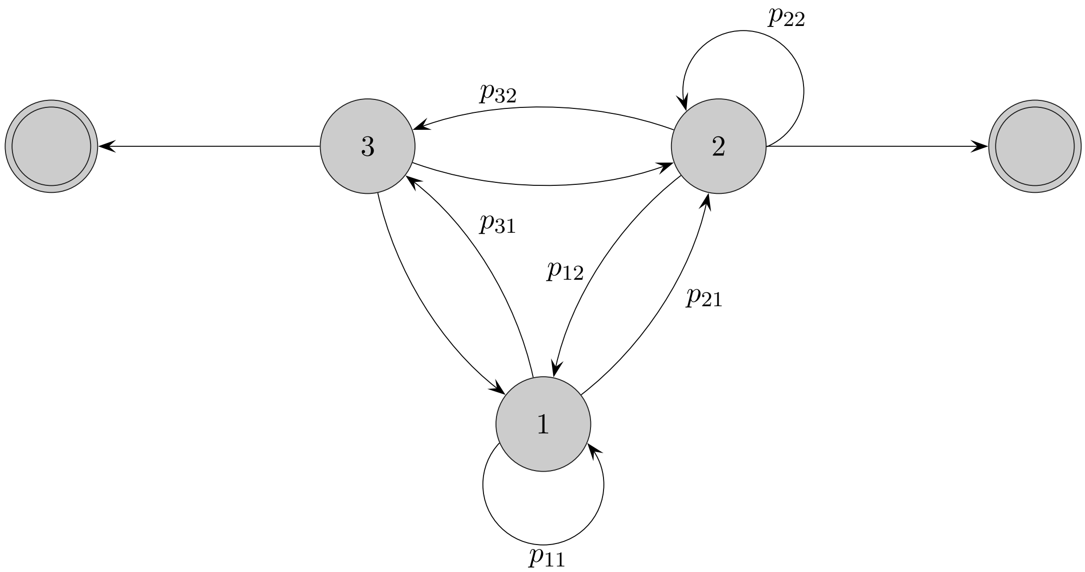
Absorbierende Markow-Ketten   Verweilzeiten



Für die 3 inneren Zustände sei t_{ji} die mittlere Anzahl der Besuche in j beim Start in i,

z.B. $t_{21} = p_{11}\, t_{21} + p_{21}\, t_{22} + p_{31}\, t_{23}$ *Nachbarn werden gewichtet,*

$t_{22} = 1 + p_{12}\, t_{21} + p_{22}\, t_{22} + p_{32}\, t_{23}$ *1 muss addiert werden, da ein Besuch von Zustand 2 zu Beginn schon vorliegt.*

Sei $\mathcal{Q}$ die Teilmatrix von $\mathcal{M}$, die die Übergangswahrscheinlichkeiten

für die inneren Zustände enthält, $\mathcal{Q} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}$. Es ist zu erkennen, dass für die Matrix

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix} \quad \text{die Beziehung} \quad \mathcal{T} = \mathcal{E} + \mathcal{T}\,\mathcal{Q} \quad \text{gilt.}$$

Diese sogenannte Fundamentalmatrix $\mathcal{T}$ kann nun leicht ausgerechnet werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{T} - \mathcal{T}\,\mathcal{Q} &= \mathcal{E} \\ \mathcal{T}(\mathcal{E} - \mathcal{Q}) &= \mathcal{E} \\ \mathcal{T} &= (\mathcal{E} - \mathcal{Q})^{-1} \end{aligned}$$

Für das obige Beispiel ist $t_{11} = 2{,}2,\ \ t_{21} = 2{,}0,\ \ t_{31} = 3{,}0\,.$

Die Spaltensumme der Verweilzeiten t_{ji} ergibt die Dauer bis zur Absorption beim Start in i.

Erneut erhalten wir: $a_1 = t_{11} + t_{21} + t_{31} = 7{,}2$