

# Berühren von Graphen

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = -x^2 + 3x$$

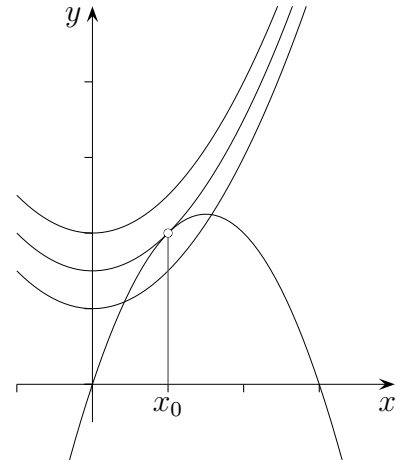
$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 + a$$

Wie ist das  $a$  zu wählen, damit sich die Graphen berühren?

Die Berührbedingungen lauten:

1.  $f(x_0) = g(x_0)$

2.  $f'(x_0) = g'(x_0)$



Die 1. Bedingung besagt, dass die Funktionswerte an der Stelle  $x_0$  gleich sind, die 2. Bedingung beinhaltet, dass die Tangentensteigungen im Berührungspunkt übereinstimmen.

Für die obige Aufgabe ergibt sich somit:

1.  $-x_0^2 + 3x_0 = \frac{1}{2}x_0^2 + a$

2.  $-2x_0 + 3 = x_0$

---

aus 2. folgt:

$$3 = 3x_0$$

$$x_0 = 1$$

und in 1. eingesetzt:

$$-1 + 3 = \frac{1}{2} + a$$

$$2 = \frac{1}{2} + a$$

$$a = \frac{3}{2}$$

1. In welchen Punkten berühren sich die Graphen der Funktionen?

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 2x$$

$$g(x) = \frac{4}{x}$$

2. Welche Geraden durch den Punkt  $A(0 | -1)$  berühren den Graph der Funktion  $f(x) = x^2$ ?

# Berühren von Graphen

1. In welchen Punkten berühren sich die Graphen der Funktionen?

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 2x$$

$$g(x) = \frac{4}{x}$$

Die Berührbedingungen lauten:

