Vor jeder Rechnung ist ein Ansatz (mit Buchstaben) zu formulieren.

1. Ermittle den Abstand $d(P, g)$.

   $P(1\,|\,-2\,|\,5) \qquad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. Gegeben sind die Punkte $A(4\,|\,2\,|\,3)$, $B(1\,|\,8\,|\,5)$ und $C(-2\,|\,1\,|\,-3)$.
   Bestimme die Koordinaten eines weiteren Punktes D so, dass das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm ist. Die Bezeichnung der Punkte erfolgt im Gegenuhrzeigersinn.

3. Spiegel (Drehung um $180°$) den Punkt $P(5\,|\,4\,|\,3)$ am Punkt $Z(4\,|\,1\,|\,-3)$.

4. Welcher Punkt auf der z-Achse hat von $A(1\,|\,-4\,|\,5)$ und $B(6\,|\,6\,|\,0)$ die gleiche Entfernung? Wie groß ist diese Entfernung?

5. Ein Helikopter fliegt geradlinig in Richtung Landeplatz.

   Die Bahn wird durch $g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ beschrieben.

   a) Wo landet der Helikopter?

   b) Der Helikopter ist mit einem Suchscheinwerfer ausgestattet, der fest in Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ weist. In welcher Ebene (Koordinatenform) liegen die Scheinwerferstrahlen?
   Untersuche mit einer möglichst kurzen Rechnung, für welches a ein punktförmiges Objekt gefunden wird, das sich in $P(10\,|\,a\,|\,0)$ befindet.

6. Welche Punkte auf der Geraden durch $A(0\,|\,0\,|\,0)$ und $B(1\,|\,1\,|\,1)$ sind von A dreimal so weit entfernt wie von B?

7. Gegeben ist die Ebene $E\colon\ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} - 9 = 0$

   Bestimme die Gleichung einer Ebene, die durch den Punkt $P(1\,|\,-2\,|\,3)$ verläuft und senkrecht zu E steht. Gibt es mehrere Ebenen, die diese beiden Bedingungen erfüllen? Wenn ja, welche Bedingung muss der Normalenvektor dieser Ebenen erfüllen und welche Punkte haben diese Ebenen gemeinsam? (genaue Antwort)

1. Ermittle den Abstand $d(P, g)$.

   $P(1 \mid -2 \mid 5)$ $\quad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad F(2 \mid -4 \mid 4),\ d = \sqrt{6}$

2. Gegeben sind die Punkte $A(4 \mid 2 \mid 3)$, $B(1 \mid 8 \mid 5)$ und $C(-2 \mid 1 \mid -3)$.
   Bestimme die Koordinaten eines weiteren Punktes D so, dass das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm ist. Die Bezeichnung der Punkte erfolgt im Gegenuhrzeigersinn. $D(1 \mid -5 \mid -5)$

3. Spiegel (Drehung um 180°) den Punkt $P(5 \mid 4 \mid 3)$ am Punkt $Z(4 \mid 1 \mid -3)$. $\quad P'(3 \mid -2 \mid -9)$

4. Welcher Punkt auf der z-Achse hat von $A(1 \mid -4 \mid 5)$ und $B(6 \mid 6 \mid 0)$ die gleiche Entfernung?
   Wie groß ist diese Entfernung?

   $$P(0 \mid 0 \mid z),\quad |\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{BP}|$$

   $$\sqrt{(-1)^2 + 4^2 + (z-5)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-6)^2 + z^2}$$

   $$z^2 - 10z + 42 = z^2 + 72,\quad z = -3,\quad P(0 \mid 0 \mid -3),\quad |\overrightarrow{AP}| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + (-8)^2} = 9\ LE$$

5. Ein Helikopter fliegt geradlinig in Richtung Landeplatz.

   Die Bahn wird durch $g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ beschrieben.

   a) Wo landet der Helikopter? $\quad L(12 \mid 14 \mid 0)$

   b) Der Helikopter ist mit einem Suchscheinwerfer ausgestattet, der fest in Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ weist. In welcher Ebene (Koordinatenform) liegen die Scheinwerferstrahlen?
   Untersuche mit einer möglichst kurzen Rechnung, für welches a ein punktförmiges Objekt gefunden wird, das sich in $P(10 \mid a \mid 0)$ befindet. $\quad 3x - y + 10z = 22,\ a = 8$

6. Welche Punkte auf der Geraden durch $A(0 \mid 0 \mid 0)$ und $B(1 \mid 1 \mid 1)$ sind von A dreimal so weit entfernt wie von B?

   $$3 \cdot |\,\lambda\,\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OB}| = |\lambda\,\overrightarrow{OB}|,\quad 3 \cdot |\,(\lambda - 1)\,\overrightarrow{OB}| = |\lambda\,\overrightarrow{OB}|,\quad 9 \cdot (\lambda - 1)^2 = \lambda^2$$

   $$3 \cdot (\lambda - 1) = \pm\lambda,\quad \lambda_1 = \frac{3}{2},\ \lambda_2 = \frac{3}{4}$$

   $$\overrightarrow{OT_1} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OB},\ \overrightarrow{OT_2} = \frac{3}{4}\overrightarrow{OB}$$

7. Gegeben ist die Ebene $E\colon\ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} - 9 = 0$

   Bestimme die Gleichung einer Ebene, die durch den Punkt $P(1 \mid -2 \mid 3)$ verläuft und senkrecht zu E steht. Gibt es mehrere Ebenen, die diese beiden Bedingungen erfüllen? Wenn ja, welche Bedingung muss der Normalenvektor dieser Ebenen erfüllen und welche Punkte haben diese Ebenen gemeinsam? (genaue Antwort)

   $$\vec{n} \cdot (\vec{x} - \overrightarrow{OP}) = 0 \quad \text{mit} \quad \vec{n} \perp \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}, \qquad g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$