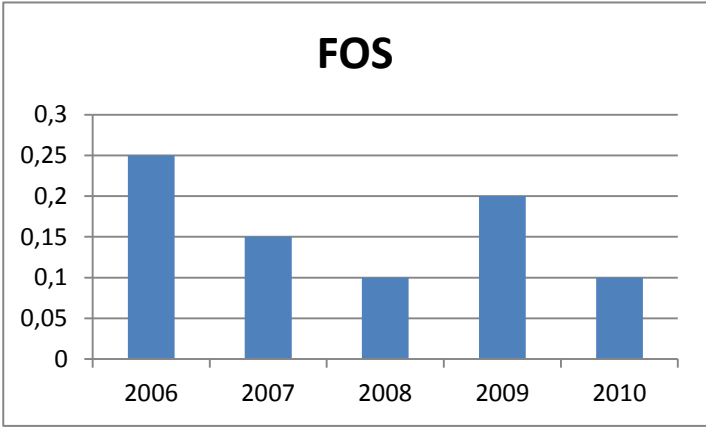
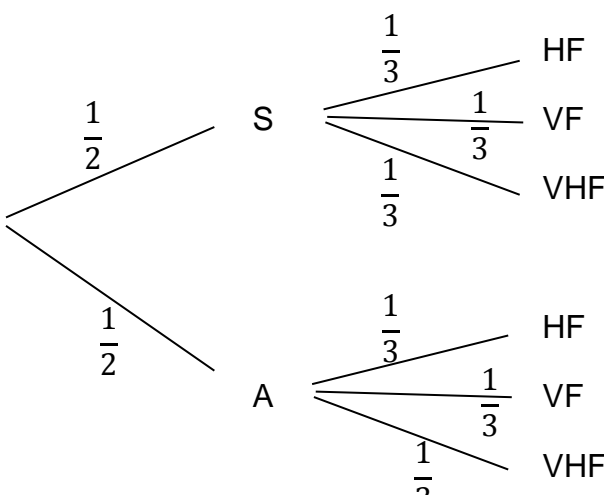


Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2013 Lösungsvorschlag: 1 Finanzmathematik		Pkt.															
1.1	<p>Berechnung der Barwerte:</p> <p>Angebot A: $15.000 \cdot \frac{1,025^{20}-1}{1,025^{20} \cdot 0,025} = 233.837,43 \text{ €}$</p> <p>Angebot B: $15 \cdot 15.000,00 = 225.000,00 \text{ €}$</p> <p>Angebot C: $16.000 \cdot 1,025 \cdot \frac{1,025^{15}-1}{1,025^{15} \cdot 0,025} = 203.054,59 \text{ €}$</p> <p>$\frac{203.054,59}{1,025^5} = 179.470,67 \text{ €}$</p> <p>$50.000 \text{ €} + 179.470,67 \text{ €} = 229.470,67 \text{ €}$</p> <p>Angebot A ist für die Grundstückseigentümer am besten.</p>	6															
1.2	<p>$250.000 = 42.000 \cdot 1,03^n + 10.000 \cdot \frac{1,03^n - 1}{0,03}$</p> <p>$7.500 = 1.260 \cdot 1,03^n + 10.000 \cdot 1,03^n - 10.000$</p> <p>$17.500 = 1,03^n \cdot 11.260$</p> <p>$n = \log_{1,03} 1,55... \Rightarrow n = 14,92 \Rightarrow \text{Er braucht 15 Jahre.}$</p>	5															
1.3	<p>$0 = 250.000 \cdot 1,03^{20} - r \cdot 1,03 \cdot \frac{1,03^{20}-1}{1,03-1}$</p> <p>$r = 16.314,49 \text{ €}$</p> <p>Er kann jährlich 16.314,49 € abheben.</p>	3															
1.4	<p>Kaufpreis gesamt = $290.000 \cdot 1,05 = 304.500 \text{ €}$</p> <p>Kreditbedarf = $304.500 - 225.000 = 79.500 \text{ €}$</p> <p>$T = \frac{79.500}{5} = 15.900 \text{ €}$</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>Restschuld</th> <th>Zinsen</th> <th>Tilgung</th> <th>Annuität</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>79.500,00</td> <td>1.987,50</td> <td>15.900,00</td> <td>17.887,50</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>63.600,00</td> <td>1.590,00</td> <td>15.900,00</td> <td>17.490,00</td> </tr> </tbody> </table>	Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität	1	79.500,00	1.987,50	15.900,00	17.887,50	2	63.600,00	1.590,00	15.900,00	17.490,00	4
Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität													
1	79.500,00	1.987,50	15.900,00	17.887,50													
2	63.600,00	1.590,00	15.900,00	17.490,00													
1.5	<p>$A = \frac{79.500 \cdot 1,025^5 \cdot 0,025}{1,025^5 - 1} = 17.112,13 \text{ €}$</p> <p>Die Annuität beträgt 17.112,13 €.</p>	2															
	Summe	20															

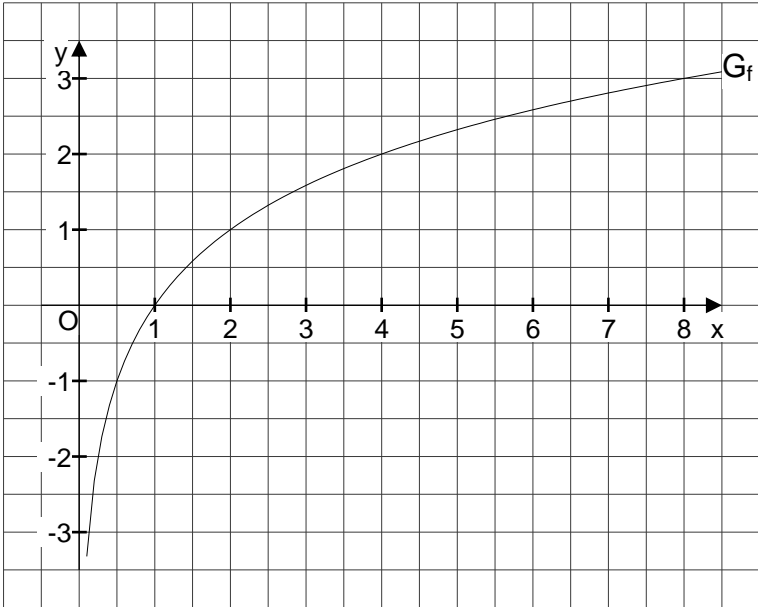
Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen Lösungsvorschlag: 2 Folgen und Reihen		Pkt.
2.1	$d = 0,05 \quad n = 40 \quad a_1 = 1,85$ $a_{40} = 1,85 + 39 \cdot 0,05 = 3,8 \text{ Mio. Tonnen}$	2
2.2	$n = 92$ $s_{92} = \frac{92}{2}(2 \cdot 1,85 + 91 \cdot 0,05)$ $s_{92} = 379,5 \text{ Mio. Tonnen}$ $775 - 379,5 = 395,5 \text{ Mio. Tonnen}$	3
2.3	$s_n = 775$ $775 = \frac{n}{2}(2 \cdot 1,85 + (n-1) \cdot 0,05)$ $1.550 = n(3,7 + 0,05n - 0,05)$ $0 = 0,05n^2 + 3,65n - 1.550$ $n_{1,2} = \frac{-3,65 \pm \sqrt{3,65^2 - 4 \cdot 0,05 \cdot (-1.550)}}{2 \cdot 0,05}$ $n_1 = -216,3117 \text{ (entfällt)}$ $n_2 = 143,3117 \text{ Nach etwa 143 Jahren.}$ (Die gesamten Chromreserven sind im Laufe des Jahres 2150 aufgebraucht.)	5
2.4	$q = 1,026 \quad s_n = 775$ $775 = 1,85 \cdot \frac{1,026^n - 1}{0,026}$ $\lg 11,89189189 = n \lg 1,026$ $n = 96,457 \approx 96 \text{ Jahre}$	4
2.5	$q = 0,9 \quad n = 30 \quad s_{30} = 250$ $250 = g_1 \cdot \frac{0,9^{30} - 1}{-0,1}$ $g_1 = 26,11 \approx 26 \text{ Wörter}$	3
2.6	$g_1 = 2.250 \quad n = 41 \quad q = 0,95$ $g_{41} = 2.250 \cdot 0,95^{41-1}$ $g_{41} = 289,15 \approx 289 \text{ Wörter}$	3
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen Lösungsvorschlag: 3 Trigonometrie/Geometrie		Pkt.
