

1 Finanzmathematik

Punkte

Herr Sauer hat von seiner Mutter ein Einfamilienhaus geerbt und möchte dieses nun verkaufen.

Er erhält folgende Angebote:

A: Sofortige Barzahlung von 85.000,00 € und beginnend nach 3 Jahren 7 weitere vorschüssige Zahlungen in Höhe von 55.000,00 €.

B: 5 Jahre lang nachschüssige Zahlungen von je 88.000,00 €.

C: 3 gleiche Raten in Höhe von 155.000,00 € im Abstand von 4 Jahren, wobei die 1. Rate sofort fällig ist.

1.1 Berechnen Sie, welches Angebot für Herrn Sauer aus finanzieller Sicht am besten ist, wenn man einen Zinssatz von jährlich 2,5 % zugrunde legt.

6

Aus dem Verkauf des Hauses legt Herr Sauer bei seiner Bank einen Betrag von 100.000,00 € unter der Gewährung von Zinseszinsen an. Der Anlagebetrag soll nach 10 Jahren auf den Auszahlungsbetrag von 120.000,00 € anwachsen.

1.2 Berechnen Sie, welchen gleichbleibenden Zinssatz die Bank zugrunde legt.

3

Herr Sauer legt außerdem für das Studium seiner Tochter Katja 24.000,00 € zu einem Zinssatz von 0,7 % an. Katja bekommt davon jährlich vorschüssig 4.900,00 € ausbezahlt.

1.3 Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren Katjas Guthaben aufgebraucht ist.

5

Katjas Bruder Tom möchte sich im nächsten Jahr eine Eigentumswohnung kaufen. Er benötigt dafür ein Darlehen in Höhe von 150.000,00 €. Mit seiner Bank schließt er folgenden Darlehensvertrag ab.

DARLEHENSVERTRAG

- Darlehensnehmer - Herr Tom Sauer, Tannenweg 3, 91555 Feuchtwangen
- Darlehensgeber - Sparkasse Feuchtwangen, Dorfgütingen 18, 91555 Feuchtwangen

Der Darlehensgeber gewährt dem Darlehensnehmer ab dem 01.01.2016 ein verzinsliches Darlehen in Höhe von 150.000,00 € (in Worten einhundertfünfzigtausend Euro). Der Darlehensnehmer bestätigt mit seiner Unterschrift unter diesem Vertrag den Erhalt des Darlehens.

1. Verzinsung

Das Darlehen ist mit einem Zinssatz in Höhe von 2,6 % p. a. zu verzinsen. Die Zinsen sind jeweils am 31.12. eines Jahres zu zahlen.

2. Annuität

Die jährlichen Annuitäten (Zins und Tilgung) betragen 5.400,00 €.

Feuchtwangen, 22.12.2015

i. A. Schmidt

(Darlehensgeber)

T. Sauer

(Darlehensnehmer)

1.4 Erstellen Sie einen Tilgungsplan für die ersten zwei Jahre. 3
 (Restschuld am Ende des 2. Jahres: 146.961,00 €)

Am Ende des 2. Jahres kann Tom zusätzlich zur Annuität eine Sondertilgung in Höhe von 10.000,00 € leisten.

1.5 Berechnen Sie, wie hoch die Restschuld am Ende des 10. Jahres ist. 3

Summe 20

2 Folgen und Reihen

Punkte

Im Januar 2012 wurde das Online-Portal „NewMedia2000.de“ von einem Investor aufgekauft. In diesem Monat verzeichnete das Online-Portal 12.000 Besucher. In den Folgemonaten erhöhte sich die Zahl der Besucher monatlich um einen konstanten Wert. Im Dezember 2014 besuchten 27.750 Personen das Online-Portal.

