Dokumentation Mathematik

Auszug aus den Prüfungsanforderungen in Ni:
Erläuternde, kommentierende und begründende Texte sind unverzichtbare Bestandteile der Prüfungsleistung. Mangelhafte Gliederung, Fehler in der Fachsprache sind als fachliche Fehler zu werten. Darüber hinaus sind schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit in der Muttersprache oder gegen die äußere Form zu bewerten.

Die Lösungswege müssen nachvollziehbar dokumentiert werden.

Bei umfangreichen Aufgaben (Abitur) ist begleitender erläuternder Text erforderlich. Stell dir hierfür einen LK-Schüler vor, der häufig gefehlt hat. Deinem Text soll er das Vorgehen entnehmen können. Wichtig: Kurz und treffend formulieren, also keine zeitraubenden, ausschweifenden Formulierungen. Eine Skizze kann hilfreich sein, den Lösungsweg zu beschreiben.

1. aussagekräftige Überschrift,
   z. B. Schnittpunktbestimmung

2. (algebraischer) Ansatz,
   z. B. $x^3 = x + 2$

   $\int_0^x f(t)\,dt = 10$

   notw. Bed. für ein Extremum $f'(x) = 0$

   notw. Bed. für einen Wendepunkt $f''(x) = 0$

   Nicht auf der Hand liegende Lösungsidee in ganzen Sätzen (mit einem Punkt am Ende) formulieren. Auf Kommasetzung ist zu achten.

   $x_{1/2} = \pm \ldots$, graphisch mit dem GTR $\lfloor$intersect$\rfloor$ oder GTR $\lfloor$solver$\rfloor$

   GTR-Anweisungen (in halbeckigen Klammern, Einheiten in eckigen Klammern, z. B. $[\frac{cm}{Tag}]$)
   müssen <u>nicht</u> lückenlos angegeben werden. Die Angabe kann bei einem Tippfehler bei der Bewertung berücksichtigt werden.
   Zwischenergebnisse mit angemessener Anzahl von Nachkommastellen sind zu notieren.

3. übersichtlich gegliederte Rechnung, ggf. mit Erläuterungen,
   Gleichungen mit Leerzeile untereinander schreiben,
   Gleichungssysteme mit horizontalen Gliederungsstrichen

4. Antwortsatz, ggf. mit Einheiten,
   Das Ergebnis (z. B. $k = 222$) ist in den (Sach-) Zusammenhang einzuordnen (zu interpretieren).
   Sinnvoll runden, Prozent- und Gradangaben auf eine Nachkommastelle.
   Gerundete Werte müssen als solche im Endergebnis erkennbar sein, z. B. $a \approx 2{,}25$.

Auf korrekte Rechtschreibung ist zu achten:

Pythagoras, Kathete, Hypotenuse, Wahrscheinlichkeit, Standardabweichung,
Vier-Felder-Tafel, Zufallsvariable ist binomialverteilt, Histogramm, Bernoulli-Kette,
waagerechte Tangente, Symmetrie, Graph ist achsensymmetrisch, orthogonal,
Graph ist punktsymmetrisch zum Punkt $P(3 \mid 4)$, Asymptote, Definitionsbereich,
parallele Geraden, strebt gegen Unendlich, Quadrant

exakt bestimmen / exakt berechnen / exakt ermitteln:
Hier wird eine Rechnung ohne Verwendung des GTR und die Angabe
eines algebraisch exakten Ergebnisses erwartet.

beweisen, nachweisen, zeigen:
Hier wird eine lückenlose, logische Beweisführung erwartet.

Auf korrekte math. Schreibweisen ist zu achten:

$k \in \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0$

Die Folge a_n strebt gegen a,
die Folge konvergiert gegen a.
Der Grenzwert ist a.
Der Limes ist a.
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$

$\vee$ (oder) $\wedge$ (und) sind nicht erforderlich.

Zwischen Graph und Funktion ist zu unterscheiden. Ein Punkt liegt auf dem Graphen.
Die Graphen schneiden sich.

Zwischen Stelle und Punkt ist zu unterscheiden.
An der Stelle $x = 3$ ist die Ableitung null.

$\Longrightarrow$ im Sinne von daraus folgt verwenden und <u>nicht</u> im Sinne von Fortsetzung auf Seite 10.

<u>Vektorrechnung</u>

Zwischen Punkt $A(4 \mid 1 \mid 2)$ und Vektor $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ist zu unterscheiden.

