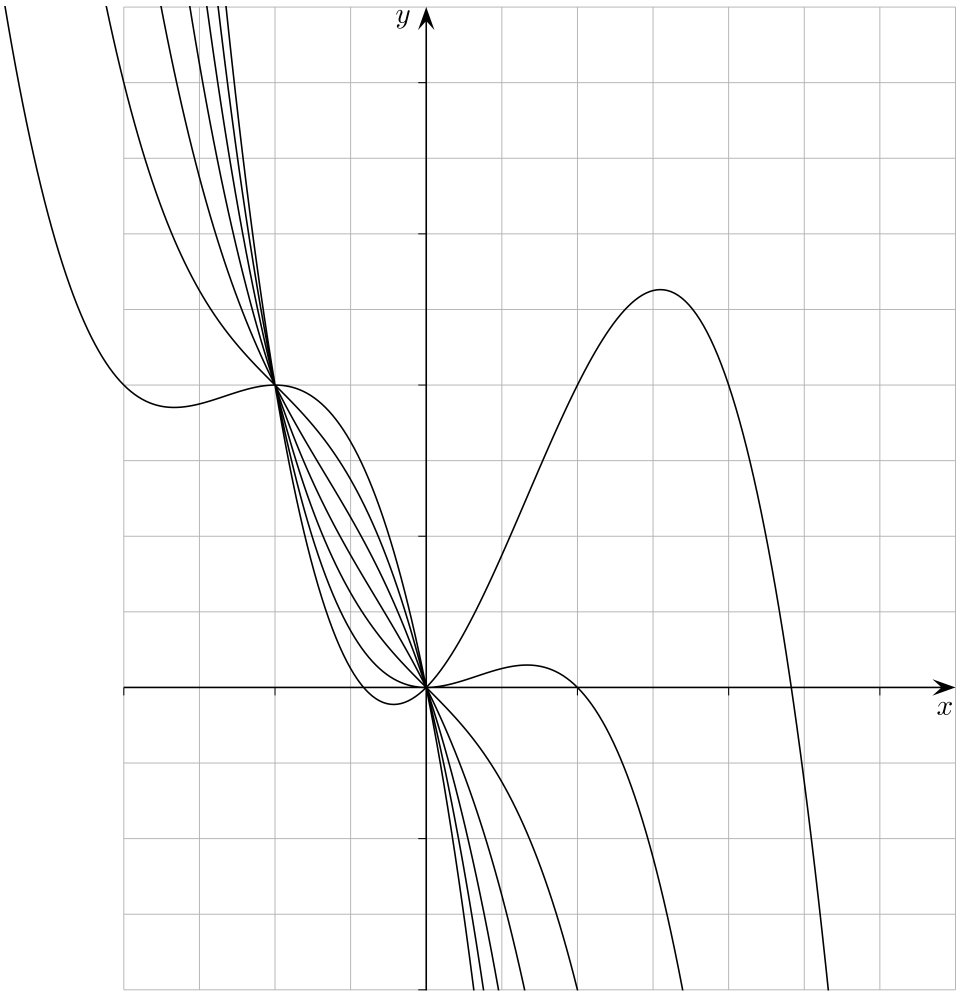
Funktionenschar

Zeige (auf zwei Arten), dass sich die Graphen der Funktionenschar $f_k(x) = -x^3 + kx^2 + (k-1)x$ in genau zwei Punkten schneiden.



a) $f_k(0) = 0,\ f_k(-1) = 2$ Die Funktionswerte sind nicht von k abhängig.

b) Ansatz $f_{k_1}(x) = f_{k_2}(x)$

Der Ansatz z. B. $f_1(x) = f_k(x)$ (ein Parameter wird - beliebig - festgelegt) wäre auch korrekt.

c) $f_k(x) = -x^3 + kx^2 + (k-1)x$

Frage: Für welche x fällt k heraus?