2.1 Berechnen Sie die monatliche Zunahme an Besuchern.
(Ergebnis: $d = 450$)

3

2.2 Berechnen Sie die Gesamtzahl der Besucher in dem Zeitraum von Januar 2012 bis einschließlich Dezember 2014.

2

2.3 Es wird angenommen, dass die monatliche Zunahme an Besuchern ($d = 450$) auch in Zukunft konstant bleibt. Berechnen Sie, in welchem Monat, beginnend mit Januar 2012, insgesamt mehr als eine Million Besucher die Seiten des Online-Portals aufrufen werden.

5

Der Investor ist mit der Entwicklung der Besucherzahlen des Online-Portal unzufrieden. Für den Monat Juni 2015 erwartet er 30.450 Besucher. Er schließt einen Vertrag mit der Werbeagentur „TopAds“ ab, die ihm eine monatliche Steigerung der Besucherzahlen um 5 % ab 1. Juli 2015 bis einschließlich Ende Dezember 2016 garantiert.

2.4 Berechnen Sie, wie viele Besucher das Online-Portal im Dezember 2016 aufrufen werden.

3

Durch Werbung anderer Unternehmen auf „NewMedia2000.de“ erzielt der Investor Einnahmen von 0,1 Cent für jeden Aufruf des Online-Portals. Die Kosten für diese Dienste der Werbeagentur betragen einmalig 250,00 €.

2.5 Berechnen Sie den Gewinn, den der Investor vom 1. Juni 2015 bis Ende Dezember 2016 erzielen wird.

4

Im Dezember 2016 möchte der Investor 100.000 Besucher erreichen.

2.6 Berechnen Sie, welche monatlich gleichmäßige prozentuale Zunahme der Besucherzahlen von Juni 2015 bis Dezember 2016 erforderlich wäre, damit dieses Ziel erreicht wird.

3

Summe

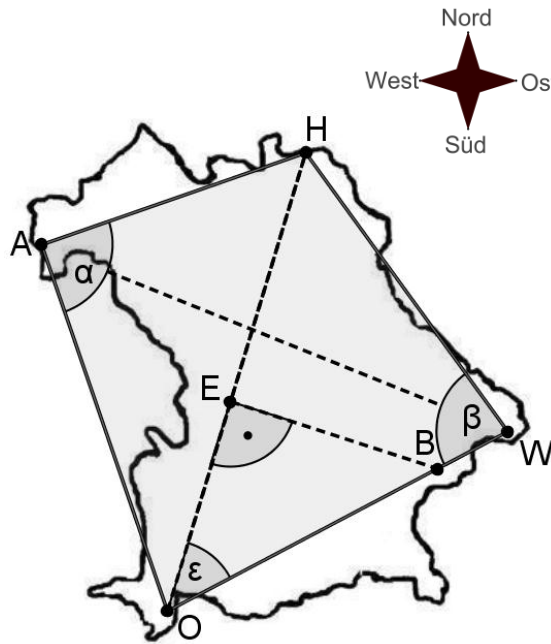
20

3 Trigonometrie

Für die näherungsweise Bestimmung der Flächengröße von Ländern werden oft Vielecke über Landkarten gelegt.

Die nebenstehende, nicht maßstabsgetreue Skizze, zeigt Bayern.

Die Entfernung zwischen Oberstdorf (O) und Wegscheid (W) beträgt 293,25 km, von Oberstdorf nach Aschaffenburg (A) sind es genau 4 km mehr. Ferner liegen zwischen Aschaffenburg und Hof (H) 205,50 km. Hof ist von Wegscheid 233,95 km entfernt.



Des Weiteren gilt $\alpha = 90^\circ$.

3.1 Berechnen Sie die Entfernung zwischen Oberstdorf und Hof.
(Ergebnis: $\overline{OH} = 361,37$ km)

3.2 Berechnen Sie den Winkel β .
(Ergebnis: $\beta = 85,76^\circ$)

Eichstätt (E) liegt genau in der Mitte der Strecke [OH]. Startet man vom Flughafen Eichstätt und fliegt im 90° -Winkel zur Strecke [OH] Richtung Südosten, erreicht man Bad Füssing (B).

