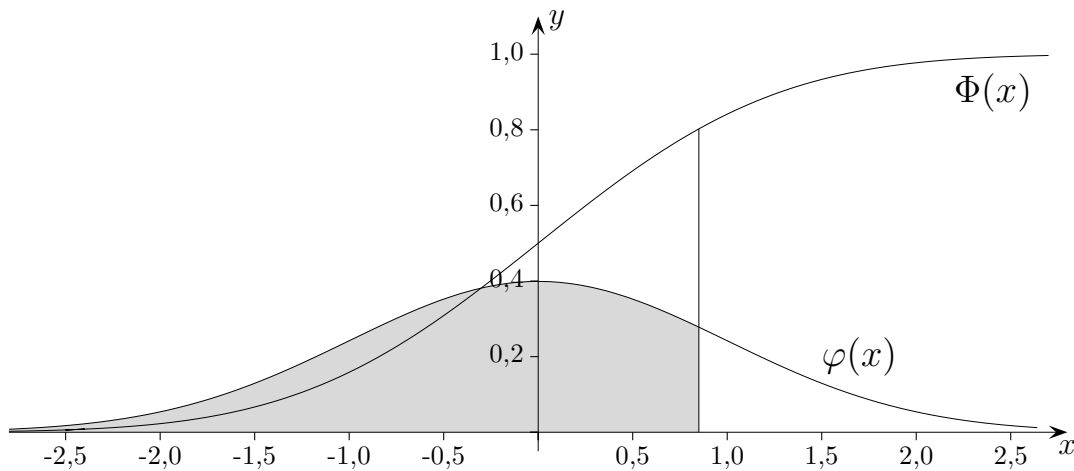


# Standardnormalverteilung Verteilungsfunktion



$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
...	$\Phi(1,23) = 0,8907$									

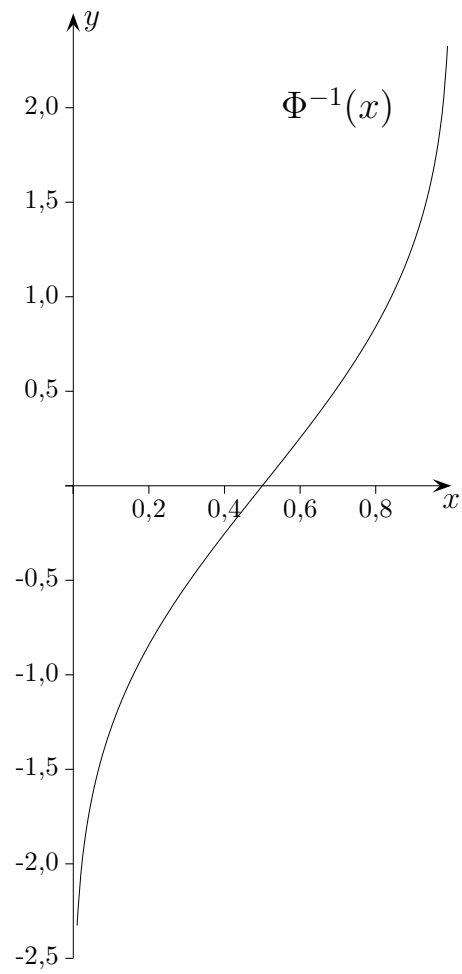
$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(z) dz$       Für  $\Phi(x)$  existiert kein elementarer Funktionsterm.  
 $x$ - und numerisch ermittelte  $y$ -Werte liegen tabelliert vor.

