

Funktionsverläufe

Um den Graphen von

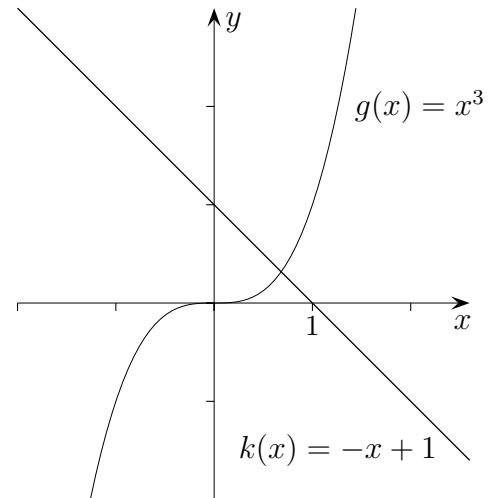
$$f(x) = x^3 - x + 1$$

zu skizzieren, skizzieren wir zunächst die Graphen der Teilfunktionen

$$g(x) = x^3 \text{ und } k(x) = -x + 1.$$

Den Graphen von f erhalten wir dann durch *Ordinatenaddition*. (Die x -Koordinate eines Punktes heißt Abszisse, die y -Koordinate heißt Ordinate.)

Die Funktionsverläufe zeigen etwas Typisches.



In einer kleinen Umgebung des Ursprungs wird der Verlauf näherungsweise durch die Summanden mit niedrigen x -Potenzen bestimmt, für große x -Werte ist der Summand mit der höchsten x -Potenz bestimmend.

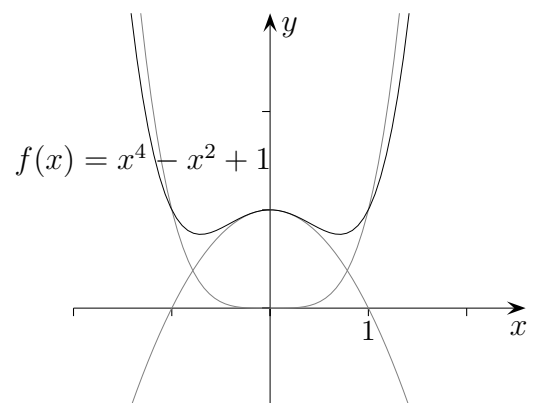
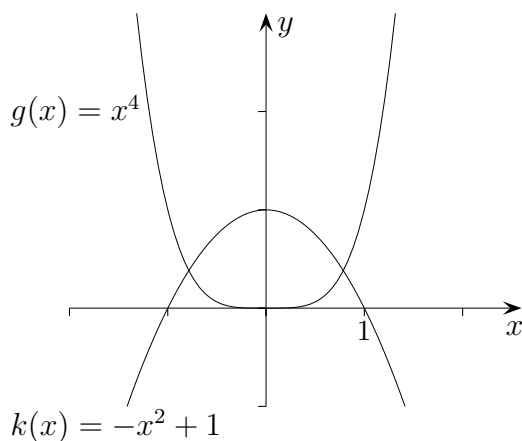
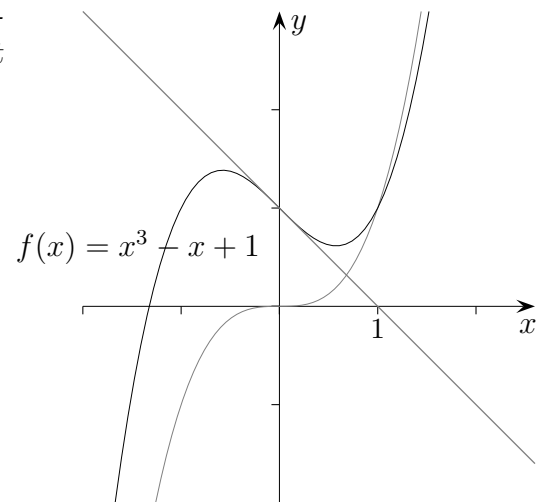
Wir betrachten ein weiteres Beispiel.