Kurzschreibweisen sind möglich: $g \cap h$, $g \parallel h$, $g \nparallel h$, $g \perp h$, $g \equiv h$ (identisch), $g \not\equiv h$, $P \in E$, $P \notin E$
Sie ersetzen nicht den erläuternden Text. Keine eigenen Abkürzungen verwenden.

Vor jeder Rechnung ist ein Ansatz zu formulieren, z. B.:

$$\overrightarrow{OA} = 2 \cdot \overrightarrow{OB} + 3 \cdot \overrightarrow{OC}$$

$$E\colon\ \vec{x} = \vec{a} + \lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$$

Stochastik

Den Ansatz ohne GTR-Befehle formulieren.

Binomialverteilung

$P^{880}_{0{,}84}(Z > 750) = 14{,}9\,\%$ $\lfloor 1 - \text{binomcdf}(880,\ 0.84,\ 750) \rfloor$

bedingte Wahrscheinlichkeit $P(G\,|\,K)$

minimales n mit $P^n_{0{,}8}(X \geq 3) \geq 95\,\%$, mindestens $n = 6$ (tabellarisch)

Y1 = 1 − binomcdf(X, 0.8, 2)

X	Y1
5	.942
6	.983

Wald-Vertrauensintervall: $[\ h - \frac{z\,\sigma}{n}\ |\ h + \frac{z\,\sigma}{n}\ ]$, $\sigma = \sqrt{n\,p\,(1-p)}$

In σ wird für p die relative Häufigkeit h eingesetzt, $z = \Phi^{-1}(\frac{1+\alpha}{2})$.

⌊ 1-PropZInt (GTR, STAT-Tests-Menü)⌋

Wilson-Vertrauensintervall: Die Grenzen erhält man bei der Sicherheitswahrscheinlichkeit α als Lösungen der Gleichung $|\,h\ -\ p\,| \leq z\,\frac{\sigma}{n}$, $\sigma = \sqrt{n\,p\,(1-p)}$.

Binomialverteilung B-Schreibweise

$$\mathrm{B}(n,p,k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad q = 1 - p$$

$P(X = k) = \mathrm{B}(n,p,k)$ $\lfloor \text{binompdf}(n,p,k) \rfloor$

$P(X \leq k) = \sum\limits_{i \leq k} \mathrm{B}(n,p,i)$ $\lfloor \text{binomcdf}(n,p,k) \rfloor$ kumulierte Binomialverteilung

$P(X \geq k) = \sum\limits_{k \leq i} \mathrm{B}(n,p,i)$ $\lfloor 1 - \text{binomcdf}(n,p,k-1) \rfloor$

$P(a \leq X \leq b) = \sum\limits_{a \leq i \leq b} \mathrm{B}(n,p,i)$ $\lfloor \text{binomcdf}(n,p,b) - \text{binomcdf}(n,p,a-1) \rfloor$

$P(X \leq k) = \sum\limits_{i \leq k} \mathrm{B}(n,p,i) \leq \alpha$ $\lfloor \text{binomcdf}(n,p,k) \leq \alpha \rfloor$

k maximal (tabellarisch)

$P(X \geq k) = \sum\limits_{k \leq i} \mathrm{B}(n,p,i) \leq \alpha$ $\lfloor 1 - \text{binomcdf}(n,p,k-1) \leq \alpha \rfloor$

k minimal (tabellarisch)

Normalverteilung $\quad \Phi$-Schreibweise

$P(X \leq k) = \Phi_{\mu,\sigma}(k)$ $\quad$ $\lfloor \text{normalcdf}(-\text{E}99, k, \mu, \sigma) \rfloor$ $\quad$ E mit 2nd EE

$P(X \leq z) = \Phi(z), \quad$ falls $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ $\quad$ $\lfloor \text{normalcdf}(-10, z) \rfloor$

$P(a \leq X \leq b) = \Phi_{\mu,\sigma}(b) - \Phi_{\mu,\sigma}(a)$ $\quad$ $\lfloor \text{normalcdf}(a, b, \mu, \sigma) \rfloor$

$P(X \leq k) = \Phi\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right)$

$k = \Phi^{-1}(\alpha)$ $\quad$ $\lfloor k = \text{invNorm}(\alpha) \rfloor$ $\quad$ Zu gegebenem α wird die rechte Grenze k (das α-Quantil) ermittelt.