3.3 Berechnen Sie die Entfernung zwischen Eichstätt und Bad Füssing.
(Zwischenergebnis: $\epsilon = 40,21^\circ$)

Die Cessna zählt zu den meist gekauften Kleinflugzeugen der Welt. Die Reichweite dieses Flugzeugs beträgt 400 km.

3.4 Überprüfen Sie rechnerisch, ob man mit diesem Flugzeug ohne Zwischenstopp von Wegscheid nach Aschaffenburg fliegen könnte.

3.5 Die genaue Fläche Bayerns beträgt 70.553 km^2 . Berechnen Sie die prozentuale Abweichung des Flächeninhalts des Vierecks OWAH von der Originalgröße Bayerns.

Punkte

2

3

5

5

5

Summe

20

4 Stochastik

Punkte

Im Jahr 2014 wurde eine Befragung von 1.200 Schülerinnen und Schülern, im Alter von 12 bis 19 Jahren, zum Thema „Wie oft nutzt du dein Smartphone zum Spielen?“ durchgeführt.

Befragung nach Geschlecht	täglich	oft	selten	nie
Mädchen	240	120	90	150
Jungen	288	72	84	156
Befragung nach Alter	täglich	oft	selten	nie
12 - 13 Jahre	132	51	42	75
14 - 15 Jahre	138	57	48	57
16 - 17 Jahre	132	45	42	81
18 - 19 Jahre	126	39	42	93
Befragung nach Schulart	täglich	oft	selten	nie
Wirtschaftsschule	140	70	80	110
Realschule	194	72	38	96
Gymnasium	194	50	56	100

- 4.1 Bestimmen Sie die absolute Häufigkeit des Ereignisses E_1 : „Schüler im Alter von 14 bis 17 Jahren, die oft oder täglich ihr Smartphone zum Spielen nutzen“. 1
- 4.2 Berechnen Sie die relative Häufigkeit des Ereignisses E_2 : „Schüler, die das Gymnasium besuchen und nie ihr Smartphone zum Spielen nutzen“ in Prozent bezogen auf alle 1.200 befragten Schülerinnen und Schüler. 2
- 4.3 Erklären Sie kurz anhand eines Beispiels aus oben abgebildeter Tabelle die Begriffe „Merkmalsträger“ und „Merkmal“. 2
- 4.4 Erstellen Sie ein Säulendiagramm, welches die Nutzung von Smartphones aller befragten Wirtschaftsschüler darstellt. 2

Die Schülerinnen und Schüler, welche eine Wirtschaftsschule besuchen und oft Handyspiele konsumieren, wurden nach der Höhe ihrer monatlichen Ausgaben für Handyspiele befragt. Es entstand folgende Urliste in €:

7,50	3,00	15,00	9,00	10,00	15,00	13,00	4,00	5,00	2,50
------	------	-------	------	-------	-------	-------	------	------	------

- 4.5 Bestimmen Sie den Median x_{med} , das arithmetische Mittel \bar{x} und die Spannweite R der monatlichen Ausgaben für Handyspiele der befragten Schülerinnen und Schüler. 4

Ein Schüler nimmt über eine Spiele-App an einem Gewinnspiel teil. Über einen Zufallsgenerator leuchten die verschiedenen Zahlenfelder der unten abgebildeten Spielescheibe abwechselnd auf. Durch das Betätigen der Schaltfläche „STOP“ bleibt das aktuelle Zahlenfeld erleuchtet und es findet kein Felderwechsel mehr statt. Um das nächste Level zu erreichen, muss zweimal hintereinander die Zahl 0 erreicht werden.