Um den Graphen von

$$f(x) = x^4 - x^2 + 1$$

zu skizzieren, skizzieren wir zunächst die Graphen der Teilfunktionen

$$g(x) = x^4 \text{ und } k(x) = -x^2 + 1.$$



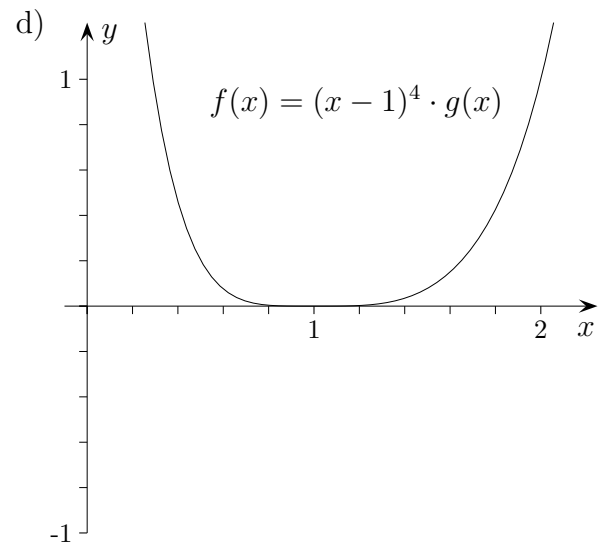
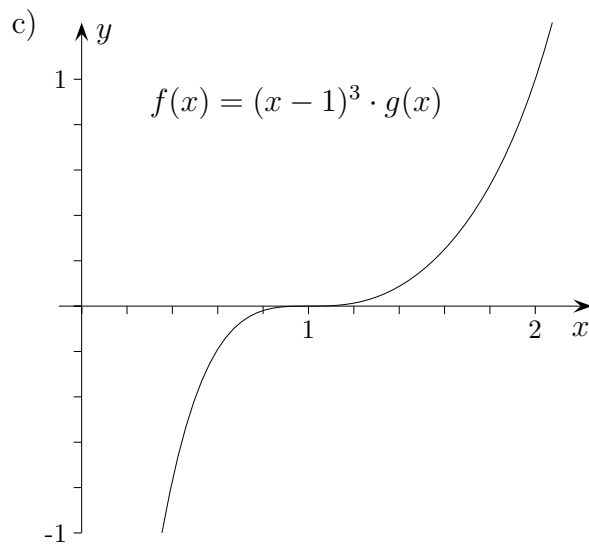
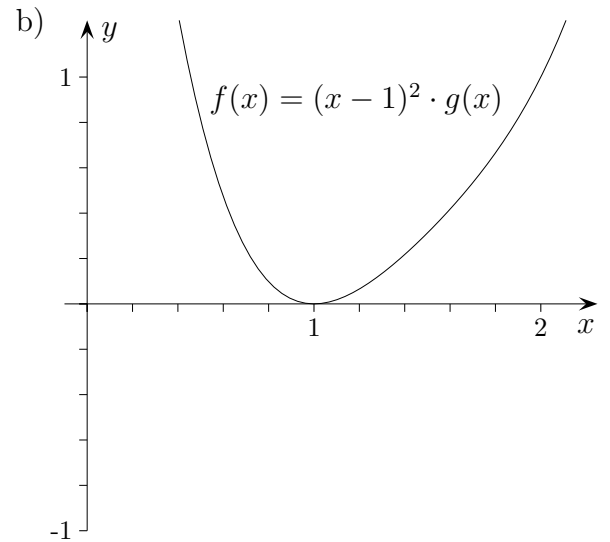
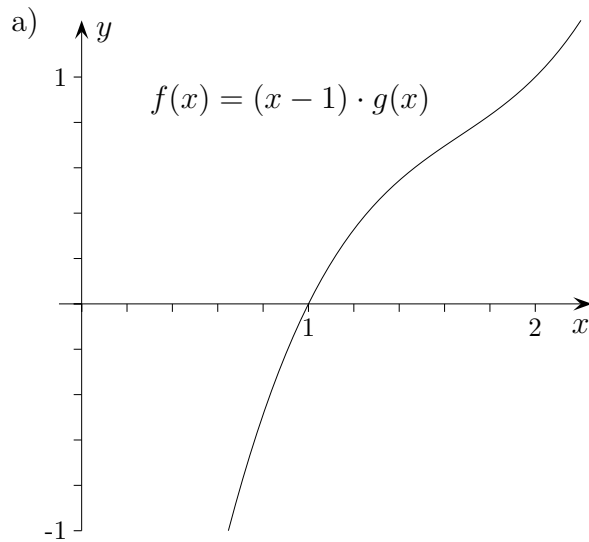
Mehrfache Nullstellen

