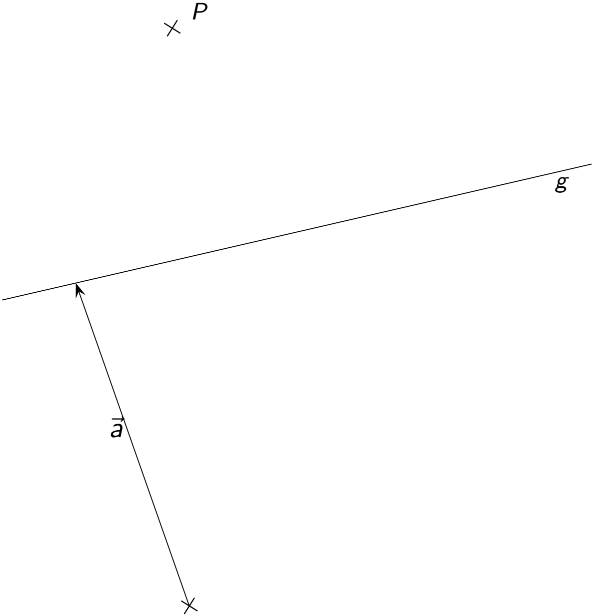
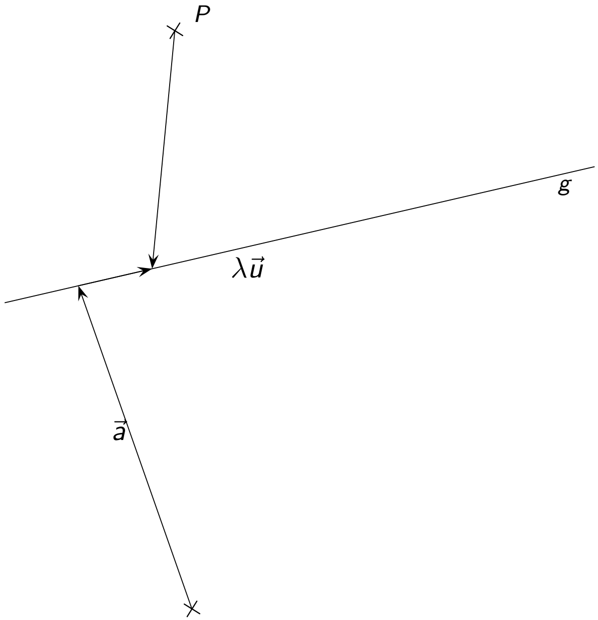
Abstand Punkt/Gerade

