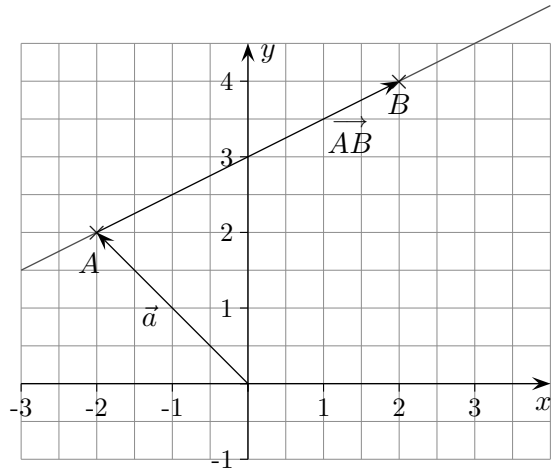


# Geradengleichung

Die Gerade  $g$  verläuft durch die Punkte  $A(-2 | 2)$  und  $B(2 | 4)$ .  
Wie lautet die vektorielle Geradengleichung?



Der Verlauf der Geraden kann durch den

Stützvektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ , der zum Punkt  $A$  führt, und den Richtungsvektor  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

festgelegt werden.

Als Richtungsvektor wäre auch ein Vielfaches (die Hälfte) von  $\vec{AB}$  geeignet.  
Jeder Vektor, der zu einem Geradenpunkt führt, kann als Stützvektor dienen.

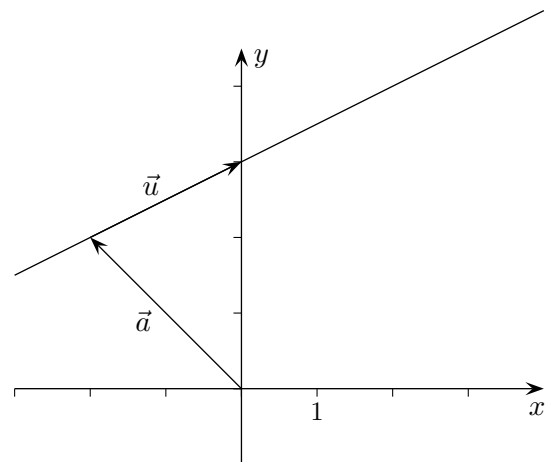
Die *Geradengleichung* lautet daher:

$$\vec{x} = \vec{a} + \lambda \vec{AB} \quad (\text{allgemeiner: } \vec{x} = \vec{a} + \lambda \mu)$$

und für unser Beispiel  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

oder  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für jeden  $\lambda$ -Wert ergibt sich ein Vektor  $\vec{x}$ ,  
der zu einem Punkt  $P$  auf der Geraden führt,  
 $P(-2 + 2\lambda | 2 + \lambda)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .



Die Gerade  $h$  verläuft durch die Punkte  $C(-1 | 3)$  und  $D(2 | 2)$ .  
Wie lautet eine Geradengleichung?

Gib fünf Möglichkeiten an.

# Geradengleichung

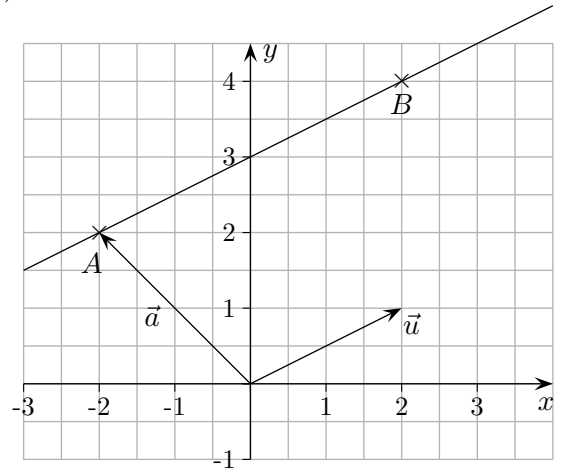
Die Gerade  $g$  verläuft durch die Punkte  $A(-2 | 2)$  und  $B(2 | 4)$ .  
Wie lautet die vektorielle Geradengleichung?

Der Verlauf der Geraden kann durch den

Stützvektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ , der zum Punkt  $A$  führt, und den

Richtungsvektor  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  festgelegt werden.

Als Richtungsvektor wäre auch ein Vielfaches von  $\vec{u}$  geeignet.  
Jeder Vektor, der zu einem Geradenpunkt führt,  
kann als Stützvektor dienen.



Wie erhalten wir nun mit  $\vec{a}$  und  $\vec{u}$  die Gesamtheit aller Vektoren,  
die zu Punkten auf der Geraden führen?

Auf je einen Punkt der Geraden weisen die Vektoren:

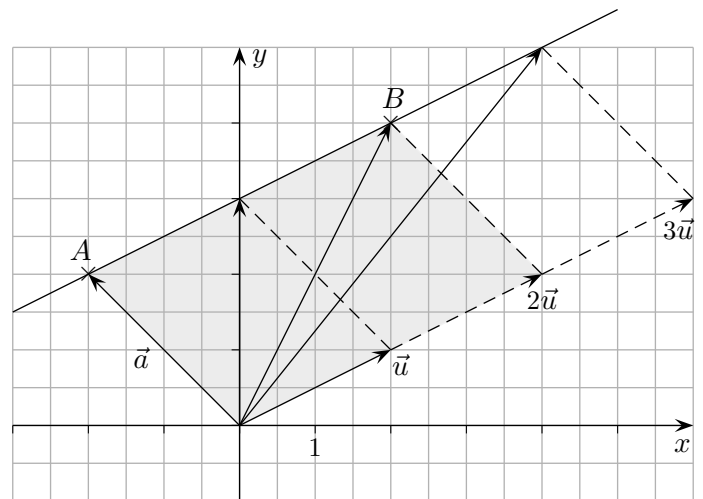
$$\vec{a} + \vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + 2\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + 3\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \lambda\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

allgemein, wenn  $\lambda$  den Zahlbereich durchläuft.