Die Funktion

$$f(x) = (x - 1) \cdot (x + 3)^2 \cdot (x - 4)^3$$

hat die einfache Nullstelle $x_1 = 1$, die doppelte Nullstelle $x_2 = -3$ und die dreifache Nullstelle $x_3 = 4$.

Erläutere den typischen Verlauf des Graphen in der Nähe der ein- bzw. mehrfachen Nullstelle, $g(x) = x^2 - 4x + 5$.



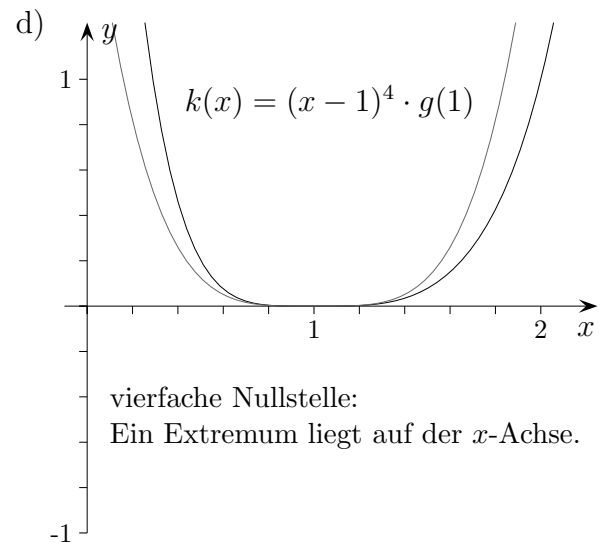
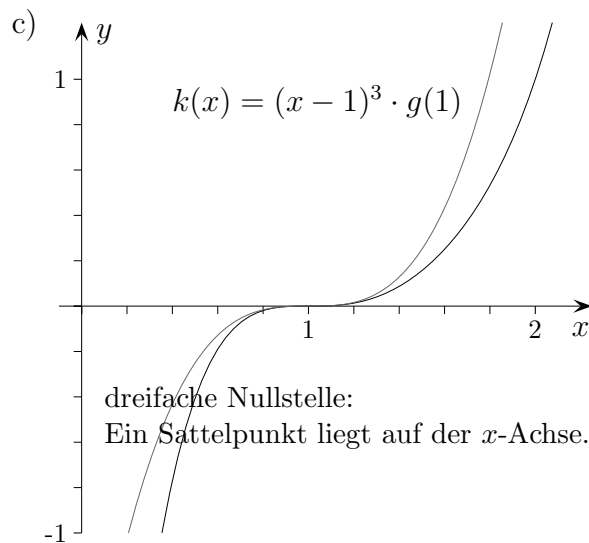
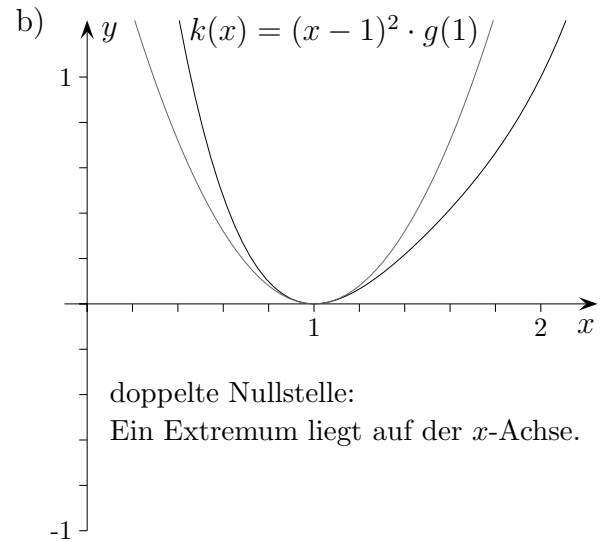
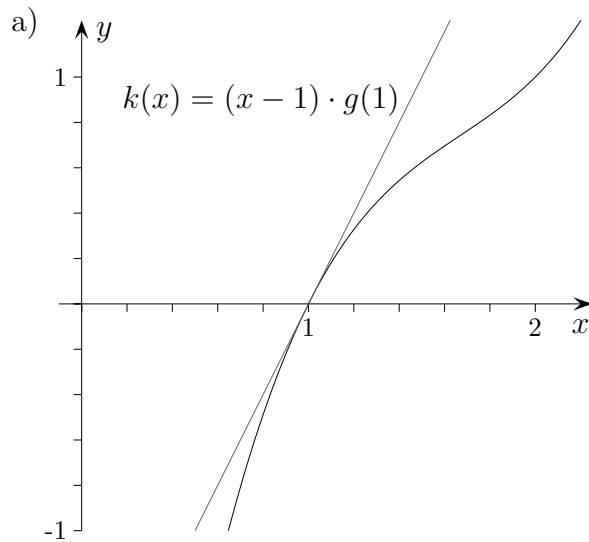
Mehrfache Nullstellen