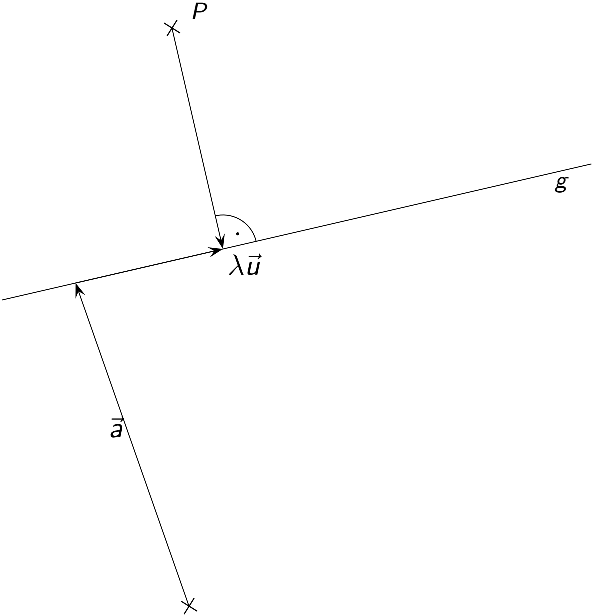
G.Roolfs



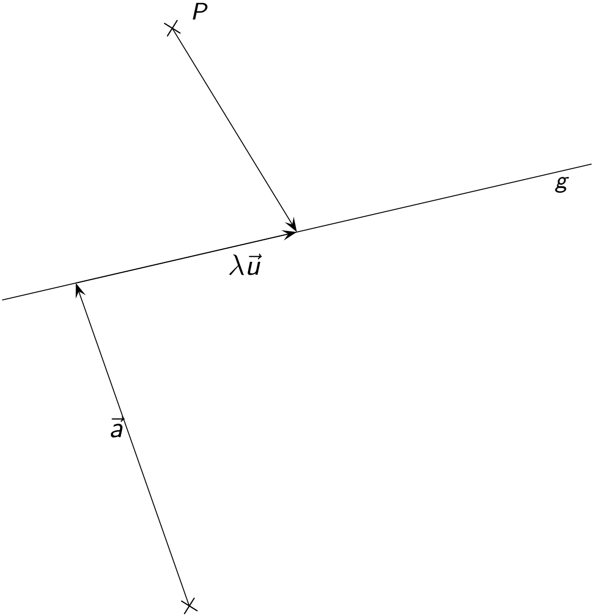
P
g
$\vec{a}$

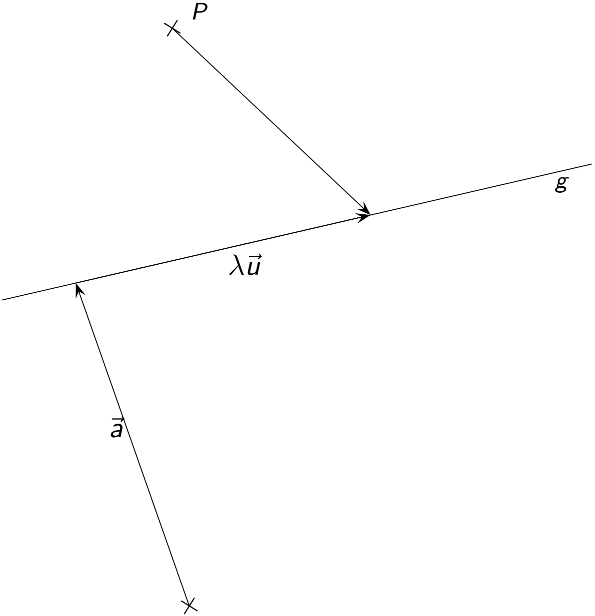


P
g
$\lambda\vec{u}$
$\vec{a}$

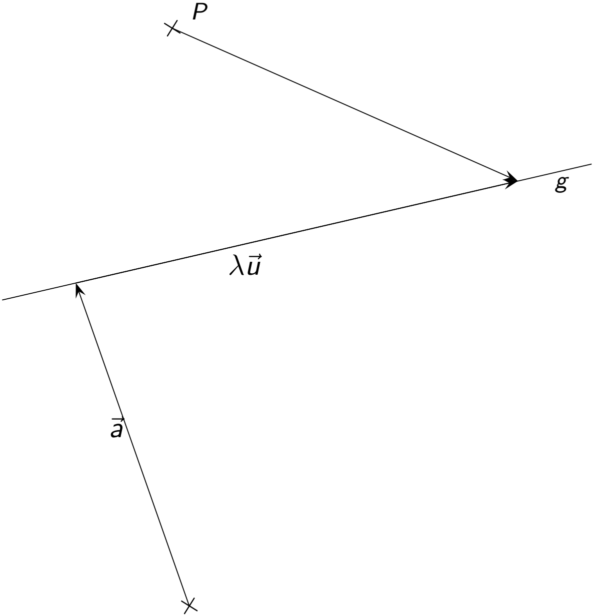


P
g
$\lambda\vec{u}$
$\vec{a}$

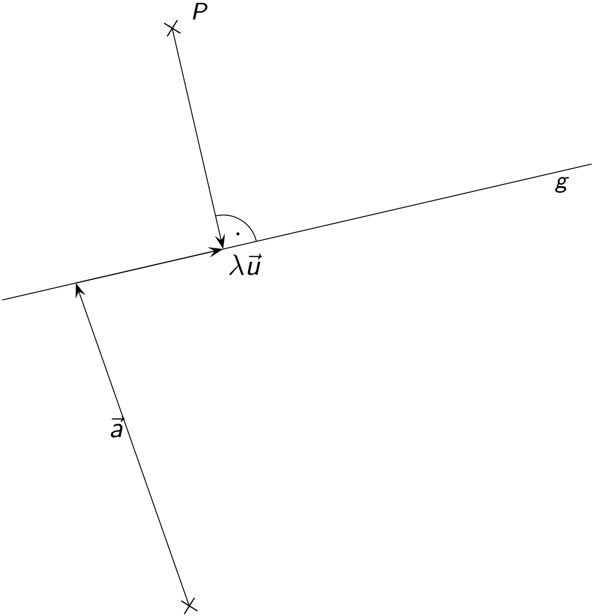

P
g
$\lambda\vec{u}$
$\vec{a}$

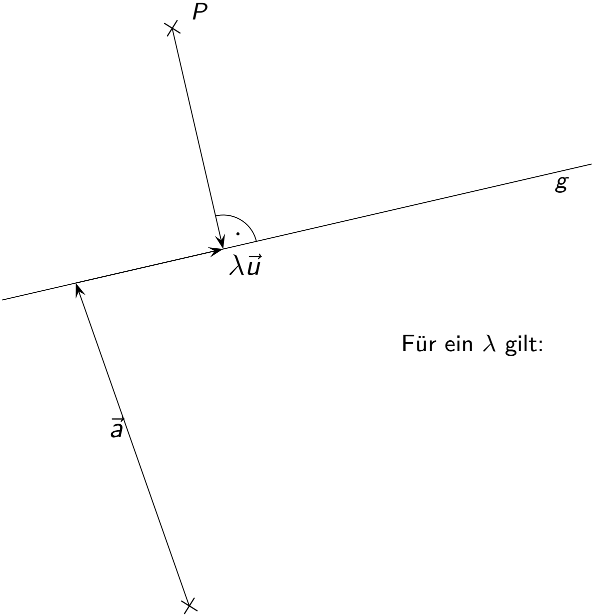


P
g
$\lambda\vec{u}$
$\vec{a}$



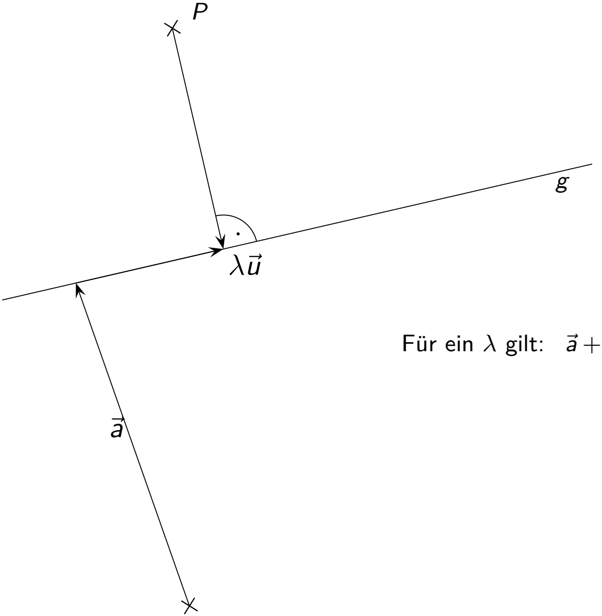
P
g
$\lambda\vec{u}$
$\vec{a}$


P
