

Schnittwinkel

Schnittwinkel von Geraden

Der Schnittwinkel zweier sich schneidender Geraden ist der kleinere der beiden Winkel α und β .

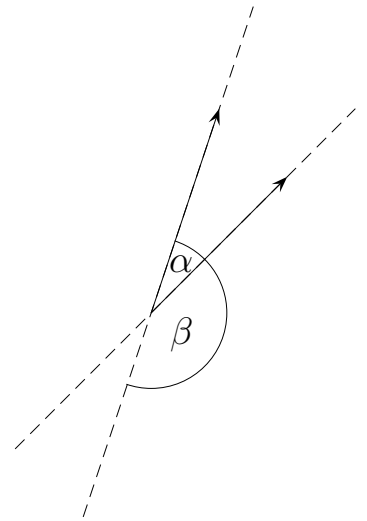
Falls die Berechnung mit $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \beta$ einen Winkel β größer als 90° ergibt, ist der Schnittwinkel $\alpha = 180^\circ - \beta$. Da sich $\cos \beta$ und $\cos \alpha$ nur im Vorzeichen unterscheiden, führt

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

stets zum (korrekten) spitzen Winkel.

1. Gegeben sind die Richtungsvektoren zweier sich schneidender Geraden. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$



Schnittwinkel von Gerade und Ebene

Der Schnittwinkel α von Gerade und Ebene ist der Winkel zwischen der Geraden und ihrer senkrechten Projektion.

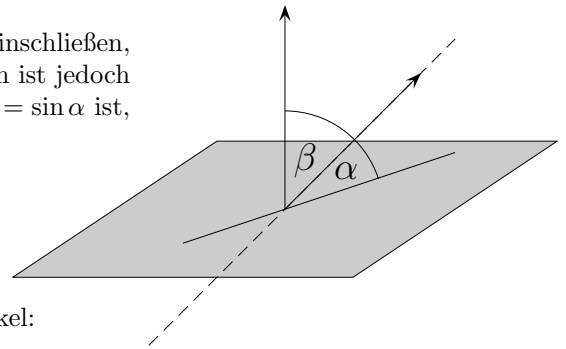
Falls der Winkel β , den Normalenvektor und Richtungsvektor einschließen, kleiner als 90° ist, so ist der Schnittwinkel $\alpha = 90^\circ - \beta$. Möglich ist jedoch auch, dass β größer als 90° ist. Dann ist $\alpha = \beta - 90^\circ$. Da $\cos \beta = \sin \alpha$ ist, wird mit

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$$

stets der gesuchte Winkel ermittelt.

2. Gegeben sind der Richtungsvektor einer Geraden und der Normalenvektor einer Ebene. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Schnittwinkel von Ebenen

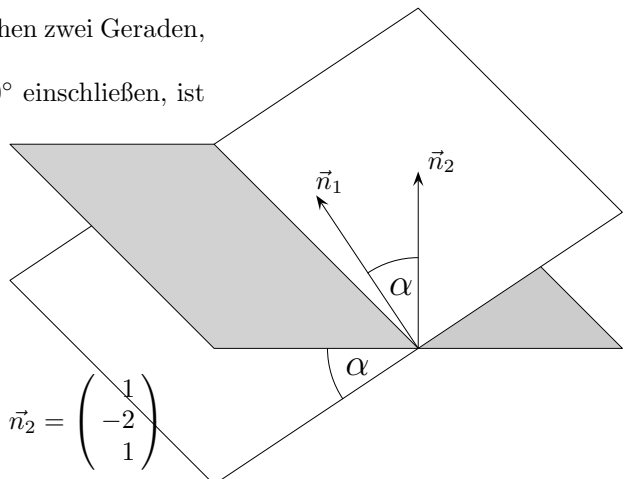
Der Schnittwinkel α von zwei Ebenen ist der Winkel zwischen zwei Geraden, die senkrecht zur Schnittgeraden verlaufen.

Falls die Normalenvektoren einen Winkel β größer als 90° einschließen, ist der Schnittwinkel $\alpha = 180^\circ - \beta$ oder zusammengefasst:

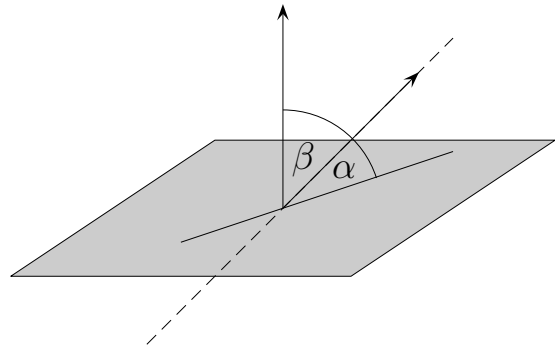
$$|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2| = |\vec{n}_1| |\vec{n}_2| \cos \alpha$$

3. Gegeben sind die Normalenvektoren zweier Ebenen. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$



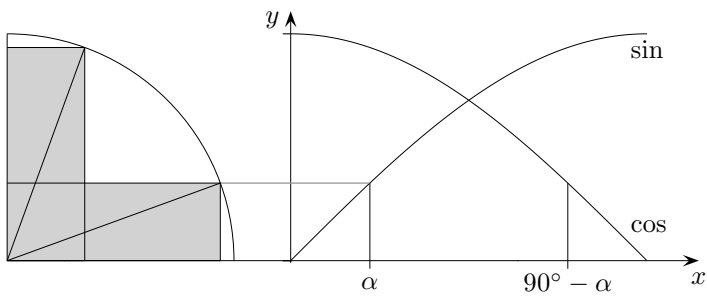
Warum sin?



$$\cos \beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$\underbrace{\cos(90^\circ - \alpha)}_{\sin \alpha} = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$



Schnittwinkel

Schnittwinkel von Geraden

1. Gegeben sind die Richtungsvektoren zweier sich schneidender Geraden. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Schnittwinkel von Gerade und Ebene

2. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Schnittwinkel von Ebenen

3. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Schnittwinkel, Ergebnisse

Schnittwinkel von Geraden

1. Gegeben sind die Richtungsvektoren zweier sich schneidender Geraden. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

a) $21,0^\circ$

b) $21,0^\circ$

Schnittwinkel von Gerade und Ebene

2. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) $60,5^\circ$

b) $60,5^\circ$

Schnittwinkel von Ebenen

3. Berechne den Schnittwinkel:

a) $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) $80,4^\circ$

b) $80,4^\circ$