$k = \Phi^{-1}_{\mu,\sigma}(\alpha)$ $\quad$ $\lfloor k = \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma) \rfloor$

σ bekannt

$$\Phi\left(\frac{20-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}1$$

$$\frac{20-\mu}{\sigma} = \Phi^{-1}(0{,}1)$$

$$\mu = 20 - \sigma \cdot \Phi^{-1}(0{,}1) = 26{,}4$$

In Ni führen Ansätze der Form:

$P(X \leq k) = \text{normalcdf}(-\text{E}99, k, \mu, \sigma)$

zu einem Punktabzug.

Normalverteilung $\int$-Schreibweise

Die Hervorhebung des Flächeninhalts unterstreicht den Aspekt der *stetigen Verteilung*.
Die Ansätze dieser Art sind einfacher zu handhaben als diejenigen mit der Verteilungsfunktion Φ, die einen zusätzlichen gedanklichen Schritt erfordern.
Eine Skizze für den Graphen der Dichte $\varphi_{\mu,\sigma}$ kann bei der Suche nach einer Lösung hilfreich sein.

$$P(X \leq k) = \int_{-\infty}^{k} \varphi_{\mu,\sigma}(x)\,dx \qquad \lfloor\text{normalcdf}(-\text{E99}, k, \mu, \sigma)\rfloor$$

E mit 2nd EE

$$P(X \leq z) = \int_{-\infty}^{z} \varphi(x)\,dx, \quad \text{falls } \mu = 0 \text{ und } \sigma = 1 \qquad \lfloor\text{normalcdf}(-10, z)\rfloor$$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} \varphi_{\mu,\sigma}(x)\,dx \qquad \lfloor\text{normalcdf}(a, b, \mu, \sigma)\rfloor$$

$$\int_{-\infty}^{k} \varphi_{\mu,\sigma}(x)\,dx = \alpha \qquad \lfloor k = \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma)\rfloor$$

Zu gegebenem α wird die rechte Grenze k (das α-Quantil) ermittelt.

$$\int_{a}^{b} \varphi_{\mu,\sigma}(x)\,dx = \alpha \qquad \lfloor\alpha = \text{normalcdf}(a, b, \mu, \sigma)\rfloor$$

Zu gegebenem α ist dies als Gleichung mit einer Unbekannten zu lesen. Es gibt also 4 Möglichkeiten. Mit einem GTR sollte das kein Problem sein.

Ist hier was falsch?

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \quad | \sqrt{} \\ a &= b + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^x &= b + c \qquad | \ \ln \\ x \ln a &= \ln b + \ln c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(0{,}5) \cdot n &< -10 \quad | : \ln(0{,}5) \\ n &< 14{,}4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \tfrac{2}{3}(x + \tfrac{1}{3}) \quad | \cdot 3 \\ 3a &= 2(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + b &= 0 \\ c + d &= 0 \end{aligned} \quad \Longleftrightarrow \quad a + b = c + d$$

$$\begin{aligned} && x^2 &= a^2 \\ \Longleftrightarrow && x &= a \end{aligned}$$

$f(x) = e^{-x^2}$
Rechne aus: $f(0),\ f(-1),\ f(-\sqrt{\ln 2})$

Ist hier was falsch?

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \quad | \sqrt{} \\ a &= b + c \ {\color{red}f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^x &= b + c \quad | \ln \\ x \ln a &= \ln b + \ln c \ {\color{red}f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(0{,}5) \cdot n &< -10 \quad | : \ln(0{,}5) \\ n &< 14{,}4 \ {\color{red}f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \tfrac{2}{3}(x + \tfrac{1}{3}) \quad | \cdot 3 \\ 3a &= 2(x+1) \ {\color{red}f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + b &= 0 \\ c + d &= 0 \end{aligned} \quad \Longleftrightarrow {\color{red}f} \quad a + b = c + d$$

$$\begin{aligned} x^2 &= a^2 \\ \Longleftrightarrow \quad x &= a \ {\color{red}f} \end{aligned}$$

So ist es richtig.

