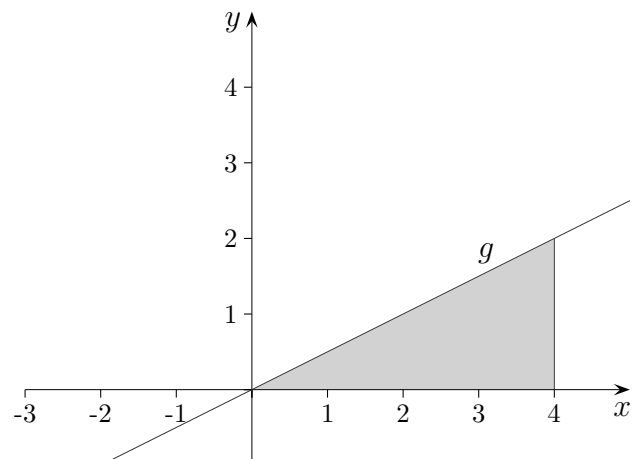


Skalarprodukt Einführung

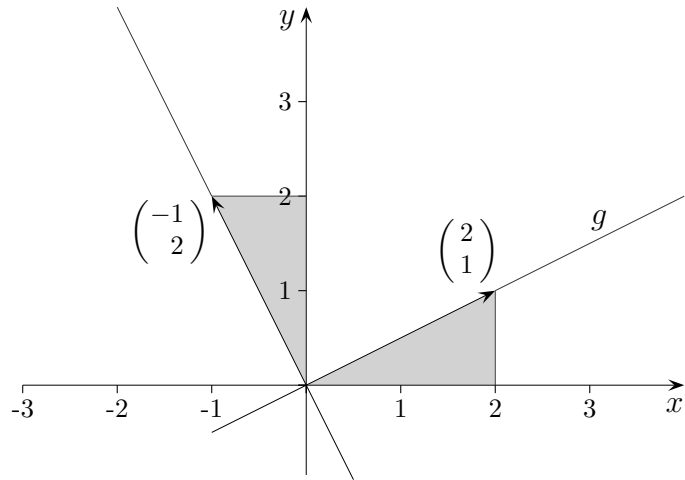


Wie lautet die vektorielle Darstellung der Geraden g : $y = \frac{1}{2}x$?

Die Gleichung einer Ursprungsgeraden kann auf die Form $ax + by = 0$ gebracht werden.

Welche Bedeutung hat dann der Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$?

Skalarprodukt



$$g: \vec{x} = \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y = \frac{1}{2}x \iff -x + 2y = 0 \iff ax + by = 0$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Das eine Dreieck geht durch Drehung um } 90^\circ \text{ um den Ursprung aus dem anderen hervor.}$$

$$\begin{pmatrix} -a \\ b \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} \quad \text{allgemeiner}$$

$$\begin{pmatrix} -ra \\ rb \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix}$$

Mit der Definition des Skalarprodukts

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

erkennen wir:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \iff \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

g kann durch

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{Normalenform}) \quad \text{beschrieben werden. } \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ hei\u00dft Normalenvektor.}$$

Welches geometrische Objekt wird wohl durch $x + 2y + z = 0$ erfasst und

welche Bedeutung hat der Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$?

$$\text{Ebene (z. B.) } x + 2y + z = 0$$

Um zu erkennen, dass die Lösungen der Gleichung $x + 2y + z = 0$ die Punkte einer Ebene durch den Ursprung sind, stellen wir die Gleichung nach z um: $z = -x - 2y$
Für $x = y = 0$ erhalten wir $z = 0$. Wenn der x -Wert um 1 vergrößert wird, verringert sich der z -Wert um 1, für $x = 2$ verringert sich der z -Wert um 2, usw.
Die Steigung in x -Achsenrichtung beträgt daher -1 , und zwar unabhängig vom y -Wert.
In y -Achsenrichtung beträgt die Steigung -2 .