g
λu⃗
a⃗



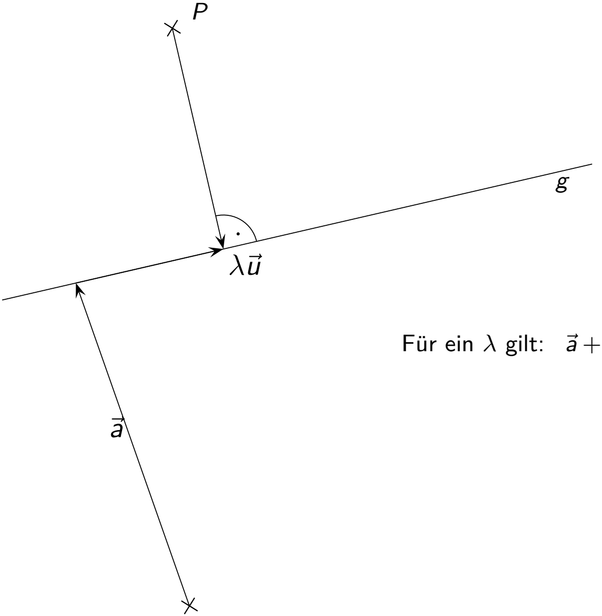
Für ein λ gilt:

.



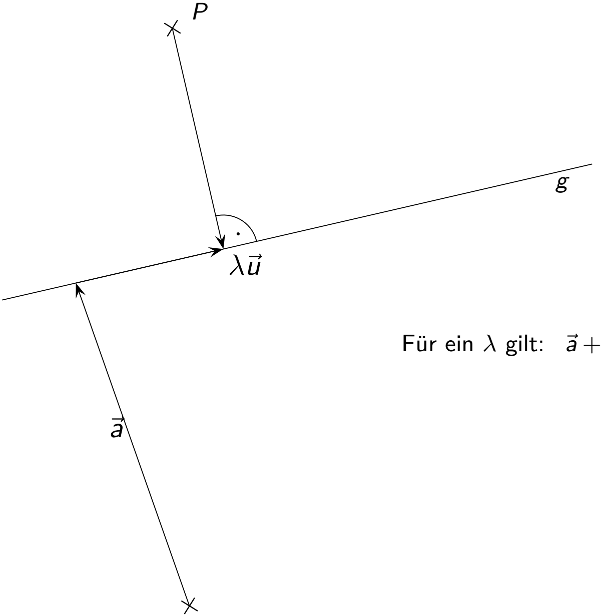
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp$

.



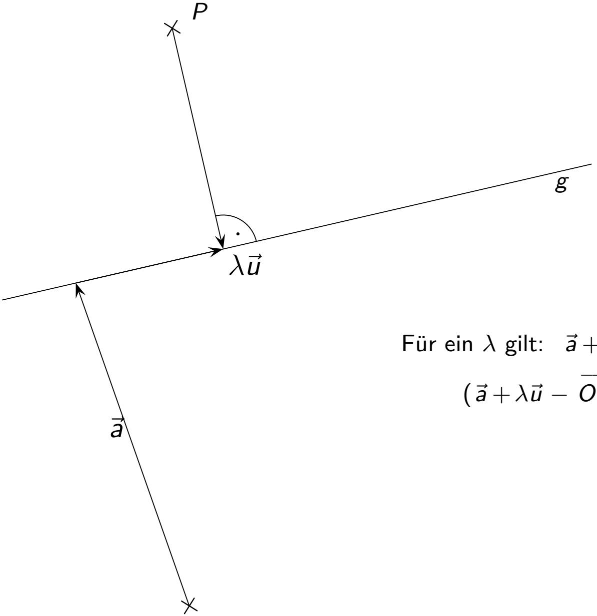
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$,

.



Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

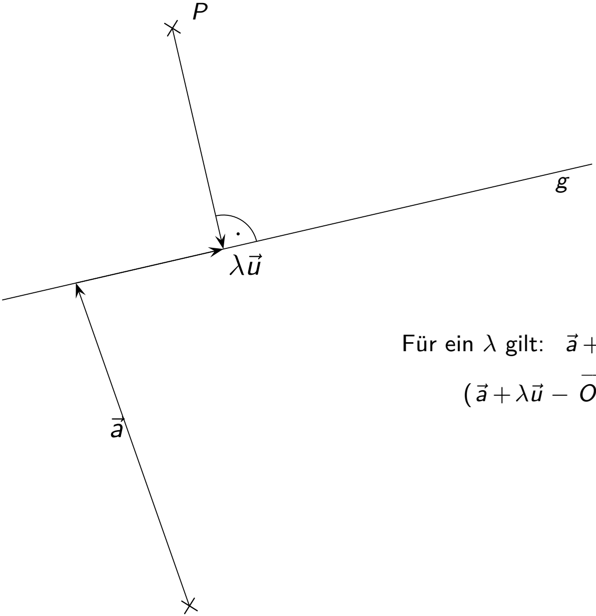
.



Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u}$$

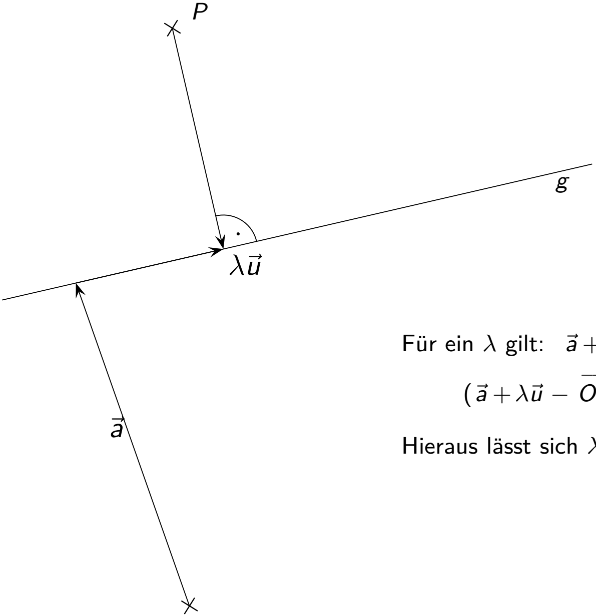
.



Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

.

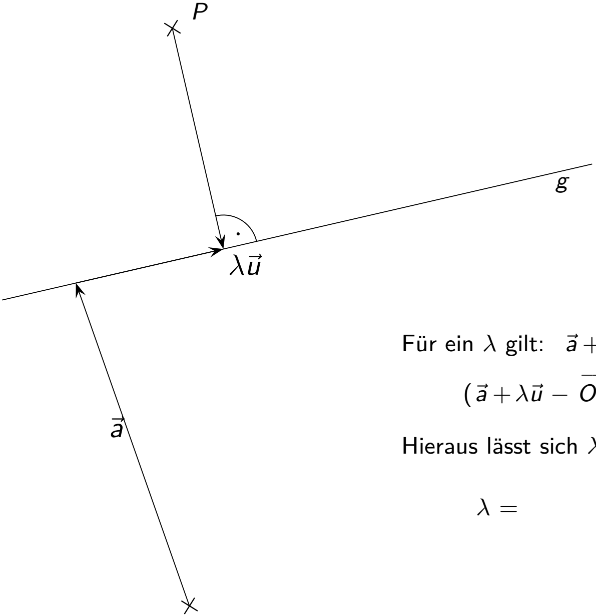


Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

.



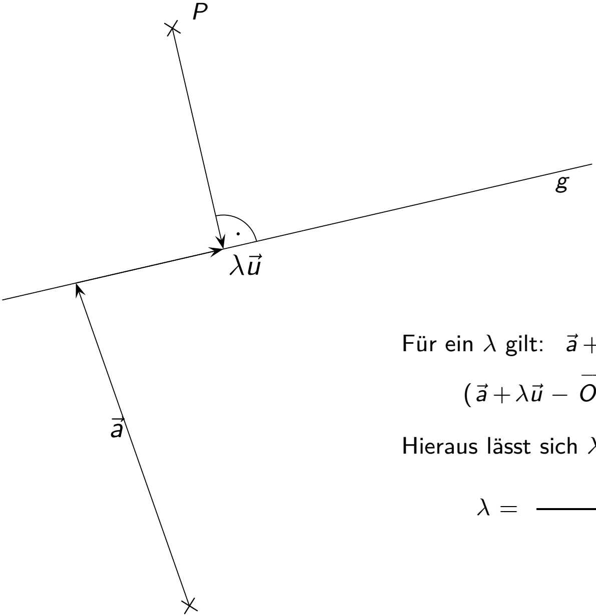
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

$$\lambda =$$

.



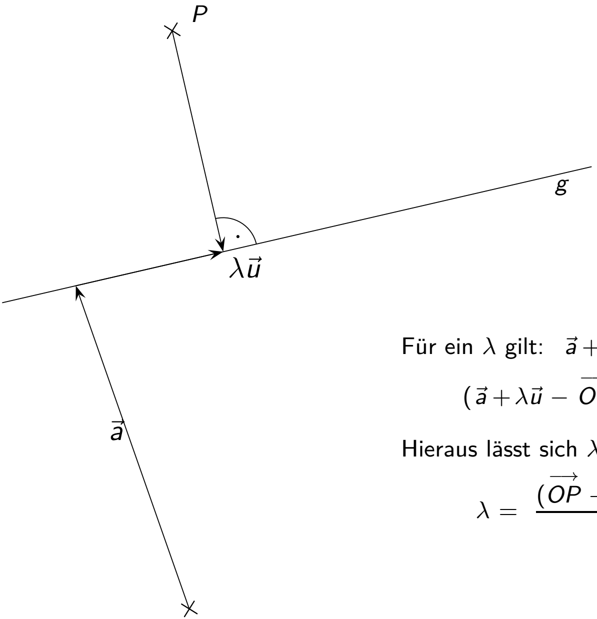
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

$$\lambda = \overline{}$$

.



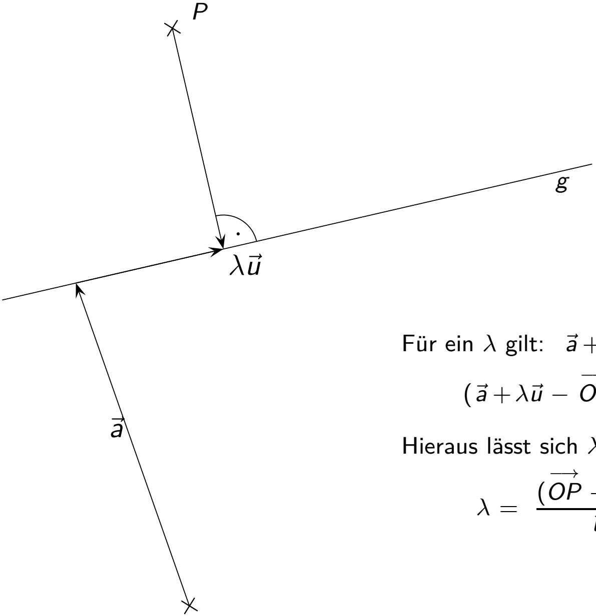
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

$$\lambda = \frac{(\overrightarrow{OP} - \vec{a}\,) \cdot \vec{u}}{}$$

.