3.1	$\cos \alpha = \frac{300}{400} \Rightarrow \alpha = 41,41^\circ$	2
3.2	$\overline{ED} = \sqrt{400^2 - 300^2} = 264,58 \text{ m}$	2
3.3	$300^2 = 400 \cdot \overline{CH}$ $\overline{CH} = 225 \text{ m}$	3
3.4	Winkel CEH: $180^\circ - 90^\circ - 41,41^\circ = 48,59^\circ$ Winkel FEA: $180^\circ - 90^\circ - 48,59^\circ = 41,41^\circ$ $\overline{AF} = \sqrt{350^2 + 425^2 - 2 \cdot 350 \cdot 425 \cdot \cos 41,41^\circ} = 282,85 \text{ m}$	5
3.5	$\alpha' = 180^\circ - 41,41^\circ = 138,59^\circ$ $\frac{\sin \beta}{\sin 138,59^\circ} = \frac{225}{475}$ $\beta = 18,26^\circ$	4
3.6	$A = \frac{225 \cdot 475 \cdot \sin(180^\circ - 18,26^\circ - 138,59^\circ)}{2} = 21.008,40 \text{ m}^2$ Wert: $2,50 \text{ €} \cdot 21.008,40 = 52.521,00 \text{ €}$	4
	Summe	20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen Lösungsvorschlag: 4 Stochastik		Pkt.
4.1	Abs. Häufigkeit (E_1) = $23 + 7 + 9 + 17 + 13 = 69$ Schüler/-innen	2
4.2	relative Häufigkeit (E_2) = $\frac{30+15+11+20+9}{520} = \frac{85}{520} = 0,163 = 16,3 \%$	2
4.3	<div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 1; padding-left: 20px;"> $r_{2006} = \frac{30}{120} = 0,25$ $r_{2007} = \frac{15}{100} = 0,15$ $r_{2008} = \frac{22}{110} = 0,2$ $r_{2009} = \frac{20}{100} = 0,2$ $r_{2010} = \frac{9}{90} = 0,1$ </div> </div>	3
4.4	Arithmetisches Mittel: $\bar{x} = \frac{7 + 14 + 22 + 14 + 9}{5} = 13,2$ Modalwert: $x_{\text{mod}} = 14$	3
4.5	$MA = \frac{1}{5} (11 - 12 + 13 - 12 + 13 - 12 + 7 - 12 + 16 - 12) = 2,4$	4
4.6	<div style="text-align: center;">  </div> <p>Es gibt 6 verschiedene Ausführungen des Fahrrades bzw. $\Omega = 6$.</p>	4
4.7	$P(E_{\text{Wunschrad}}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = 16,67 \%$	2
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen Lösungsvorschlag: 5 Funktionen		Pkt.
5.1	I) $1,5 = 0,1 \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 1,5$ II) $1,5 = 0,1 \cdot 30^2 + b \cdot 30 + c$ $1,5 = 90 + 30b + 1,5 \Rightarrow b = -3$ $p_1: y = 0,1x^2 - 3x + 1,5$	4
5.2	$0,1x^2 - 3x + 1,5 = 0$ $x_1 \approx 29,49; x_2 \approx 0,51$ Breite = $29,49\text{m} - 0,51\text{m} = 28,98\text{m}$	4
5.3	$y_s = c - \frac{b^2}{4a} = -21$ Wassertiefe = 21 m	2
5.4	$0,1 x^2 - 3x + 1,5 = -x^2 + 54 x - 727$ $1,1 x^2 - 57x + 728,5 = 0$ $(x_1 = 28,91) \quad x_2 = 22,91$ $y_2 = -14,74$ $D(22,91 -14,74)$	5
5.5	$-2,6 x + n = 0,1 x^2 - 3x + 1,5$ $0 = 0,1 x^2 - 0,4 x + 1,5 - n$ $D^* = 0$ $0,4^2 - 4 \cdot 0,1 \cdot (1,5 - n) = 0$ $n = 1,1$ $s_i: y = -2,6x + 1,1$	5
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen Lösungsvorschlag: 6 Körperberechnung		BE
6.1	$V = b'^2 \cdot h'$ $h' = h - 5 \text{ cm} = 85 \text{ cm} = 0,85 \text{ m}$ $b' = 80 - 2 \cdot 5 = 70 \text{ cm} = 0,7 \text{ m}$ $V = 0,70^2 \cdot 0,85 = 0,417 \text{ m}^3 \approx 0,42 \text{ m}^3$	3
6.2	2 Wände $\rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 85 \cdot 80 = 68.000 \text{ cm}^3$ 2 Wände $\rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 85 \cdot 70 = 59.500 \text{ cm}^3$ Boden $\rightarrow 5 \cdot 80 \cdot 80 = \underline{32.000 \text{ cm}^3}$ Insgesamt: $159.500 \text{ cm}^3 \approx 0,16 \text{ m}^3$ Kosten: $50 \cdot 0,16 \cdot 120 \text{ €} = 960 \text{ €}$	5