- 4.6 Erstellen Sie ein Baumdiagramm für das oben beschriebene Zufallsexperiment und tragen Sie alle Übergangswahrscheinlichkeiten ein. 4

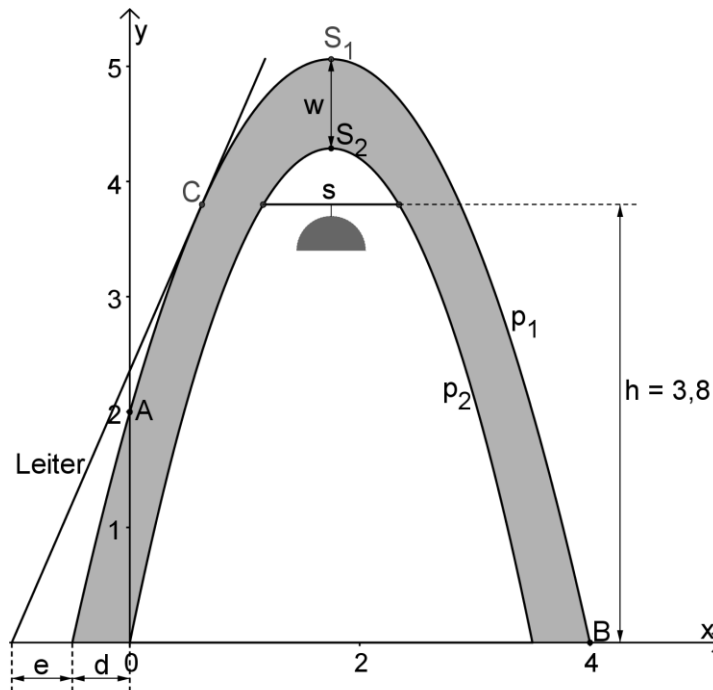
- 4.7 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse nach zwei Spieldurchgängen und geben Sie ihre Ergebnisse in Prozentschreibweise an:
E₁: „Der Schüler erreicht das nächste Level.“
E₂: „Der Schüler hat zweimal die gleiche Zahl.“ 5

Summe 20

5 Funktionen

Ein Ingenieurbüro erhält den Auftrag für die Konstruktion eines Betonteils, das als Brückenbogen verwendet werden soll.

(siehe Skizze im Querschnitt; alle Maßangaben in Meter)



Punkte

- 5.1 Der äußere Rand des Brückenbogens verläuft in Form einer nach unten geöffneten Normalparabel. Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_1 , wenn diese durch die Punkte A (0 | 2) und B (4 | 0) verläuft. (Ergebnis: $p_1: y = -x^2 + 3,5x + 2$) 4
 - 5.2 Der innere Rand des Brückenbogens wird durch die Funktionsgleichung $p_2: y = -1,4x^2 + 4,9x$ beschrieben. Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_2 . (Ergebnis: $S_2 (1,75 | 4,2875)$) 2
 - 5.3 Der Punkt $S_1 (1,75 | 5,0625)$ ist der Scheitelpunkt des äußeren Brückenbogens. Berechnen Sie die Wandstärke w des Bogens zwischen den beiden Scheitelpunkten. 1
 - 5.4 Berechnen Sie die Breite d des Betonteils am Boden. (Ergebnis: $d = 0,5$ m) 4
- In der Höhe von 3,80 m wird parallel zum Boden ein Stahlseil am inneren Rand des Brückenbogens montiert, an dem eine Beleuchtung befestigt werden soll.
- 5.5 Berechnen Sie die Länge s des Stahlseils. 5
- Für den Anstrich des Brückenbogens wird eine Leiter angelehnt. Sie kann durch eine Gerade mit der Steigung $m = 2,3$ beschrieben werden und liegt im Punkt C (0,6 | 3,74) auf dem Bogen auf.
- 5.6 Berechnen Sie die Entfernung e zwischen dem Fußpunkt der Leiter und dem äußeren Brückenbogen (siehe Skizze). 4

Summe 20

6 Körperberechnungen

Punkte

Die Eisdiele „Pyramide“ ist für ihr selbstgemachtes Eis bekannt. Das Eis wird in Behältern mit einem Fassungsvermögen von 6 Litern aufbewahrt.

