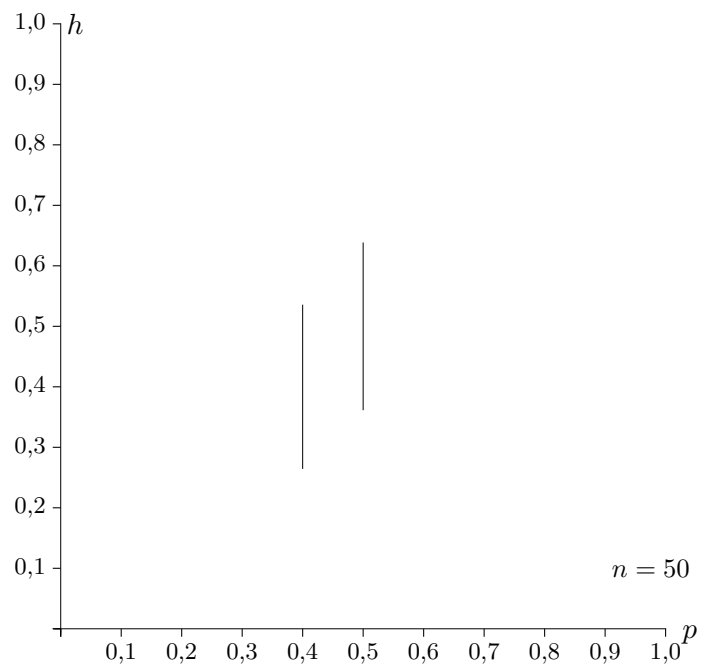
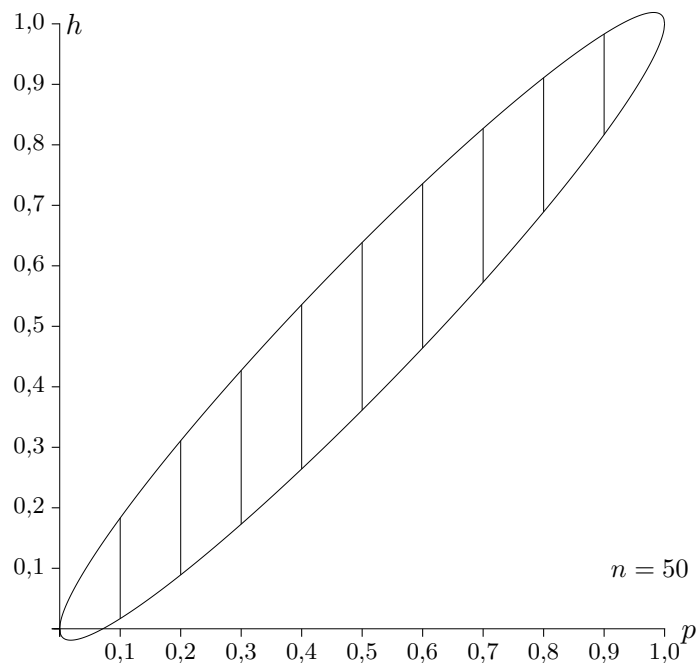


95%-Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten



Erläutere die Berechnung dieser und weiterer 95%-Prognoseintervalle.

95%-Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten



Zu gegebenem p werden die 95%-Prognoseintervalle mit

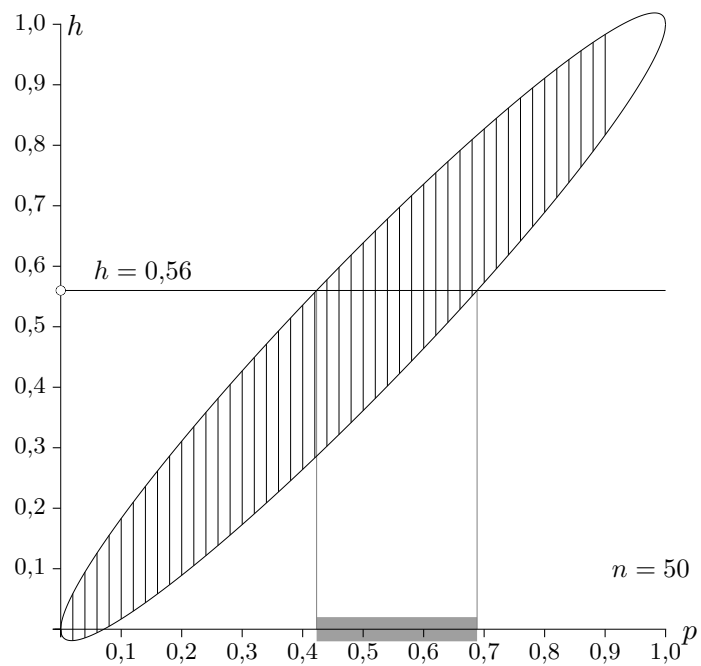
$$\left[p - 1,96 \frac{\sigma}{n}; p + 1,96 \frac{\sigma}{n} \right]$$

