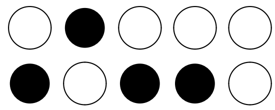
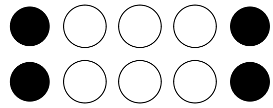
Kombinatorik Platzierungsproblem 3 Berechnungsarten

10 Weinflaschen, davon 4 Rotweinflaschen,
werden rechteckförmig zufällig angeordnet.

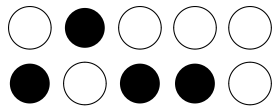


Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,
dass die Rotweinflaschen die Eckplätze einnehmen?

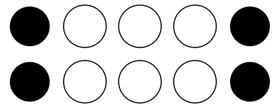


Kombinatorik Platzierungsproblem 3 Berechnungsarten

10 Weinflaschen, davon 4 Rotweinflaschen,
werden rechteckförmig zufällig angeordnet.



Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,
dass die Rotweinflaschen die Eckplätze einnehmen?



a) Für die verschiedenen Weinflaschen gibt es 10! Möglichkeiten, die 10 Plätze zu belegen. Das Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit bestimmt werden soll, umfasst $4! \cdot 6!$ Möglichkeiten. Daher gilt:

$$P = \frac{4! \cdot 6!}{10!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} = 0{,}5\,\%$$

b) Die Berechnung unter a) spiegelt das gleichzeitige Aufstellen der Flaschen wider. Das einzelne Aufstellen der Flaschen führt zum gleichen Ergebnis. Die Rotweinflaschen werden nummeriert. Für die 1. Flasche ist die Wahrscheinlichkeit, einen Eckplatz einzunehmen, $\frac{4}{10}$, für die 2. Flasche ist die Wahrscheinlichkeit, einen verbleibenden Eckplatz einzunehmen, $\frac{3}{9}$, usw., daher erhalten wir insgesamt (Pfadwahrscheinlichkeit):

$$P = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = 0{,}5\,\%$$

c) Im Folgenden tritt das Aufstellen in den Hintergrund und die Anordnung nach vorne. Um 4 Plätze aus 10 Plätzen für die Rotweinflaschen auszuwählen, gibt es $\binom{10}{4}$ Möglichkeiten, lediglich 1 Möglichkeit stellt das Ereignis dar, dessen Wahrscheinlichkeit gesucht ist. Dies ergibt:

$$P = \frac{1}{\binom{10}{4}} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} = 0{,}5\,\%$$

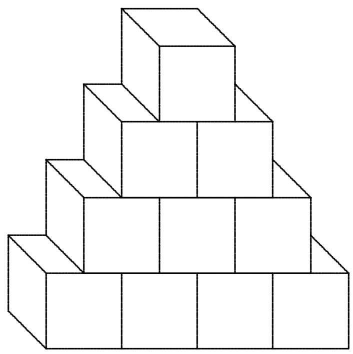
Kombinatorik   Abitur 2010 Bayern

1. Für 18 Mädchen einer Klasse stehen in einer Unterkunft ein Sechsbett-, ein Fünfbett-, ein Vierbett- und ein Dreibettzimmer zur Verfügung. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die Mädchen so auf die vier Zimmer zu verteilen, dass jedes Zimmer voll besetzt ist?

2. Bei einem Abfahrtslauf werden die Startnummern von 1 bis 20 zufällig von den 20 Teilnehmerinnen gezogen. Unter ihnen sind 3 Freundinnen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese 3 Mädchen
   a) unter den ersten zehn Startern sind?
   b) aufeinander folgende Startnummern ziehen?

3. In einer Einbahnstraße mit drei zunächst leeren Fahrspuren schaltet die Ampel auf Rot. Bis zur nächsten Grünphase kommen nacheinander 13 Autos an dieser Ampel zum Stehen.
   a) Auf wie viele verschiedene Möglichkeiten können sich die 13 nacheinander eintreffenden Autos auf die drei Fahrspuren aufteilen, wenn die Autos unterschieden werden?
   b) Wie viele solche Aufteilungen gibt es, wenn jeder Fahrer eine Fahrspur ansteuert, an der möglichst wenige Autos stehen?

