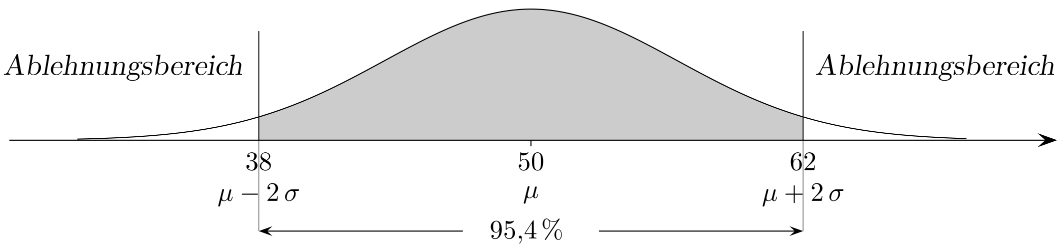
Testen von Hypothesen

1. Bei einem Würfelspiel wird der Verdacht geäußert, dass der benutzte Würfel nicht in Ordnung ist. Um dies zu prüfen, will man den Würfel 300mal werfen und zählen, wie oft die Augenzahl 6 auftritt. Bei welchen Ergebnissen wird man den Verdacht als bestätigt ansehen? Wie wird man z.B. bei 65 Einsen entscheiden?

   Lösung:

   Ist der Würfel in Ordnung, dann tritt die Augenzahl 6 mit der Wahrscheinlichkeit 1/6 auf. In 95,4 % der Fälle wird dann die Anzahl der Sechsen in der 2σ*-Umgebung vom* μ *liegen, d.h. im Intervall [38, 62]. Liegt der Versuchsausgang außerhalb dieses Intervalls, wird man dies als ungewöhnlich ansehen und der Verdacht kann als bestätigt angesehen werden (die Hypothese p=1/6 wird verworfen), wobei die Irrtumswahrscheinlichkeit (Signifikanzniveau) knapp unter 5 % liegt. Die Aussage, dass der Würfel gefälscht ist, ist dann auf dem 5 %-Niveau gesichert.*



1. Ein Würfel wird 300mal geworfen. Es fiel
   a) 59mal die Augenzahl 2,
   b) 64mal die Augenzahl 4.

   Beurteilen Sie die Qualität des Würfels.

2. Ein Losverkäufer behauptet, dass 25 % der Lose aus einer Lostrommel Gewinne seien.
   Man beobachtet, dass unter 50 verkauften Losen nur 7 Gewinnlose sind.
   Besteht Anlass, an der Aussage des Losverkäufers zu zweifeln?

3. Nach amtlichen Angaben haben PKW einer bestimmten Marke einen Marktanteil von 27 %.
   In einer Zufallsstichprobe vom Umfang 800 sind 245 PKW von dieser Marke.
   Hat sich der Marktanteil verändert?

4. Um zu prüfen, ob ein eben ausgeschlüpftes Küken Formen unterscheiden kann, werden ihm "Körner" aus Papier vorgelegt. Es sind zur Hälfte Dreiecke, zur Hälfte Kreise.
   Das Küken lässt man 20mal picken. Ergebnis: ○△○○○△△○○○○△○○△○○○○○

Testen von Hypothesen Lösungen

1. $\mu = 50$
   $\sigma = 6{,}45$
   $\mu - 2\sigma = 37{,}09$
   $\mu + 2\sigma = 62{,}90$

   2σ-Umgebung $= [38,\ 62]$

   a) 59mal die Augenzahl 2 ist kein signifikantes Ergebnis.

   b) 64mal die Augenzahl 4 liegt außerhalb der 2σ-Umgebung.

2. $\mu = 12{,}5$
   $\sigma = 3{,}06$
   $\mu - 2\sigma = 6{,}38$
   $\mu + 2\sigma = 18{,}62$

   2σ-Umgebung $= [7,\ 18]$

   Das Ergebnis liegt noch gerade in der 2σ-Umgebung.

3. $\mu = 216{,}00$
   $\sigma = 12{,}56$
   $\mu - 2\sigma = 190{,}89$
   $\mu + 2\sigma = 241{,}11$

   2σ-Umgebung $= [191,\ 241]$

   Der Marktanteil hat sich vermutlich erhöht.

4. $\mu = 10$
   $\sigma = 2{,}24$
   $\mu - 2\sigma = 5{,}53$
   $\mu + 2\sigma = 14{,}47$

   2σ-Umgebung $= [6,\ 14]$

   Es besteht Anlass anzunehmen, dass $p > 1/2$ ist.

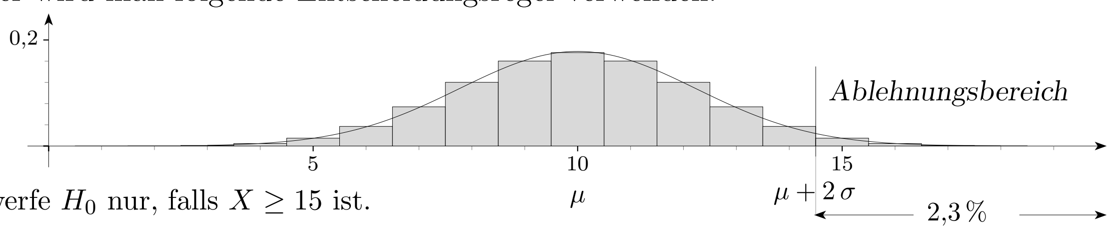
   Bei genauerer Betrachtung ist zwischen den beiden Hypothesen zu entscheiden:

   $p = \frac{1}{2}$ Nullhypothese H_0 (Es liegt nichts Besonderes vor.)

   $p > \frac{1}{2}$ Gegenhypothese H_1 (Ein Wissenschaftler möchte etwas Neues beweisen.)

   $p < \frac{1}{2}$ wird nicht in Betracht gezogen, da es nicht plausibel erscheint.

   Daher wird man folgende Entscheidungsregel verwenden:



   Verwerfe H_0 nur, falls $X \geq 15$ ist.