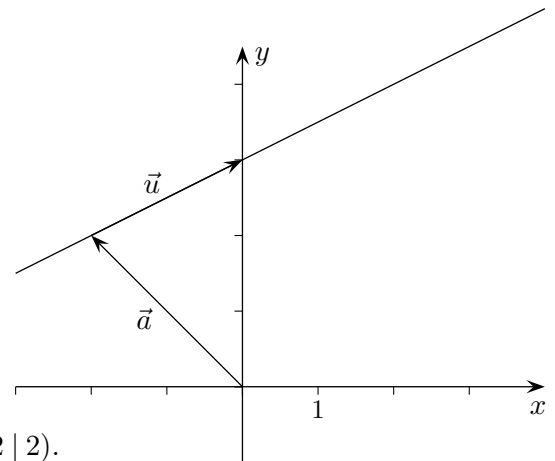
Die *Geradengleichung* lautet daher:

$$\vec{x} = \vec{a} + \lambda\vec{u}$$

und für unser Beispiel:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für jeden  $\lambda$ -Wert ergibt sich ein Vektor  $\vec{x}$ ,  
der zu einem Punkt auf der Geraden führt.

Der besseren Anschauung halber verschieben wir den  
Richtungspfeil parallel, so dass sein Anfangspunkt mit  
dem Endpunkt von  $\vec{a}$  zusammenfällt.



1. Die Gerade  $h$  verläuft durch die Punkte  $C(-1 | 3)$  und  $D(2 | 2)$ .  
Wie lautet eine Geradengleichung?

# Geradengleichung

1. Die Gerade  $h$  verläuft durch die Punkte  $C(-1 | 3)$  und  $D(2 | 2)$ .  
Wie lautet eine Geradengleichung?

2. Untersuche, ob  $A(-1 | 10 | 7)$  und  $B(1 | 6 | 2)$  auf der Geraden

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{liegen.}$$

3. Bestimme  $a$  und  $b$  so, dass  $g$  und  $h$  parallel verlaufen.

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} a \\ b \\ -1 \end{pmatrix}$$

4. Ein Viereck ist gegeben durch  $A(2 | 1 | 0)$ ,  $B(10 | 3 | 8)$ ,  $C(8 | 5 | 6)$  und  $D(4 | 3 | 2)$ .  
Ermittle den Schnittpunkt der Diagonalen.

# Geradengleichung

1. Die Gerade  $h$  verläuft durch die Punkte  $C(-1 | 3)$  und  $D(2 | 2)$ .  
Wie lautet eine Geradengleichung?

2. Untersuche, ob  $A(-1 | 10 | 7)$  und  $B(1 | 6 | 2)$  auf der Geraden

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{liegen.}$$

3. Bestimme  $a$  und  $b$  so, dass  $g$  und  $h$  parallel verlaufen.

$$g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} a \\ b \\ -1 \end{pmatrix}$$

4. Ein Viereck ist gegeben durch  $A(2 | 1 | 0)$ ,  $B(10 | 3 | 8)$ ,  $C(8 | 5 | 6)$  und  $D(4 | 3 | 2)$ .  
Ermittle den Schnittpunkt der Diagonalen.

Lösungen:

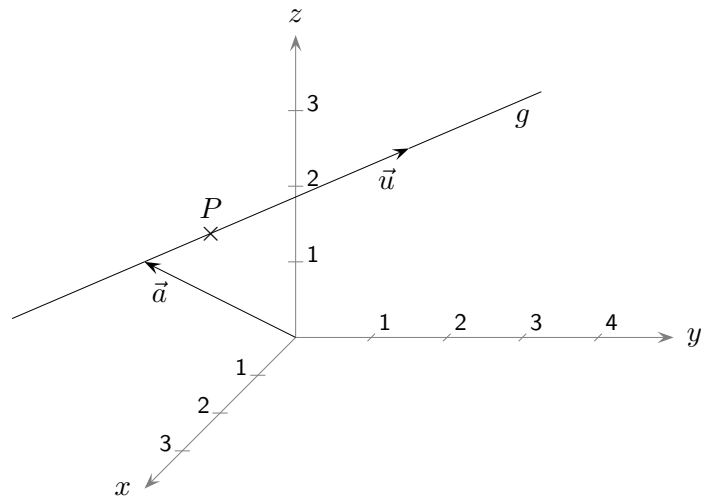
1. z.B.  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$   
oder  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

2.  $A$  ja,  $B$  nein

3.  $a = -\frac{5}{2}$ ,  $b = \frac{3}{2}$

4.  $S(5 | 3 | 3)$

# Laufender Punkt



Die Gleichung der Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

bedeutet  $\vec{OP} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R},$  zusammengefasst:  $\vec{OP} = \begin{pmatrix} 2+t \\ -1+4t \\ 2+2t \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

Für jedes  $t \in \mathbb{R}$  gibt es genau einen Punkt  $P(2+t \mid -1+4t \mid 2+2t)$  dieser Geraden.  $P$  wird als laufender Punkt bezeichnet. Aus ihm kann die Geradengleichung wiedergewonnen werden. Diese Schreibweise ist bei Abstandberechnungen vorteilhaft.

Startseite