

# Spiegeln

Gegeben sind die Ebene  $E: 2x_1 + x_2 - x_3 - 4 = 0$  sowie der Punkt  $P(-3 | 0 | 2)$ .

- a) Zeigen Sie, dass der Punkt  $P$  nicht in der Ebene  $E$  liegt.
- b) Spiegelt man den Punkt  $P$  an der Ebene  $E$ , so erhält man den Punkt  $P'$ .  
Ermitteln Sie die Koordinaten von  $P'$ .

Gegeben sind die Ebene  $E: 2x_1 + x_2 - x_3 - 4 = 0$  sowie der Punkt  $P(-3 | 0 | 2)$ .

a) Zeigen Sie, dass der Punkt  $P$  nicht in der Ebene  $E$  liegt.

$$2(-3) + 0 - 2 - 4 = 0 \iff -12 = 0, \quad P \notin E$$

b) Spiegelt man den Punkt  $P$  an der Ebene  $E$ , so erhält man den Punkt  $P'$ .  
Ermitteln Sie die Koordinaten von  $P'$ .

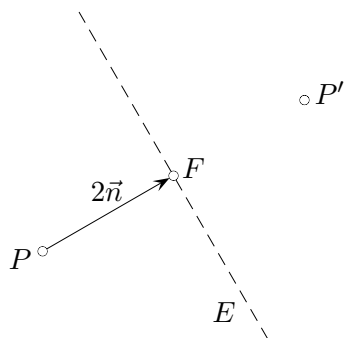
$$\text{Normalenvektor von } E: \vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$g: \vec{x} = \vec{OP} + \lambda \vec{n}, \quad g \cap E, \quad \lambda = 2$$

$$\vec{OP'} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$P'(5 | 4 | -2)$$

Es ist nicht erforderlich, den Fußpunkt  $F(1 | 2 | 0)$  zu ermitteln.



# Spiegeln

1. Spiegel den Punkt  $P(-4 | 5 | 3)$  am Punkt

a)  $Q(1 | 2 | -2)$

b)  $R(-2 | 3 | -2)$

2. Spiegel den Punkt  $P(-4 | -9 | -1)$  an der Ebene

a)  $E: -2x + y + 2z = 6$

b)  $E: -x + y + 2z = 2$

3. Spiegel den Punkt  $P(6 | 3 | -3)$  an der Geraden

a)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

b)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

4. Spiegel die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

an der Ebene  $E: 2x - y + z = 7$ .

5. Spiegel die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

an der Ebene  $E: -4x + 8y + z = 3$ .

# Spiegeln

1. Spiegel den Punkt  $P(-4 | 5 | 3)$  am Punkt

a)  $Q(1 | 2 | -2)$   $P'(6 | -1 | -7)$

b)  $R(-2 | 3 | -2)$   $P'(0 | 1 | -7)$

2. Spiegel den Punkt  $P(-4 | -9 | -1)$  an der Ebene

a)  $E: -2x + y + 2z = 6$  Fußpunkt  $F(-6 | -8 | 1)$ ,  $P'(-8 | -7 | 3)$

b)  $E: -x + y + 2z = 2$   $F(-11/2 | -15/2 | 2)$ ,  $P'(-7 | -6 | 5)$

3. Spiegel den Punkt  $P(6 | 3 | -3)$  an der Geraden

a)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$  Fußpunkt  $F(4 | 2 | 0)$ ,  $P'(2 | 1 | 3)$

b)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$   $F(-1 | 7/2 | -5/2)$ ,  $P'(-8 | 4 | -2)$

4. Spiegel die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

an der Ebene  $E: 2x - y + z = 7$ .

Schnittpunkt  $S(6 | -11 | -16)$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ Stützvektor von } g, \text{ Richtungsvektor } \vec{n}$$

Für  $\lambda = 1$  schneiden sich  $h$  und  $E$ .

Mit  $\lambda = 2$  erhalten wir den Punkt  $P'(4 | -1 | 4)$  der Spiegelgeraden  $s$ .

$$s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad s = \overrightarrow{OP'} + \lambda \frac{1}{2} \overrightarrow{SP'}$$

5. Spiegel die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

an der Ebene  $E: -4x + 8y + z = 3$ .

$\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ , d.h.  $g \parallel E$

$A(0 | -20 | 1)$  spiegeln und den Richtungsvektor beibehalten

Fußpunkt  $F(-8 | -4 | 3)$ ,  $A'(-16 | 12 | 5)$

$$s: \vec{x} = \begin{pmatrix} -16 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Startseite