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \quad | \sqrt{} \\ a &= \pm\sqrt{b^2 + c^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^x &= b + c \quad | \ln \\ x \ln a &= \ln(b + c) \quad , a > 0, \ b + c > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(0{,}5) \cdot n &< -10 \quad | : \ln(0{,}5) \\ n &> 14{,}4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \tfrac{2}{3}(x + \tfrac{1}{3}) \quad | \cdot 3 \\ 3a &= 2(x + \tfrac{1}{3}) \quad \text{oder} \\ 3a &= \tfrac{2}{3}(3x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + b &= 0 \\ c + d &= 0 \end{aligned} \quad \overset{\text{fast nutzlos, } =0 \text{ geht verloren}}{\Longrightarrow} \quad a + b = c + d$$

$$\begin{aligned} x^2 &= a^2 \\ \Longleftrightarrow \quad x &= \pm a \end{aligned}$$

$f(x) = e^{-x^2}$

$f(0) = 1, \ f(-1) = e^{-1}, \ f(-\sqrt{\ln 2}) = \frac{1}{2}$

<u>Ist hier was falsch?</u>

$$\begin{aligned} -2x &= a \qquad | +2 \\ x &= a+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} - \frac{1}{5}(1-x) &= c \\ \frac{2}{5}(1-x) &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{2}(1+x) &= c \quad | \cdot 2 \\ 2 - 1 + x &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a} + \frac{1}{2}\sqrt{b} &= \sqrt{c} \quad | \ (\ )^2 \\ a + \frac{1}{2}b &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{a^2} \\ x_1 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x &= a \\ x(x+1) &= a \\ & x_1 = a, \ x_2 = a-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} - \frac{1+x}{5} &= d \\ \frac{x}{5} &= d \end{aligned}$$

Ist hier was falsch?

$$\begin{aligned} -2x &= a \qquad | +2 \\ x &= a + 2 \; {\color{red}f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{3}{5} - \tfrac{1}{5}(1-x) &= c \\ \tfrac{2}{5}(1-x) &= c \; {\color{red}f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - \tfrac{1}{2}(1+x) &= c \qquad | \cdot 2 \\ 2 - 1 +_{\color{red}f} x &= c \; {\color{red}f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a} + \tfrac{1}{2}\sqrt{b} &= \sqrt{c} \quad | \; (\;)^2 \\ a + \tfrac{1}{2}b &= c \; {\color{red}f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{a^2} \\ x_1 &= a \; {\color{red}\textit{kann falsch sein}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x &= a \\ x(x+1) &= a \\ & x_1 = a,\; x_2 = a - 1 \; {\color{red}\textit{kann falsch sein}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{5} - \frac{1+x}{5} &= d \\ \tfrac{x}{5} &= d \; {\color{red}f} \end{aligned}$$

So ist es richtig.

$$\begin{aligned} -2x &= a \qquad | : (-2) \\ x &= -\tfrac{a}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{3}{5} - \tfrac{1}{5}(1-x) &= c \qquad | \cdot 5 \\ 3 - (1-x) &= 5c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - \tfrac{1}{2}(1+x) &= c \qquad | \cdot 2 \\ 2 - 1 - x &= 2c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a} + \tfrac{1}{2}\sqrt{b} &= \sqrt{c} \quad | \; (\;)^2 \\ (\sqrt{a} + \tfrac{1}{2}\sqrt{b})^2 &= c \qquad \text{binomische Formel} \\ a + \sqrt{ab} + \tfrac{1}{4}b &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{a^2} \\ x_1 &= |a| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x &= a \\ x(x+1) &= a \\ & x_1 = a,\; x_2 = a - 1 \qquad \text{nur für } a = 0 \text{ richtig, sonst } pq\text{-Formel verwenden} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{5} - \frac{1+x}{5} &= d \\ \frac{1-1-x}{5} &= d \\ -\tfrac{x}{5} &= d \qquad \text{oder gleich mit 5 multiplizieren} \end{aligned}$$

Zur Auswahl der Aufgaben

Die Abituraufgaben haben in der Regel einen einfachen Einstieg.
Dieser und die eigene Neigung sollten noch nicht die Auswahl bestimmen.
Hierzu siehe man sich die abschließenden Fragestellungen mit vielen Bewertungseinheiten genau an.

Es ist sinnvoller, möglichst viele Teilaufgaben zu bearbeiten, statt sich an einer festzubeißen
und eine perfekte Lösung (meistens rechenintensiv und zeitaufwändig) anzustreben.
Systematisches Probieren ist in Ni möglich. Die Beschreibung muss nachvollziehbar sein.
Wird ein Lösungsweg erkannt, sollte kurz innegehalten und sich gefragt werden:
Geht es nicht auch einfacher?
Bei der Wahl eines Koordinatensystems (z. B. bei der Trassierung) sollte nach einer Symmetrie
gesucht werden. Der Ursprung ist geeignet festzulegen. Der Rechenaufwand kann halbiert werden.

Markiere alle Operatoren (35 bis 40) im Aufgabentext. Das (ärgerliche) Übersehen von einfachen
Fragestellungen ist immer wieder zu beobachten.

Startseite