

Scheitel, Nullstellen und Schnittpunkte

1. Gegeben ist die Parabel $f(x) = x^2 - 5x$ und die Gerade $y = -\frac{1}{2}x - 2$.
 - a) Bestimme den Scheitel und die Nullstellen der Parabel.
 - b) Zeichne die Parabel und die Gerade in dasselbe Koordinatensystem.
 - c) Bestimme die x - und y -Koordinaten der Schnittpunkte von Gerade und Parabel.

Scheitel, Nullstellen und Schnittpunkte

1. Gegeben ist die Parabel $f(x) = x^2 - 5x$ und die Gerade $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

- Bestimme den Scheitel und die Nullstellen der Parabel.
- Zeichne die Parabel und die Gerade in dasselbe Koordinatensystem.
- Bestimme die x - und y -Koordinaten der Schnittpunkte von Gerade und Parabel.

Lösung:

Scheitel der Parabel: Bed.: $f'(x) = 0$

$$f(x) = x^2 - 5x$$

$$f'(x) = 2x - 5$$

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$\text{Scheitel: } \text{Min}\left(\frac{5}{2} \mid -\frac{25}{4}\right)$$

Weil die Parabel nach oben geöffnet ist, liegt ein Minimum vor.

Nullstellen der Parabel:

In den Nullstellen ist die y -Koordinate Null. Bed.: $f(x) = 0$

$$0 = x^2 - 5x$$

$$0 = x(x - 5)$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 5$$

Nullstellen: $N_1(0 \mid 0)$, $N_2(5 \mid 0)$

Schnittpunkte von Parabel und Gerade:

In den Schnittpunkten stimmen die y -Koordinaten von Parabel und Gerade überein.

$$x^2 - 5x = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$\vdots$$

$$x^2 - \frac{9}{2}x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16} - 2}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81 - 32}{16}}$$

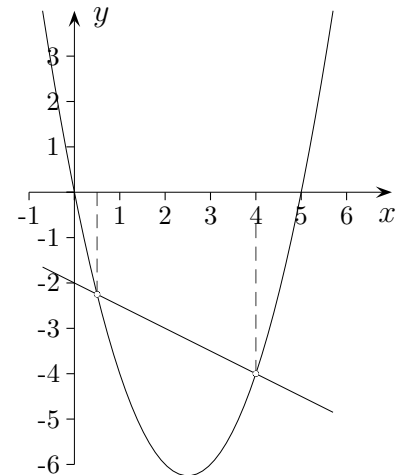
$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16}}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \frac{7}{4}$$

$$x_1 = 4 \quad ; \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

Die y -Werte ergeben sich durch Einsetzen der x -Werte in die Geraden- (oder Parabel-) Gleichung.

Schnittpunkte: $A(4 \mid -4)$, $B\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right)$



2. Aufgabenstellung wie in 1.

$$f(x) = -x^2 - 5x$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$