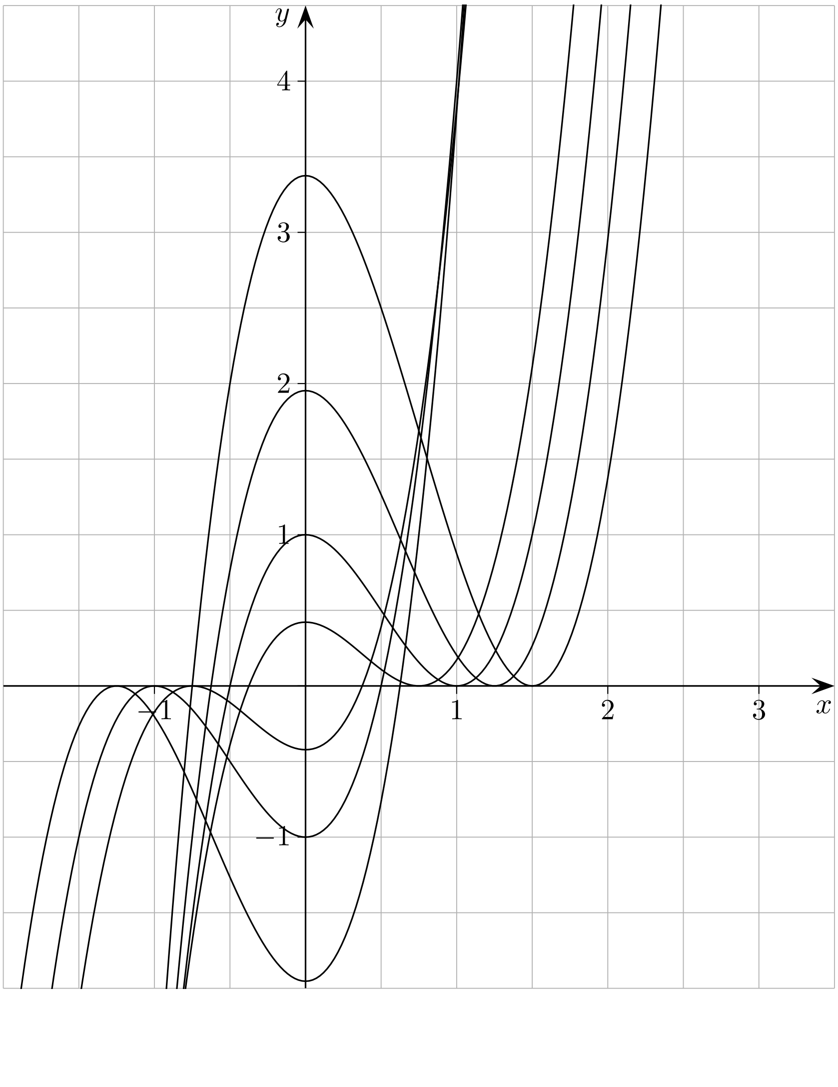
$f_k(x) = -x^3 + \underbrace{kx^2 + kx}_{0} - x$

$kx^2 + kx = 0 \quad \Longrightarrow \quad x_1 = 0,\ x_2 = -1$

Funktionenschar

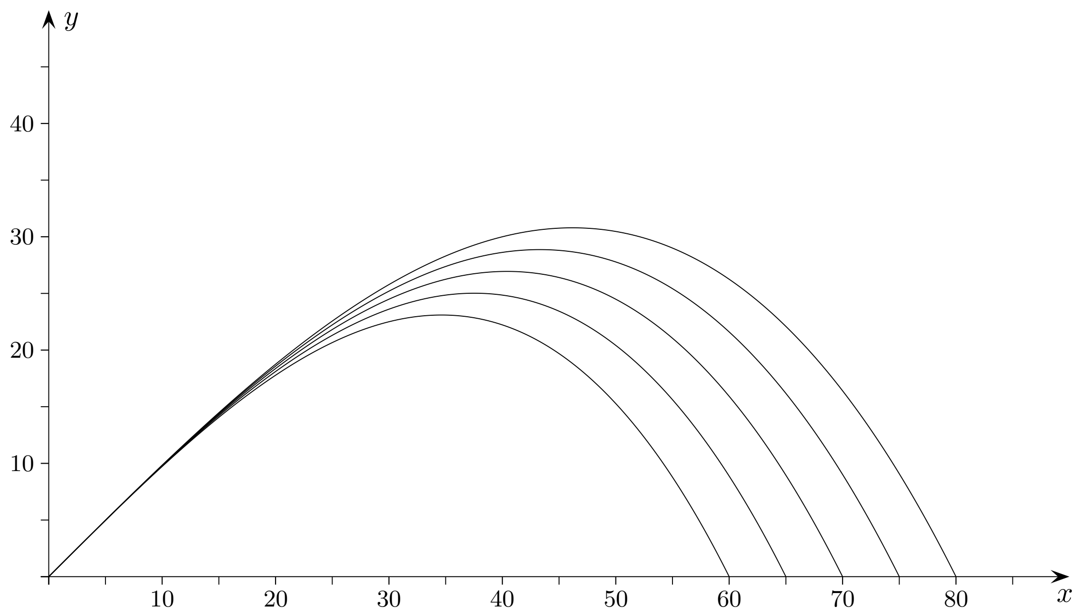
Zeige, dass alle Graphen der Funktionenschar $f_k(x) = 2x^3 - 3kx^2 + k^3$

für $k \neq 0$ die x-Achse berühren.