$$1. \quad \frac{4}{x} = -\frac{1}{4}x^3 + 2x$$

$$2. \quad -\frac{4}{x^2} = -\frac{3}{4}x^2 + 2$$

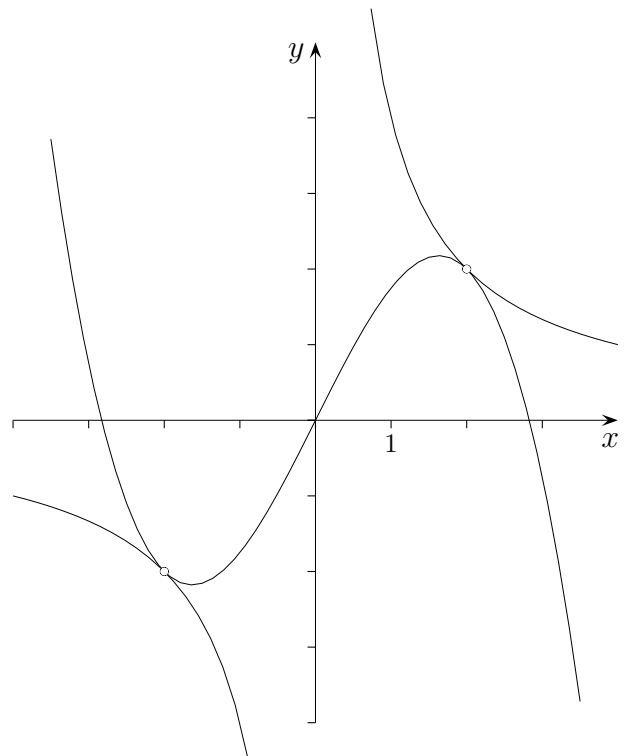
---


$$1. \quad 4 = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$$

$$2. \quad -4 = -\frac{3}{4}x^4 + 2x^2$$

---


$$\implies 8 = \frac{1}{2}x^4 \implies B_{1/2}(\pm 2 \mid \pm 2)$$



2. Welche Geraden durch den Punkt  $A(0 \mid -1)$  berühren den Graph der Funktion  $f(x) = x^2$ ?

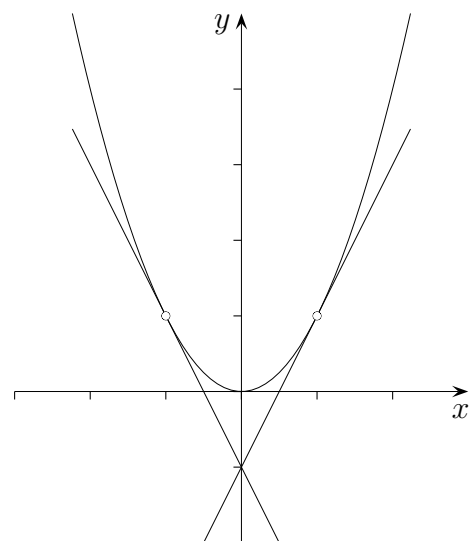
Die Berührbedingungen lauten:

$$1. \quad mx - 1 = x^2$$

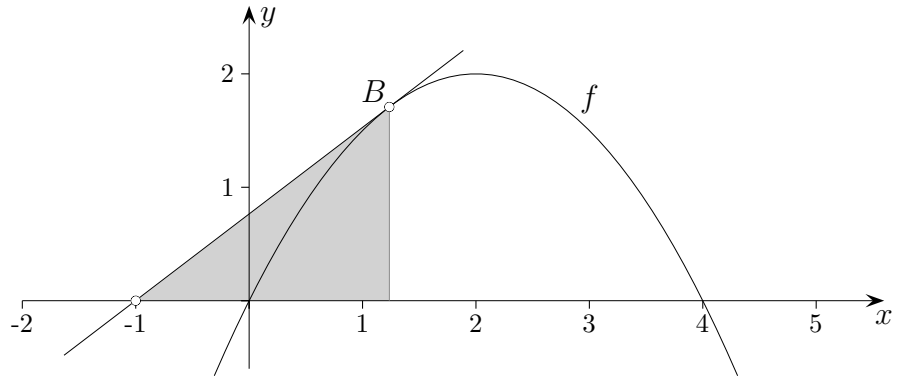
$$2. \quad m = 2x$$

---


$$\implies x_{1/2} = \pm 1 \implies m_{1/2} = \pm 2$$



# Berühren von Graphen

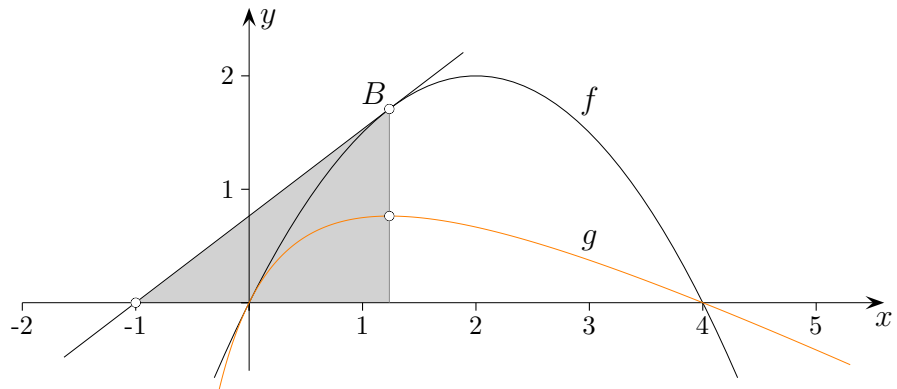


Gegeben ist die Funktion  $f(x) = -\frac{1}{2}x(x - 4)$ .

Welche Gerade durch  $A(-1 \mid 0)$  mit positiver Steigung berührt den Graphen von  $f$ ?

Ermittle auch den Berührungspunkt  $B$ .

# Berühren von Graphen



Gegeben ist die Funktion  $f(x) = -\frac{1}{2}x(x - 4)$ .  
Welche Gerade durch  $A(-1 \mid 0)$  mit positiver Steigung  
berührt den Graphen von  $f$ ?  
Ermittle auch den Berührungspunkt  $B$ .

Suche die maximale Steigung, also das Maximum (GTR) der Funktion  $g(x) = \frac{f(x)}{x+1}$ .  
 $x = 1,236$ ,  $y = 0,764$   
Tangentengleichung:  $y = 0,764(x + 1)$   
Der Berührungspunkt lautet  $B(1,236 \mid 1,708)$ .