Die Funktion

$$f(x) = (x - 1) \cdot (x + 3)^2 \cdot (x - 4)^3$$

hat die einfache Nullstelle $x_1 = 1$, die doppelte Nullstelle $x_2 = -3$ und die dreifache Nullstelle $x_3 = 4$.

Erläutere den typischen Verlauf des Graphen in der Nähe der ein- bzw. mehrfachen Nullstelle, $g(x) = x^2 - 4x + 5$.

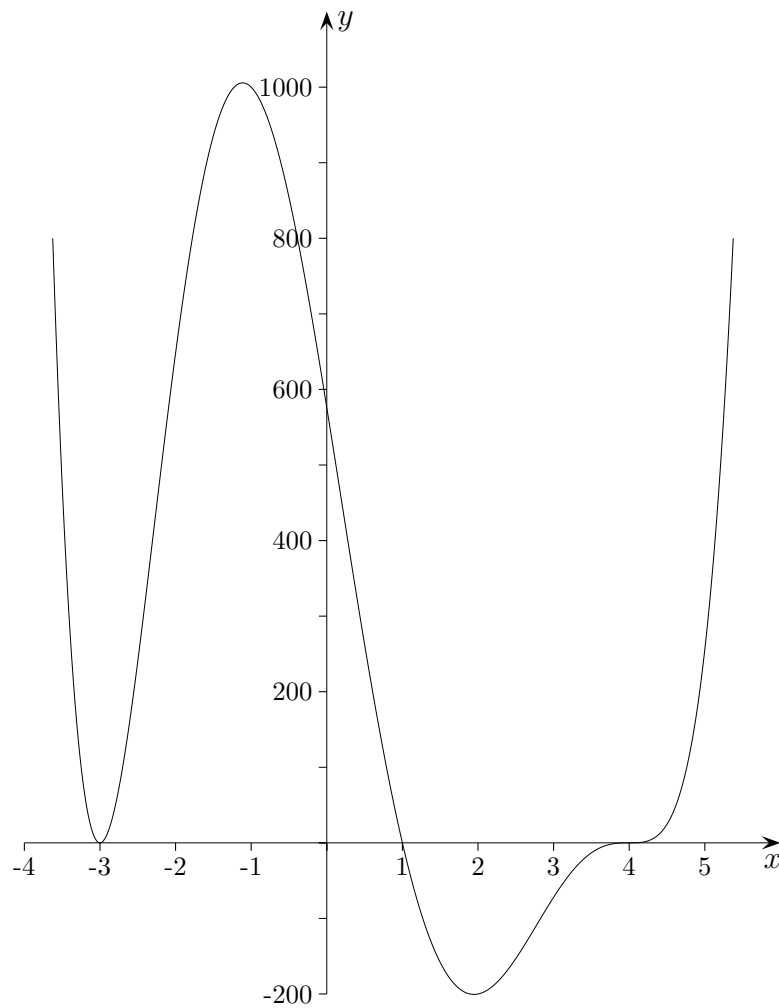


Mehrfache Nullstellen

Die Funktion

$$f(x) = (x - 1) \cdot (x + 3)^2 \cdot (x - 4)^3$$

hat die einfache Nullstelle $x_1 = 1$, die doppelte Nullstelle $x_2 = -3$ und die dreifache Nullstelle $x_3 = 4$.



Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen)

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Der Grad der Funktion ist n ($a_n \neq 0$),