- 6.1 Ein Eisportionierer erzeugt Eiskugeln mit einem Durchmesser von 6 cm. Berechnen Sie, wie viele Kugeln Eis man aus einem vollgefüllten Behälter erhält.



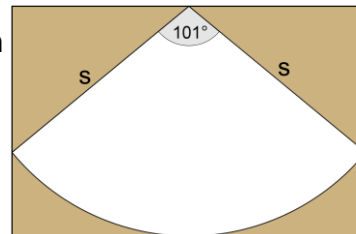
3

Die kegelförmige Eiswaffel, welche die Eisdiele verwendet, hat eine Höhe von 12 cm und am oberen Rand einen Durchmesser von 7 cm. Die Dicke der Eistüte ist zu vernachlässigen.

- 6.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Mantelfläche der Waffel und zeigen Sie, dass der Mittelpunktswinkel des zugehörigen Kreissektors ungefähr 101° beträgt. (Zwischenergebnis: $s = 12,50$ cm)

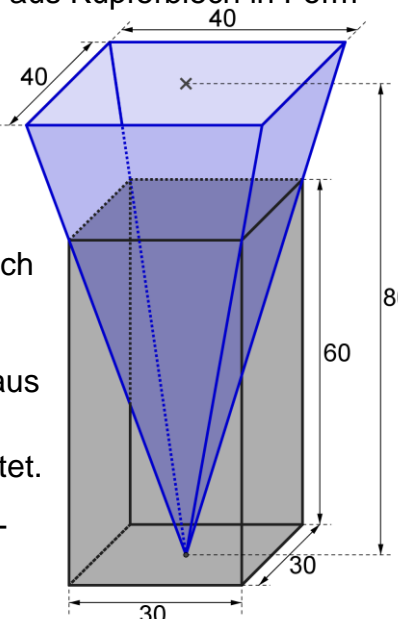
4

- 6.3 Die Waffeln werden aus rechteckigen Teigplatten hergestellt, wie es die Skizze zeigt. Berechnen Sie, welche Länge und Breite eine rechteckige Teigplatte mindestens haben muss, damit man aus ihr eine Waffel der gewünschten Größe herstellen kann.



4

Vor dem Eingang der Eisdiele steht ein Pflanzentopf aus Kupferblech in Form einer quadratischen Pyramide, die auf der Spitze steht. Dieser hat eine Höhe von 80 cm. Die Kantenlänge der quadratischen Öffnung beträgt 40 cm. Die Blechdicke kann vernachlässigt werden. (Skizze nicht maßstabsgetreu; alle Längenangaben in cm)



- 6.4 Überprüfen Sie rechnerisch, ob 40 Liter Erdreich in den Pflanzentopf eingefüllt werden können.

2

Die 4 Seitendreiecke der Pyramide wurden einzeln aus einer quadratischen Kupferplatte mit 1 Meter Kantenlänge herausgeschnitten und zusammengelötet.

- 6.5 Berechnen Sie die Gesamtfläche der 4 Seitendreiecke. (Zwischenergebnis: $h_s = 82,46$ cm)

3

- 6.6 Zeigen Sie anhand einer eigenen Zeichnung, dass es möglich ist, diesen pyramidenförmigen Pflanzentopf aus einer Kupferplatte zu fertigen.

2

Gehalten wird die Pyramide durch ein quaderförmiges Edelstahlgestänge.

- 6.7 Zur Fertigung des Edelstahlgestanges werden Stäbe von 1 Meter Länge verwendet. Berechnen Sie, wie viele Stäbe mindestens dafür notwendig sind.