$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$

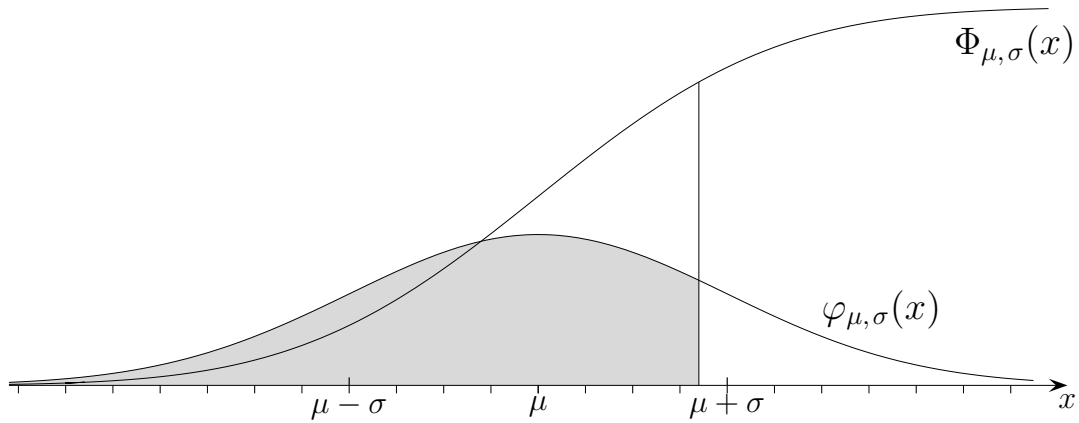
$\Phi(x) = \text{normalcdf}(-10, x)$       Wir verwenden statt der Tabelle den GTR.

$\Phi^{-1}(\alpha) = \text{invNorm}(\alpha)$       für  $\mu = 0, \sigma = 1$

# Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion



# Normalverteilung Verteilungsfunktion



$$\Phi_{\mu, \sigma}^{-1}(\alpha) = \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma) \quad \text{für allgemeines } \mu, \sigma$$

1.  $\mu = 200, \sigma = 15$

$$P(X \leq b) = 90\%, \quad b = ?$$

2.  $\mu = 150, \sigma = 10$

$$P(a \leq X) = 80\%, \quad a = ?$$

3.  $\mu = 100, \sigma = 8$

Für welchen symmetrischen Bereich  $[a, b]$  um den Erwartungswert gilt  $P([a, b]) = 92\%$ ?

$\Phi_{\mu,\sigma}^{-1}(\alpha) = \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma)$  für allgemeines  $\mu, \sigma$

1.  $\mu = 200, \sigma = 15$

$P(X \leq b) = 90\%, b = ?$

219,2

2.  $\mu = 150, \sigma = 10$

$P(a \leq X) = 80\%, a = ?$

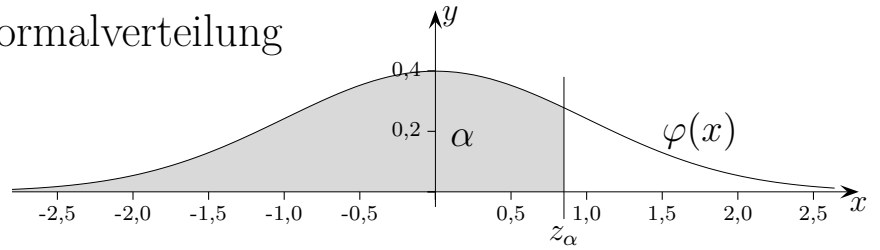
141,6

3.  $\mu = 100, \sigma = 8$

Für welchen symmetrischen Bereich  $[a, b]$  um den Erwartungswert gilt  $P([a, b]) = 92\%$ ?

[86, 114]

