Diskrete und stetige Zufallsvariablen

Eine Zufallsvariable X, die alle Werte aus $\mathbb{R}$ bzw. eines Intervalls annehmen kann, heißt stetig, z. B. $X =$ Gewicht eines Neugeborenen. Nimmt X nur einzelne Werte an, so ist sie diskret.

1. diskrete Zufallsvariablen/Verteilungen

Binomialverteilung

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \qquad q = 1 - p$$

hypergeometrische Verteilung
Ziehen ohne Zurücklegen

$$P(X = k) = \frac{\binom{r}{k} \cdot \binom{N-r}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

N	Grundgesamtheit
n	Stichprobenumfang
r	Anzahl aller Merkmalsträger
k	Anzahl der Merkmalsträger in der Stichprobe

geometrische Verteilung

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} \cdot p$$

Wahrscheinlichkeit für das erstmalige Auftreten eines Treffers an k-ter Stelle.

Poissonverteilung

$$P(X = k) = \frac{\mu^k}{k!} \cdot e^{-\mu}$$

Näherung für die Binomialverteilung für $n \geq 100$ und $p \leq 0{,}1$

2. stetige Zufallsvariable/Verteilung

Exponentialverteilung
Dichtefunktion:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \end{cases} \qquad E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

Für stetige Zufallsvariablen gilt:

Verteilungsfunktion: $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt \qquad F'(x) = f(x)$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

$$\mu = E(X) = \int_a^b x \cdot f(x)\,dx$$

$$V(X) = \int_a^b (x-\mu)^2 \cdot f(x)\,dx = \int_a^b x^2 \cdot f(x)\,dx - \mu^2 \qquad \sigma = \sqrt{V(x)}$$