6.3	Höhe einer Seitenfläche (Pythagoras): $h_s = \sqrt{40^2 + 40^2} \approx 56,6 \text{ cm} = 0,566 \text{ m}$ Dreiecksfläche $A = 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,566 = 0,2264 \text{ m}^2$ Gesamtfläche für einen Pyramidendeckel: $4 \cdot A = 0,9056 \text{ m}^2$ Kosten: $12,50 \text{ €} \cdot 0,9056 \text{ m}^2 = 11,32 \text{ €/Behälter}$	5
6.4	$A = 2\pi \cdot r^2; r = \sqrt{\frac{A}{2\pi}}$ $r_{\text{ausen}} = \sqrt{\frac{1.413,72 \text{ cm}^2}{2\pi}} = 15 \text{ cm}$ $r_{\text{innen}} = \sqrt{\frac{1.061,86 \text{ cm}^2}{2\pi}} = 13 \text{ cm}, \Delta r = r_{\text{ausen}} - r_{\text{innen}} \Rightarrow \Delta r = 2 \text{ cm}$ Die Wanddicke des Gefäßes beträgt 2 cm.	4
6.5	$V_{\text{innen}} = \left(\frac{4}{3}\pi \cdot r^3\right) : 2 \Rightarrow V_i = 4.601,39 \text{ cm}^3$ $V_{\text{Rest}} = V_{\text{innen}} \cdot 0,90 = 4.141,25 \text{ cm}^3 = 4,14 \text{ Liter}$	3
	Summe	20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen Lösungsvorschlag: 7 Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion und Gleichungen		BE																				
7.1	$D = \mathbb{R}^+$	1																				
7.2	<table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr> <td>x</td> <td>0,5</td> <td>1,0</td> <td>2,0</td> <td>3,0</td> <td>4,0</td> <td>5,0</td> <td>6,0</td> <td>7,0</td> <td>8,0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-1</td> <td>0,00</td> <td>1,00</td> <td>1,58</td> <td>2,00</td> <td>2,32</td> <td>2,58</td> <td>2,81</td> <td>3,00</td> </tr> </table> 	x	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	y	-1	0,00	1,00	1,58	2,00	2,32	2,58	2,81	3,00	4
x	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0													
y	-1	0,00	1,00	1,58	2,00	2,32	2,58	2,81	3,00													
7.3	$x_A = 20 \Rightarrow y_A = \log_2(20) = 4,32 \Rightarrow A(20 / 4,32)$ $y_B = 5 \Rightarrow 5 = \log_2(x_B)$ $\Rightarrow 2^5 = x_B = 32 \quad \Rightarrow B(32 / 5)$	3																				
7.4	$D = \mathbb{R}$ $5 \cdot 4^{2x+1} - 2 \cdot 7^{-x} = 16^{x-0,5}$ $5 \cdot 2^{4x+2} - 2^{4x-2} = 2 \cdot 7^{-x}$ $20 \cdot 2^{4x} - \frac{2^{4x}}{4} = 2 \cdot 7^{-x}$ $19,75 \cdot 2^{4x} = 2 \cdot 7^{-x}$ $\lg 19,75 + 4x \lg 2 = \lg 2 - x \lg 7$ $x = \frac{\lg 2 - \lg 19,75}{4 \lg 2 + \lg 7} \approx -0,49; \quad L = \{-0,49\}$	6																				

7.5	$D_1 : x + 2 > 0 \quad D_2 : 3x + 1 > 0$ $D_1 : x > -2 \quad D_2 : x > -\frac{1}{3}$ $D = D_1 \cap D_2 = \left] -\frac{1}{3}; \infty \right[$ $\frac{1}{2} \cdot \lg(x + 2) - 2 \cdot \lg 0,1 = 2 + \lg(3x + 1)$ $\frac{1}{2} \cdot \lg(x + 2) = 2 \cdot \lg 0,1 + \lg 100 + \lg(3x + 1)$ $\lg(x + 2)^{\frac{1}{2}} = \lg(0,1^2 \cdot 100 \cdot (3x + 1))$ $(x + 2)^{\frac{1}{2}} = 0,1^2 \cdot 100 \cdot (3x + 1)$ $(x + 2) = (3x + 1)^2$ $9x^2 + 5x - 1 = 0$ $x_1 \approx 0,16 \in D; \quad x_2 \approx -0,71 \notin D; \quad L = \{0,16\}$	6
	Summe	20