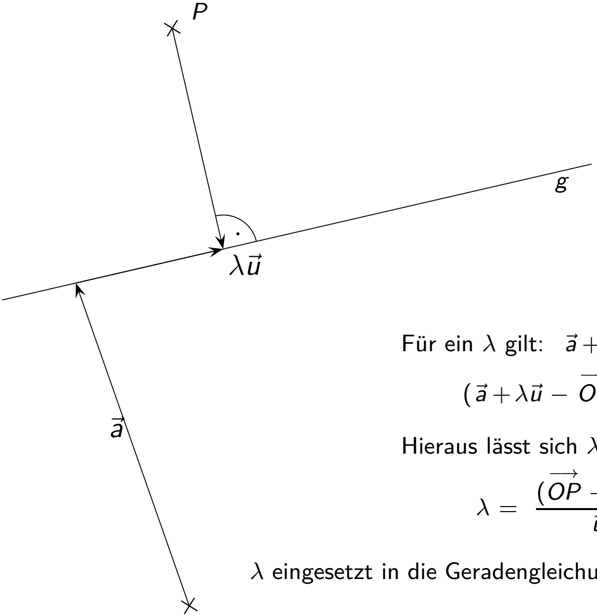
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

$$\lambda = \frac{(\overrightarrow{OP} - \vec{a}\,) \cdot \vec{u}}{\vec{u}^{\,2}}$$

.



Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

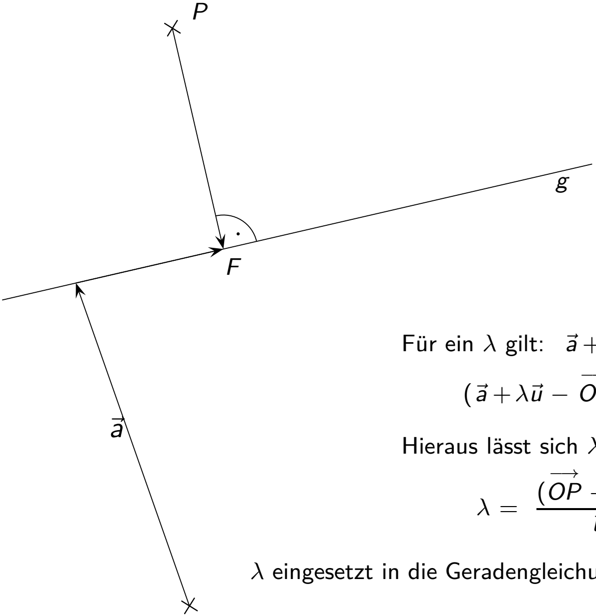
$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

$$\lambda = \frac{(\overrightarrow{OP} - \vec{a}\,) \cdot \vec{u}}{\vec{u}^{\,2}}$$

λ eingesetzt in die Geradengleichung ergibt

.



Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

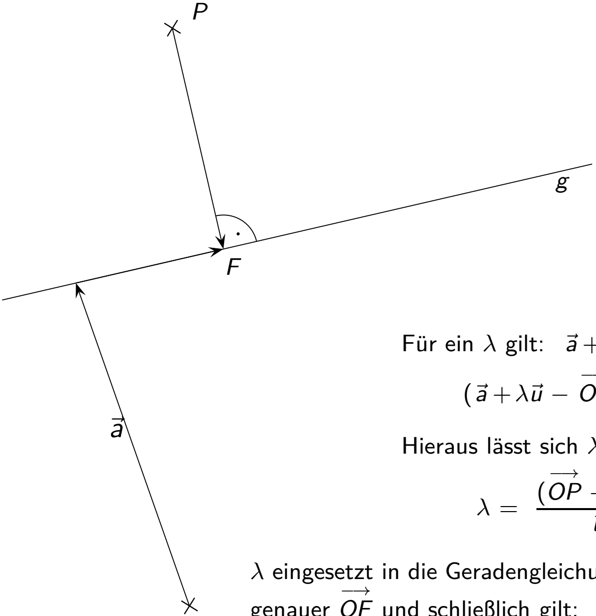
$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

$$\lambda = \frac{(\overrightarrow{OP} - \vec{a}\,) \cdot \vec{u}}{\vec{u}^{\,2}}$$

λ eingesetzt in die Geradengleichung ergibt den Fußpunkt,

.



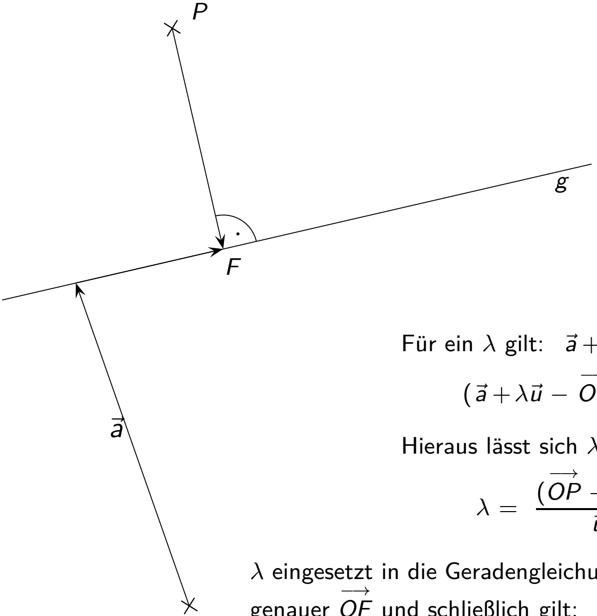
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

$$\lambda = \frac{(\overrightarrow{OP} - \vec{a}\,) \cdot \vec{u}}{\vec{u}^{\,2}}$$

λ eingesetzt in die Geradengleichung ergibt den Fußpunkt, genauer $\overrightarrow{OF}$ und schließlich gilt: .