2

Summe

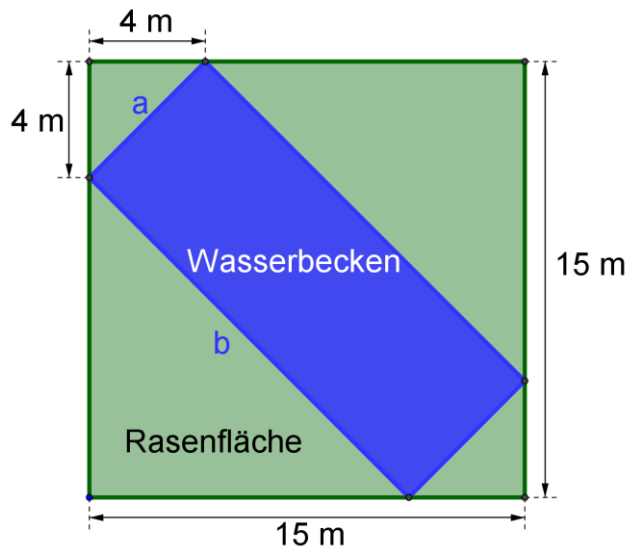
20

7 Aufgaben mit verschiedenen Themenbezügen

Punkte

Die Gemeinde Neuburg baut in ihrem Freibad ein neues 80 cm tiefes Wasserbecken für Kinder.

Innerhalb einer quadratischen Rasenfläche wird eine rechteckige Baugrube in der Größe des Wasserbeckens ausgehoben (siehe Skizze).



7.1 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Wasseroberfläche des neuen Wasserbeckens. (Zwischenergebnis: $a = 4\sqrt{2}$ m; $b = 11\sqrt{2}$ m)

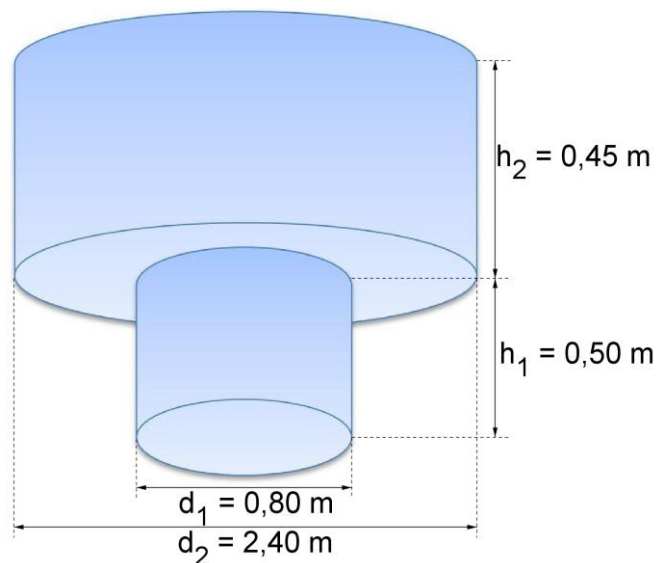
3

7.2 Die Innenwände und der Boden des Wasserbeckens werden mit einer Schwimmbadfarbe gestrichen. Laut Angabe des Herstellers können mit einer Farbdose, die 1,5 Liter fasst, 10 m^2 gestrichen werden. Berechnen Sie, wie teuer der Farbanstrich ist, wenn eine Farbdose 36,00 € kostet.

5

In der Nähe des Wasserbeckens befindet sich ein Whirlpool, der innen mit einer neuen Isolierfolie verkleidet wird. Der Whirlpool hat die Form zweier aufeinandergesetzter Zylinder (siehe Skizze).

Der untere Zylinder hat einen Innendurchmesser $d_1 = 0,80$ m. Seine Höhe misst $h_1 = 0,50$ m. Der Innendurchmesser des oberen Zylinders beträgt $d_2 = 2,40$ m, die Höhe $h_2 = 0,45$ m.