# Quantile $z_\alpha$ der Standardnormalverteilung



$\alpha$	$z_\alpha$	$\alpha$	$z_\alpha$	$\alpha$	$z_\alpha$	$\alpha$	$z_\alpha$
0,9999	3,7190	0,9955	2,6121	0,975	1,9600	0,780	0,7722
0,9998	3,5401	0,9950	2,5758	0,970	1,8808	0,770	0,7388
0,9997	3,4316	0,9945	2,5427	0,965	1,8119	0,760	0,7063
0,9996	3,3528	0,9940	2,5121	0,960	1,7507	0,750	0,6745
0,9995	3,2905	0,9935	2,4838	0,955	1,6954	0,740	0,6433
0,9994	3,2389	0,9930	2,4573	0,950	1,6449	0,730	0,6128
0,9993	3,1946	0,9925	2,4324	0,945	1,5982	0,720	0,5828
0,9992	3,1559	0,9920	2,4089	0,940	1,5548	0,710	0,5534
0,9991	3,1214	0,9915	2,3867	0,935	1,5141	0,700	0,5244
0,9990	3,0902	0,9910	2,3656	0,930	1,4758	0,690	0,4959
0,9989	3,0618	0,9905	2,3455	0,925	1,4395	0,680	0,4677
0,9988	3,0357	0,9900	2,3263	0,920	1,4051	0,670	0,4399
0,9987	3,0115	0,9895	2,3080	0,915	1,3722	0,660	0,4125
0,9986	2,9889	0,9890	2,2904	0,910	1,3408	0,650	0,3853
0,9985	2,9677	0,9885	2,2734	0,905	1,3106	0,640	0,3585
0,9984	2,9478	0,9880	2,2571	0,900	1,2816	0,630	0,3319
0,9983	2,9290	0,9875	2,2414	0,895	1,2536	0,620	0,3055
0,9982	2,9112	0,9870	2,2262	0,890	1,2265	0,610	0,2793
0,9981	2,8943	0,9865	2,2115	0,885	1,2004	0,600	0,2533
0,9980	2,8782	0,9860	2,1973	0,880	1,1750	0,590	0,2275
0,9979	2,8627	0,9855	2,1835	0,875	1,1503	0,580	0,2019
0,9978	2,8480	0,9850	2,1701	0,870	1,1264	0,570	0,1764
0,9977	2,8338	0,9845	2,1571	0,865	1,1031	0,560	0,1510
0,9976	2,8202	0,9840	2,1444	0,860	1,0803	0,550	0,1257
0,9975	2,8070	0,9835	2,1321	0,855	1,0581	0,540	0,1004
0,9974	2,7944	0,9830	2,1201	0,850	1,0364	0,530	0,0753
0,9973	2,7821	0,9825	2,1084	0,845	1,0152	0,520	0,0502
0,9972	2,7703	0,9820	2,0969	0,840	0,9945	0,510	0,0251
0,9971	2,7589	0,9815	2,0858	0,835	0,9741	0,500	0,0000
0,9970	2,7478	0,9810	2,0749	0,830	0,9542		
0,9969	2,7370	0,9805	2,0642	0,825	0,9346		
0,9968	2,7266	0,9800	2,0537	0,820	0,9154		
0,9967	2,7164	0,9795	2,0435	0,815	0,8965		
0,9966	2,7065	0,9790	2,0335	0,810	0,8779		
0,9965	2,6968	0,9785	2,0237	0,805	0,8596		
0,9964	2,6874	0,9780	2,0141	0,800	0,8416		
0,9963	2,6783	0,9775	2,0047	0,795	0,8239		
0,9962	2,6693	0,9770	1,9954	0,790	0,8064		
0,9961	2,6606	0,9765	1,9863	0,785	0,7892		
0,9960	2,6521	0,9760	1,9774	0,780	0,7722		

$$z_{0,95} = 1,6449$$

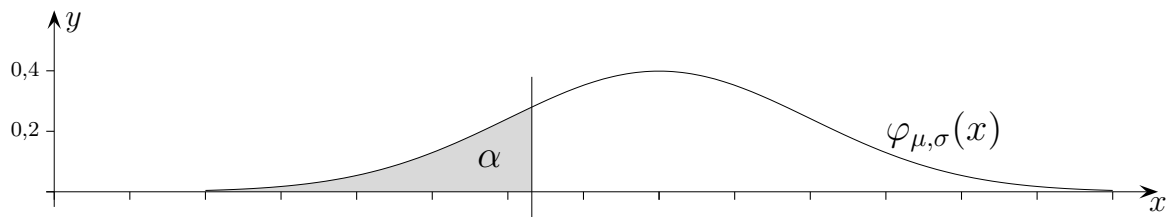
$$z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha) = \text{invNorm}(\alpha)$$

$$z_\alpha = -z_{1-\alpha} \quad \text{für } \alpha < 0,5$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(z) dz$$

$$\Phi(x) = \text{normalcdf}(-10, x)$$

## Quantile lat. Viertelwerte



Ein 20%-Quantil ist der  $z$ -Wert, unterhalb dessen 20% der Daten liegen,  $P([-\infty, z]) = 20\%$ .

Ein 50%-Quantil ist der  $z$ -Wert, unterhalb dessen 50% der Daten liegen,  $P([-\infty, z]) = 50\%$ .

„25% der Deutschen sind jünger als ...“

„50% der Arbeitnehmer verdienen weniger als ...“