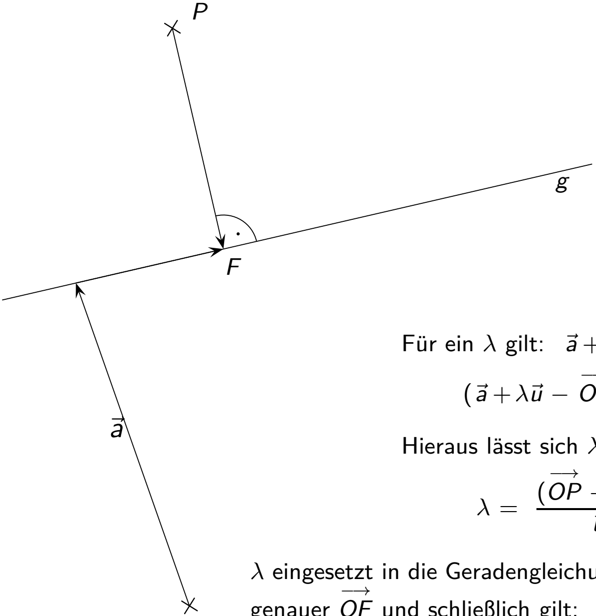
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d. h.

$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

$$\lambda = \frac{(\overrightarrow{OP} - \vec{a}\,) \cdot \vec{u}}{\vec{u}^{\,2}}$$

λ eingesetzt in die Geradengleichung ergibt den Fußpunkt, genauer $\overrightarrow{OF}$ und schließlich gilt: $d =$.



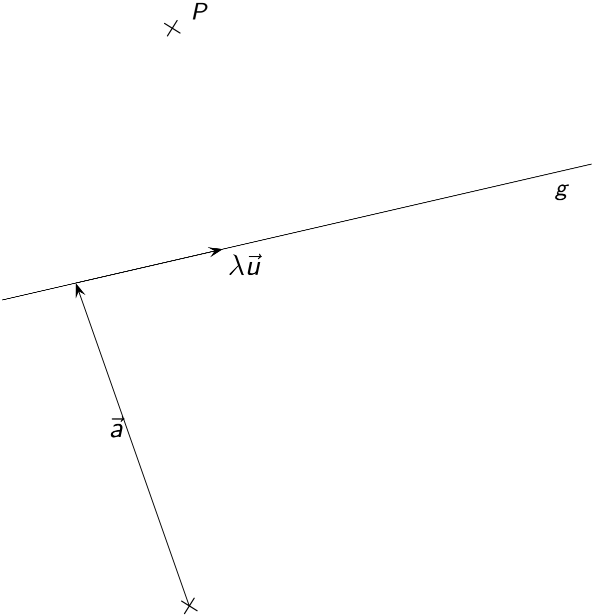
Für ein λ gilt: $\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \perp \vec{u}$, d.h.

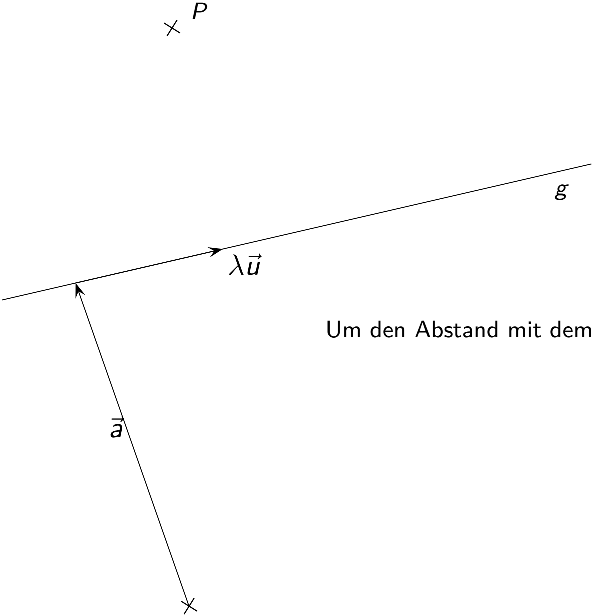
$$(\vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{u} = 0$$

Hieraus lässt sich λ berechnen, allgemein:

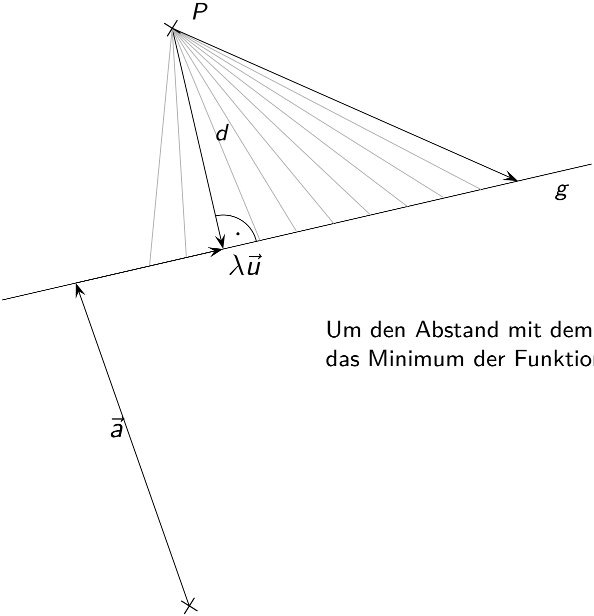
$$\lambda = \frac{(\overrightarrow{OP} - \vec{a}\,) \cdot \vec{u}}{\vec{u}^{\,2}}$$

λ eingesetzt in die Geradengleichung ergibt den Fußpunkt, genauer $\overrightarrow{OF}$ und schließlich gilt: $d = |\,\overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OP}\,|$.