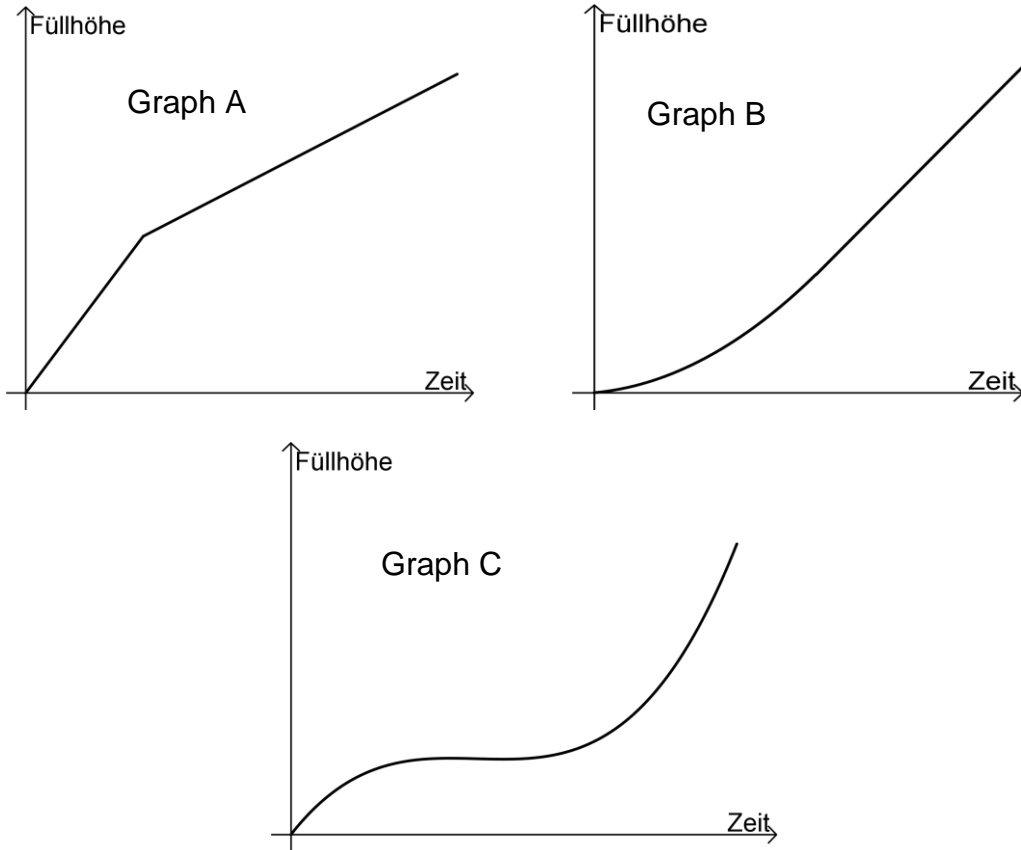


7.3 Berechnen Sie, wie viele Quadratmeter Isolierfolie benötigt werden.

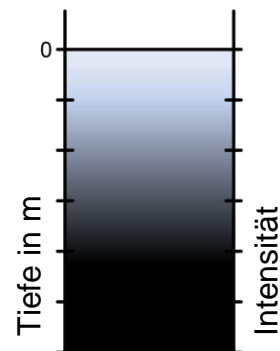
5

7.4 Nach Abschluss der Renovierungsarbeiten wird der Whirlpool bei konstantem Zufluss mit Wasser gefüllt. Begründen Sie (ohne Rechnung), welcher Graph die dazugehörige Abhängigkeit der Füllhöhe von der Zeit darstellt.

2



Die Mitglieder des Tauchvereins „Tauchfreunde Neuburg“ trainieren wöchentlich im Freibad. Im Einführungskurs erfahren die Teilnehmer, dass die Lichtintensität bei zunehmender Tauchtiefe abnimmt, d. h. die Sichtweite verringert sich, je tiefer man taucht. Die Lichtintensität nimmt pro Meter Wassertiefe um 8 % ab.



7.5 Übertragen Sie die Tabelle auf Ihr Bearbeitungsblatt und vervollständigen Sie diese.

2

Tiefe in Meter	0	1	2
Intensität in %	100		

7.6 Berechnen Sie die Wassertiefe, ab der die Lichtintensität auf weniger als die Hälfte abgesunken ist.

3

Summe

20