berechnet.

Die obere und untere Grenze können in Abhängigkeit von p als Funktionen erfasst werden. Der Nachweis, dass sich insgesamt eine Ellipse ergibt, unterbleibt hier.

Bei einer Stichprobe liegt nun das Stichprobenergebnis $X = 28$ vor, p ist nicht bekannt. Erläutere, wie das Wilson-Vertrauensintervall grafisch ermittelt werden kann.

Prognose- und Vertrauensintervall



Ein 95 %-Vertrauensintervall besteht aus allen p -Werten, in deren 95 %-Prognoseintervall h liegt.

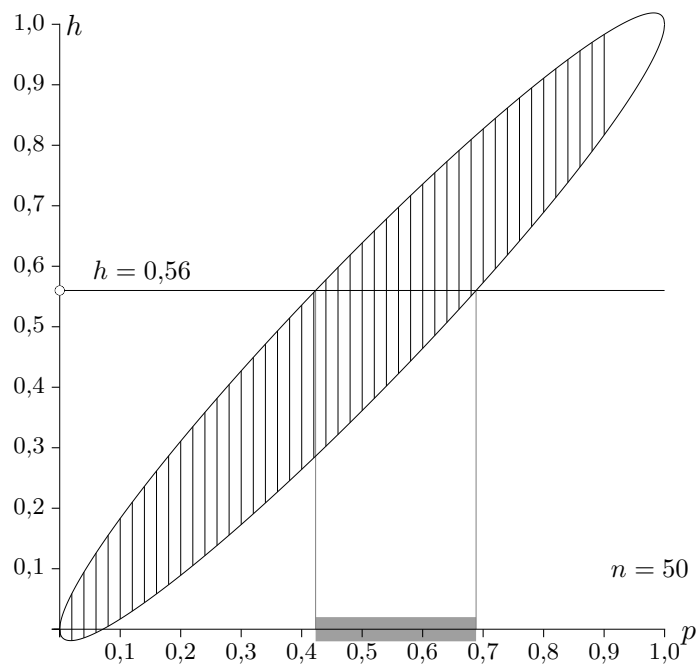
Die Grenzen können durch Lösen der beiden Gleichungen

$$h = p \pm 1,96 \frac{\sigma}{n}$$

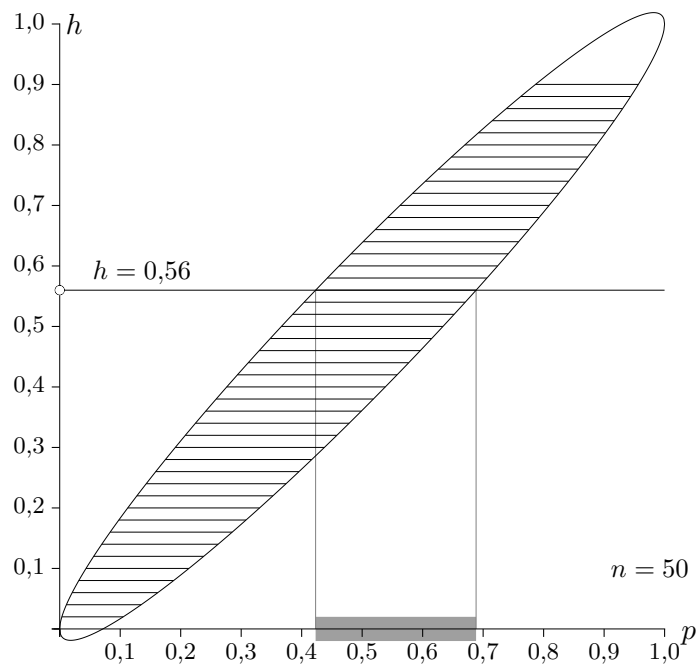
ermittelt werden.