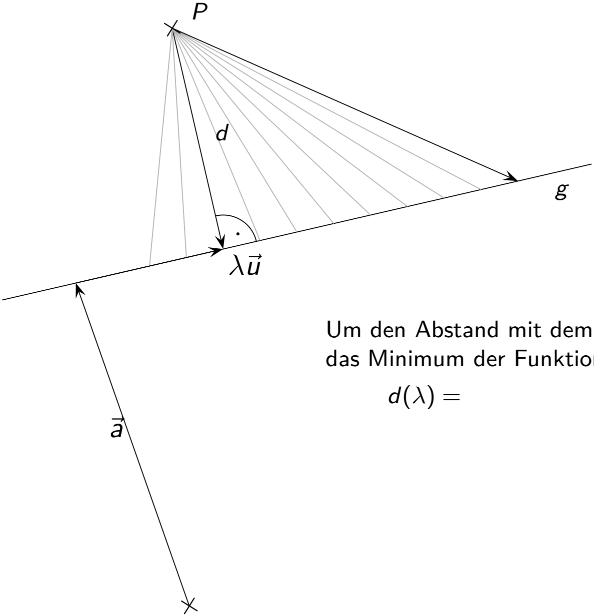

P
g
$\lambda\vec{u}$
$\vec{a}$



Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann

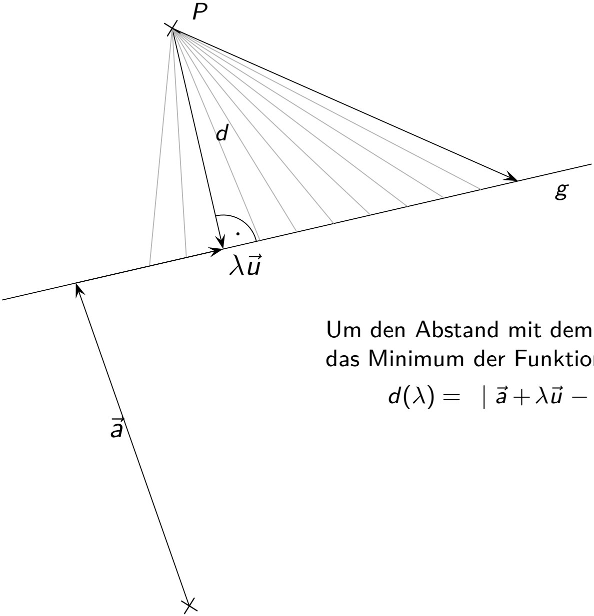


Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann das Minimum der Funktion



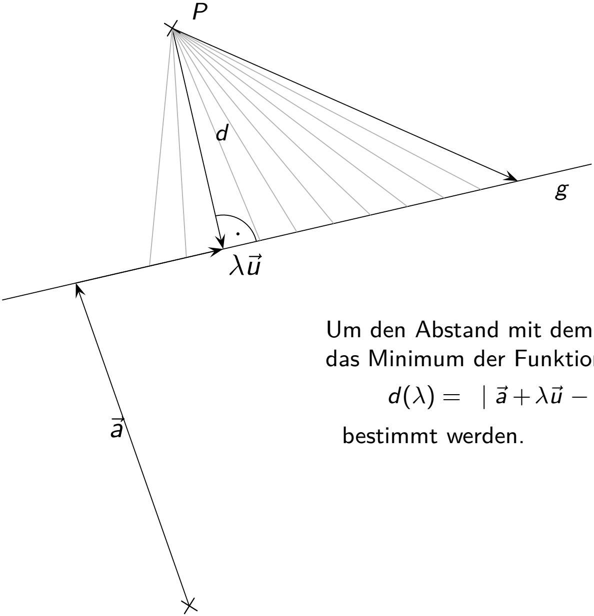
Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann das Minimum der Funktion

$$d(\lambda) =$$



Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann das Minimum der Funktion

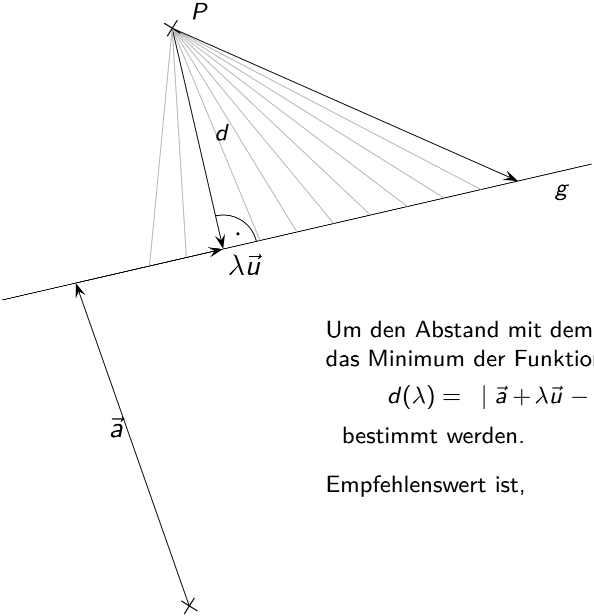
$$d(\lambda) = \ | \ \vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \ |$$



Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann das Minimum der Funktion

$$d(\lambda) = \mid \vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \mid$$

bestimmt werden.

