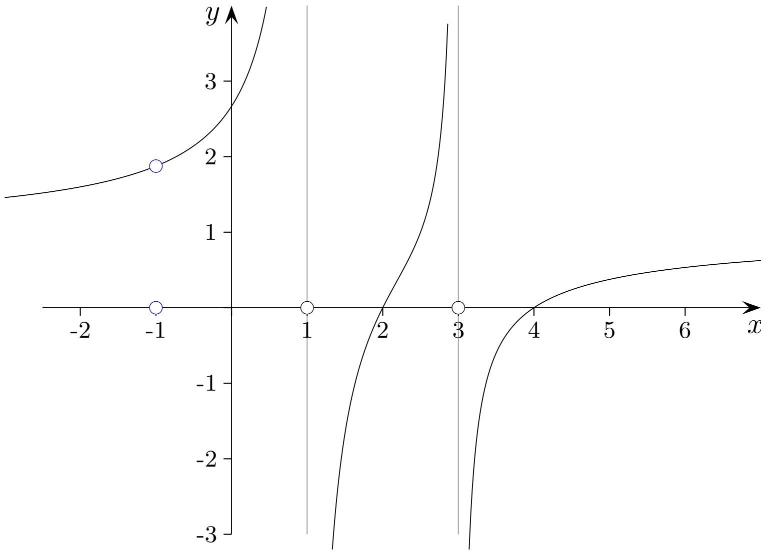
Hebbare Definitionslücken



Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{(x+1)(x-2)(x-4)}{(x+1)(x-1)(x-3)}$

Der Definitionsbereich ist $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 3\}$

An den Stellen $x = 1$ und $x = 3$ liegen Polstellen vor,
$x = -1$ ist eine hebbare Definitionslücke, die Funktion kann hier stetig ergänzt werden,
und zwar durch $f(-1) = \frac{15}{8}$, hierbei wurde der Faktor $(x+1)$ gekürzt.
An der Stelle $x = -1$ ist das $\varepsilon\delta$-Kriterium erfüllt.

Falls die Funktion $f(x)$ in der Form $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^3 - 3x^2 - x + 3}$

gegeben ist, können mit einer Zerlegung von Zähler und Nenner (Tipp: Polynomdivision) die Polstellen und hebbaren Definitionslücken erkannt werden.

$$(x^3 - 5x^2 + 2x + 8) : (x - 4) = x^2 - x - 2 = \ldots = (x+1)(x-2)$$

Die 1. Nullstelle wird als Teiler von 8 geraten und überprüft, $x^2 - x - 2$ wird mit der pq-Formel zerlegt.

$$(x^3 - 3x^2 - x + 3) : (x - 1) = x^2 - 2x - 3 = \ldots = (x+1)(x-3)$$

Zerlege $x^3 + x^2 - 10x + 8$

$$
\begin{array}{l}
\quad (x^3 + x^2 - 10x + 8) : (x - 2) = x^2 + 3x - 4 \\
\underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
\qquad\quad 3x^2 - 10x \\
\qquad \underline{-(3x^2 - 6x)} \\
\qquad\qquad\quad -4x + 8 \\
\qquad\qquad \underline{-(-4x + 8)} \\
\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$\ldots$

$x^3 + x^2 - 10x + 8 = (x - 2)(x - 1)(x + 4)$