Speerwurf

Mit dem Funktionstyp $f_{a,b}(x) = -\frac{a}{b^2}x^3 + ax$ können die Flugbahnen beim Speerwurf näherungsweise erfasst werden. Die Bereiche für x, a und b sind entsprechend anzupassen, Maßstab $1\,m$.



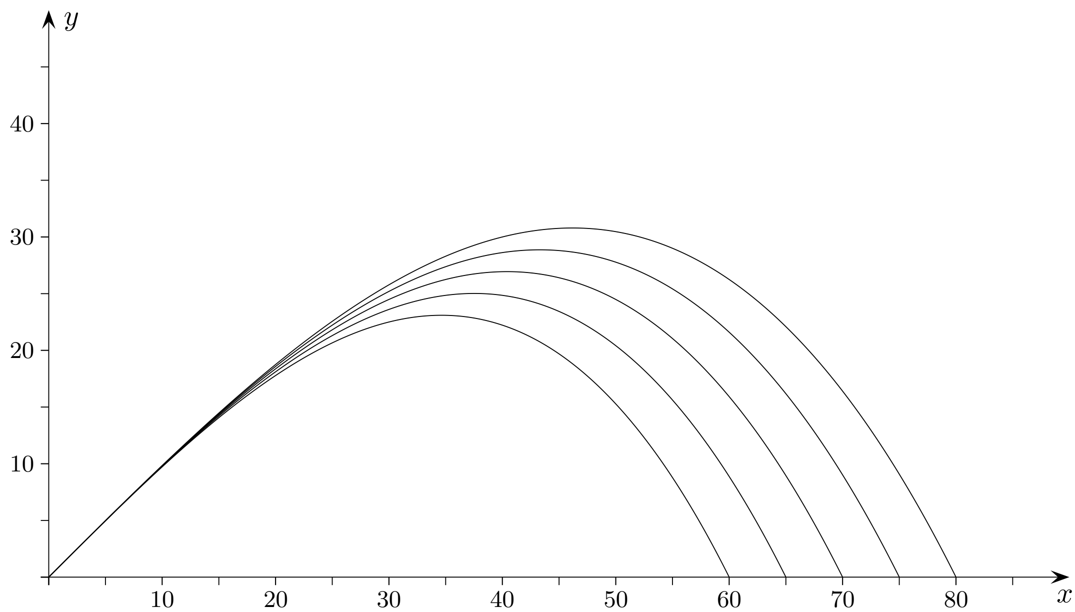
a) Welche Graphen sind zu sehen?
Erläutern Sie die Bedeutung der Parameter a und b.

b) Welche maximale Höhe in Abhängigkeit von a und b erreicht ein Speer?

c) Unter welchem Winkel trifft ein $70\,m$ weit geworfener Speer auf den Boden auf, wenn der Wurfwinkel $45°$ beträgt?

Speerwurf

Mit dem Funktionstyp $f_{a,b}(x) = -\frac{a}{b^2}x^3 + ax$ können die Flugbahnen beim Speerwurf näherungsweise erfasst werden. Die Bereiche für x, a und b sind entsprechend anzupassen, Maßstab $1\,m$.



a) Welche Graphen sind zu sehen? $\quad a = 1,\ b \in \{60, 65, 70, 75, 80\}$
Erläutern Sie die Bedeutung der Parameter a und b. $\quad a = f'_{a,b}(0),\ b$ positive Nullstelle

b) Welche maximale Höhe in Abhängigkeit von a und b erreicht ein Speer? $\quad f_{a,b}\left(\frac{b}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2}{9}ab\sqrt{3}$

c) Unter welchem Winkel trifft ein $70\,m$ weit geworfener Speer auf den Boden auf,
wenn der Wurfwinkel $45°$ beträgt? $\quad a = 1,\ b = 70,\ f'_{a,b}(70) = -2,\ \alpha = 63{,}4°$