Proportionalität

Ein Körper mit der Masse m, an dem eine Kraft F angreift, erfährt eine Beschleunigung a.
In der Physik wird experimentell nachgewiesen:

$$\begin{array}{lcll} F & \sim & a & \text{falls } m \text{ konstant ist} \\ F & \sim & m & \text{falls } a \text{ konstant ist} \end{array}$$

Hieraus folgt: $F \sim m \cdot a$

Diese Schlussweise wollen wir im Folgenden untersuchen. Es gilt der allgemeine Sachverhalt:

> *Ist eine Größe proportional zu zwei anderen Größen,*
> *so ist sie auch proportional zum Produkt der Größen.*

Beweis:

Die Größe F kann als Funktion von m und a aufgefasst werden, etwas allgemeiner:

Die Größe f kann als Funktion von x und y aufgefasst werden. Die Schreibweise $f(x,\, y)$ bringt dies zum Ausdruck.

Es ist
$$\begin{array}{rcll} f(x,\,1) & = & k_1 \cdot x & \text{(Bei festem } y \text{ ist } f \text{ proportional zu } x.) \\ f(1,\,y) & = & k_2 \cdot y & \text{(Bei festem } x \text{ ist } f \text{ proportional zu } y.) \end{array}$$

$$\Longrightarrow \quad f(1,\,1) = k_1 = k_2 \quad (= k)$$

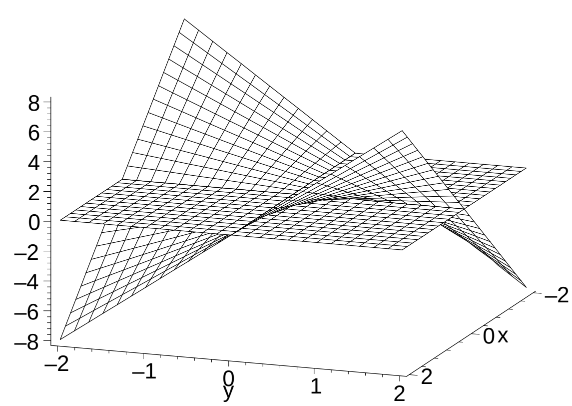
Es ist
$$f(x,\,a) = k_3 \cdot x \qquad \text{(Bei festem } a \text{ ist } f \text{ proportional zu } x.)$$

$$\Longrightarrow \quad f(1,\,a) = k_3 = k_2 \cdot a = k \cdot a$$

$$\Longrightarrow \quad f(x,\,a) = k \cdot a \cdot x \quad \Longrightarrow \quad f(x,\,y) = k \cdot x \cdot y \qquad (a = y)$$

Wird in der Physik die Einheit von F gerade so gewählt, dass für die Maßzahlen $F(1,\,1) = 1$ gilt, so erhalten wir $F = m \cdot a$.

Erläutere an dem Graph von $f(x,y) = 2 \cdot x \cdot y$ die proportionalen Zusammenhänge.



Maple: plot3d($f(x,y)$, x = -2 .. 2, y = -2 .. 2, axes = frame);