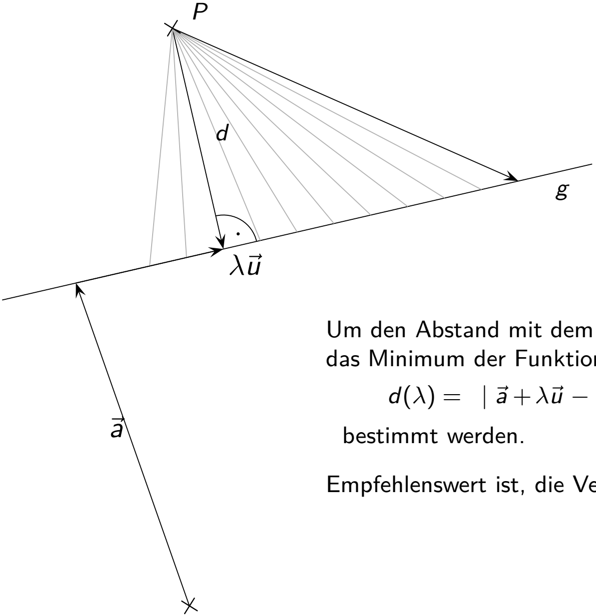


Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann das Minimum der Funktion

$$d(\lambda) = \left| \vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \right|$$

bestimmt werden.

Empfehlenswert ist,

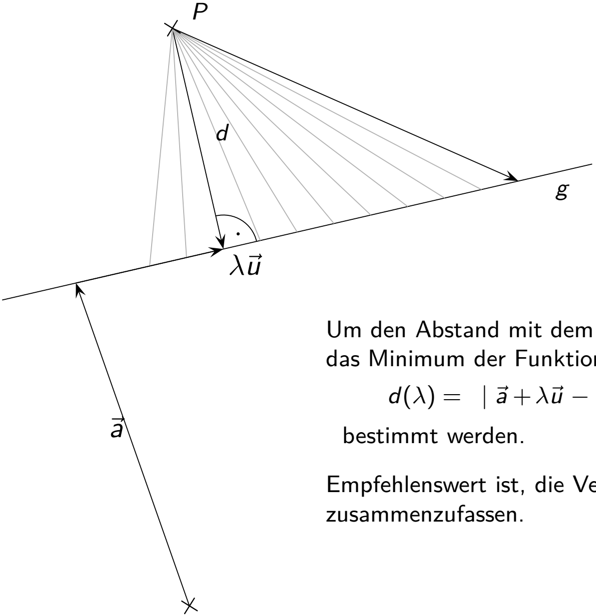


Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann das Minimum der Funktion

$$d(\lambda) = \ |\ \vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}\ |$$

bestimmt werden.

Empfehlenswert ist, die Vektoren $\vec{a}$ und $\overrightarrow{OP}$

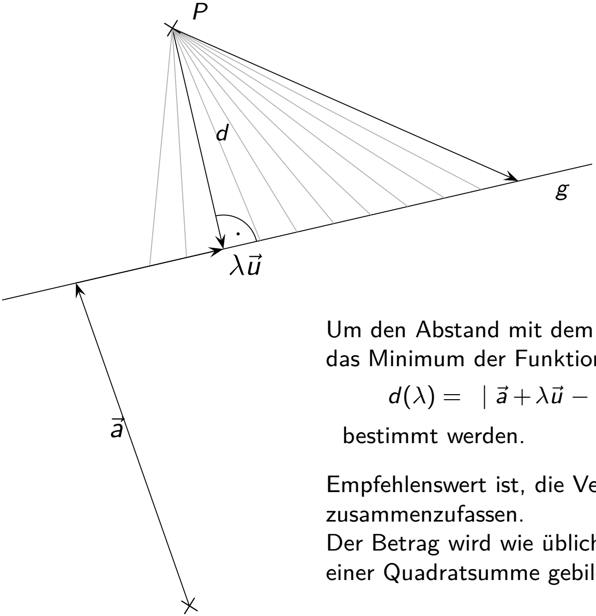


Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann das Minimum der Funktion

$$d(\lambda) = \ |\ \vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP}\ |$$

bestimmt werden.

Empfehlenswert ist, die Vektoren $\vec{a}$ und $\overrightarrow{OP}$ zusammenzufassen.



Um den Abstand mit dem GTR zu ermitteln, kann das Minimum der Funktion

$$d(\lambda) = \left| \vec{a} + \lambda\vec{u} - \overrightarrow{OP} \right|$$

bestimmt werden.

Empfehlenswert ist, die Vektoren $\vec{a}$ und $\overrightarrow{OP}$ zusammenzufassen.
Der Betrag wird wie üblich mit einer Wurzel aus einer Quadratsumme gebildet.

Berechne den Fußpunkt und den Abstand:

a) $P(0 \mid 0 \mid 20)$ $\qquad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -30 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

Berechne den Fußpunkt und den Abstand:

a) $P(0\,|\,0\,|\,20)$ $\qquad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -30 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lösungen:

a) $F(3\,|\,9\,|\,0)$, $\quad \lambda = \frac{9}{10}$, $\quad d = 7\sqrt{10}$

Berechne den Fußpunkt und den Abstand:

a) $P(0 \mid 0 \mid 20)$ $\qquad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -30 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $P(5 \mid 5 \mid 10)$ $\qquad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Lösungen:

a) $F(3 \mid 9 \mid 0)$, $\quad \lambda = \frac{9}{10}$, $\quad d = 7\sqrt{10}$

Berechne den Fußpunkt und den Abstand:

a) $P(0 \mid 0 \mid 20)$ $\qquad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -30 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $P(5 \mid 5 \mid 10)$ $\qquad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Lösungen:

a) $F(3 \mid 9 \mid 0), \quad \lambda = \frac{9}{10}, \quad d = 7\sqrt{10}$

b) $F(14 \mid 5 \mid -8), \quad \lambda = -8, \quad d = 9\sqrt{5}$