Berechne die Grenzen.

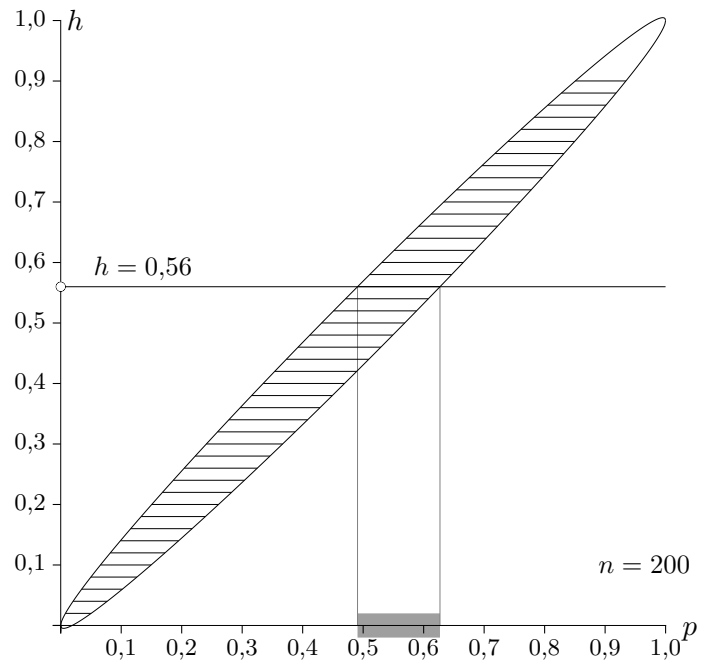
Prognose- und Vertrauensintervall



[0,423; 0,688]



Diese Grafik enthält zu Häufigkeiten die Vertrauensintervalle.
Was ändert sich für $n = 200$?



Beim vierfachen Stichprobenumfang halbiert sich die Länge der Vertrauensintervalle.

Eine Stichprobe vom Umfang 200 ergibt 36 Treffer und das Vertrauensintervall $[0,1428; p_{\max}]$ zu einer nicht genannten Sicherheitswahrscheinlichkeit. Ermitteln Sie die obere Intervallgrenze.

Eine Stichprobe vom Umfang 200 ergibt 36 Treffer und das Vertrauensintervall $[0,1428; p_{\max}]$ zu einer nicht genannten Sicherheitswahrscheinlichkeit. Ermitteln Sie die obere Intervallgrenze.

$$n = 200$$

$$X = 36$$

$$p_{\min} = 0,1428$$

$$h = 36/200$$

Wald

Gleichung für z :

$$p_{\min} = h - z \frac{\sqrt{n \cdot h \cdot (1-h)}}{n} \implies z = 1,3694$$

$$p_{\max} = h + z \frac{\sqrt{n \cdot h \cdot (1-h)}}{n} = 0,2172 \quad \text{oder einfacher aufgrund der Symmetrie: } p_{\max} = h + (h - 0,1428)$$

$$[0,1428; 0,2172]$$

Wilson

Gleichung für z :

$$h = p_{\min} + z \frac{\sqrt{n \cdot p_{\min} \cdot (1-p_{\min})}}{n} \implies z = 1,5037$$

Gleichung für p_{\max} :

$$h = p_{\max} - z \frac{\sqrt{n \cdot p_{\max} \cdot (1-p_{\max})}}{n} \implies p_{\max} = 0,2244$$

$$[0,1428; 0,2244] \quad \text{zu } h \text{ nicht symmetrisch}$$

Eine Stichprobe vom Umfang 100 ergibt 42 Treffer und das Vertrauensintervall $[p_{\min}; 0,4920]$ zu einer nicht genannten Sicherheitswahrscheinlichkeit. Ermitteln Sie die untere Intervallgrenze.

Eine Stichprobe vom Umfang 100 ergibt 42 Treffer und das Vertrauensintervall $[p_{\min}; 0,4920]$ zu einer nicht genannten Sicherheitswahrscheinlichkeit. Ermitteln Sie die untere Intervallgrenze.

Wald $[0,3480; 0,4920]$, ($z = 1,4588$ muss wegen der Symmetrie nicht ermittelt werden.)

Wilson $[0,3513; 0,4920]$, $z = 1,4402$

Startseite