4. Lisa spielt mit 3 roten, 4 blauen und 3 gelben würfelförmigen Bausteinen, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden.
   a) Sie baut einen Turm, indem sie alle Steine aufeinandersetzt. Wie viele verschiedene Farbmuster sind bei diesem Turm möglich, wenn weder der oberste noch der unterste Stein rot sein sollen?
   b) Nun baut sie aus den 10 Steinen eine „Treppe“ (siehe Abbildung). Wie viele verschiedene Farbmuster sind für die aus 10 Quadraten bestehende Stirnseite der „Treppe“ möglich, wenn in jeder waagrechten Reihe ein blauer Stein sitzen soll?



Kombinatorik

1. Für 18 Mädchen einer Klasse stehen in einer Unterkunft ein Sechsbett-, ein Fünfbett-, ein Vierbett- und ein Dreibettzimmer zur Verfügung. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die Mädchen so auf die vier Zimmer zu verteilen, dass jedes Zimmer voll besetzt ist?

$$P = \binom{18}{6} \cdot \binom{12}{5} \cdot \binom{7}{4}$$

2. Bei einem Abfahrtslauf werden die Startnummern von 1 bis 20 zufällig von den 20 Teilnehmerinnen gezogen. Unter ihnen sind 3 Freundinnen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese 3 Mädchen

   a) unter den ersten zehn Startern sind?

$$P = \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18}$$

oder $$P = \frac{\binom{10}{3} \cdot 3! \cdot 17!}{20!}$$

   b) aufeinander folgende Startnummern ziehen?

$$P = \frac{18}{\binom{20}{3}}$$

oder $$P = \frac{18 \cdot 3! \cdot 17!}{20!}$$

3. In einer Einbahnstraße mit drei zunächst leeren Fahrspuren schaltet die Ampel auf Rot. Bis zur nächsten Grünphase kommen nacheinander 13 Autos an dieser Ampel zum Stehen.

   a) Auf wie viele verschiedene Möglichkeiten können sich die 13 nacheinander eintreffenden Autos auf die drei Fahrspuren aufteilen, wenn die Autos unterschieden werden?

$$P = 3^{13} \cdot 13!$$

   b) Wie viele solche Aufteilungen gibt es, wenn jeder Fahrer eine Fahrspur ansteuert, an der möglichst wenige Autos stehen?

$$P = 13! \cdot 3$$

3 Arten der Endverteilung: $(5 \mid 4 \mid 4)$, $(4 \mid 5 \mid 4)$, $(4 \mid 4 \mid 5)$

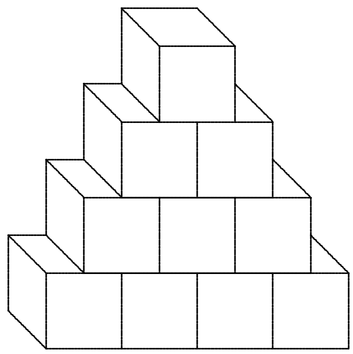
Kombinatorik

4. Lisa spielt mit 3 roten, 4 blauen und 3 gelben würfelförmigen Bausteinen, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden.

   a) Sie baut einen Turm, indem sie alle Steine aufeinandersetzt. Wie viele verschiedene Farbmuster sind bei diesem Turm möglich, wenn weder der oberste noch der unterste Stein rot sein sollen?

   $$\binom{8}{3} \cdot \binom{7}{4} = 1960$$

   b) Nun baut sie aus den 10 Steinen eine „Treppe“ (siehe Abbildung). Wie viele verschiedene Farbmuster sind für die aus 10 Quadraten bestehende Stirnseite der „Treppe“ möglich, wenn in jeder waagrechten Reihe ein blauer Stein sitzen soll?



$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \binom{6}{3} = 480$$

Kombinatorik

Vier Schüler treffen sich zufällig in einem Café.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens zwei von ihnen im Monat Mai Geburtstag haben?

Bestätige:

$P = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^4 - 4 \cdot \left(\frac{1}{12}\right) \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^3$