 $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ sind die Koeffizienten.

$n = 0$	konstante Funktion	$f(x) = a_0$	
$n = 1$	lineare Funktion	$f(x) = a_1 x + a_0$	eine Nullstelle
$n = 2$	quadratische Funktion Parabel	$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$	höchstens 2 Nullstellen
$n = 3$	kubische Funktion	$f(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ $f(x) = (x - n_1)(x - n_2)(x - n_3)$ $f(x) = (x - n_1)(a_2 x^2 + a_1 x + a_0)$	1, 2 oder 3 Nullstellen quadratischer Term hat höchstens 2 Nullstellen

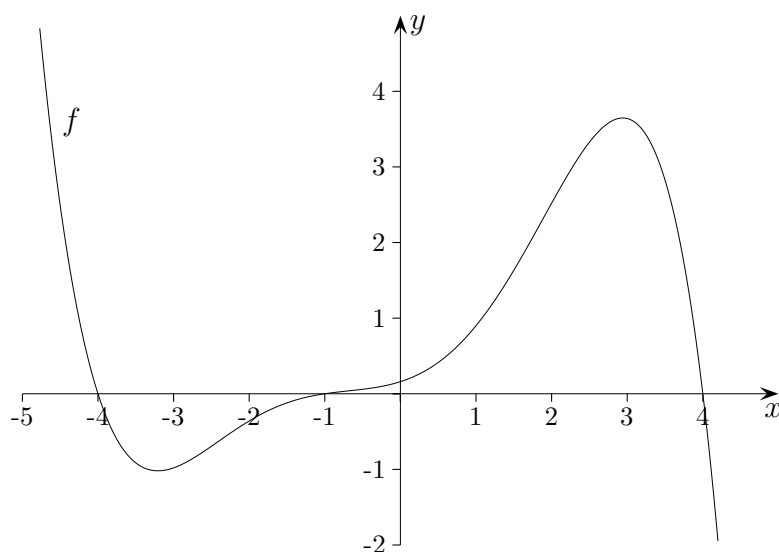
Ganzrationale Funktionen
 Verhalten für $x \rightarrow \infty$

Graph verhält sich wie der Graph der entsprechenden Potenzfunktion $g(x) = a_n x^n$.
 Die Unterscheidung n gerade/ungerade ist erforderlich.

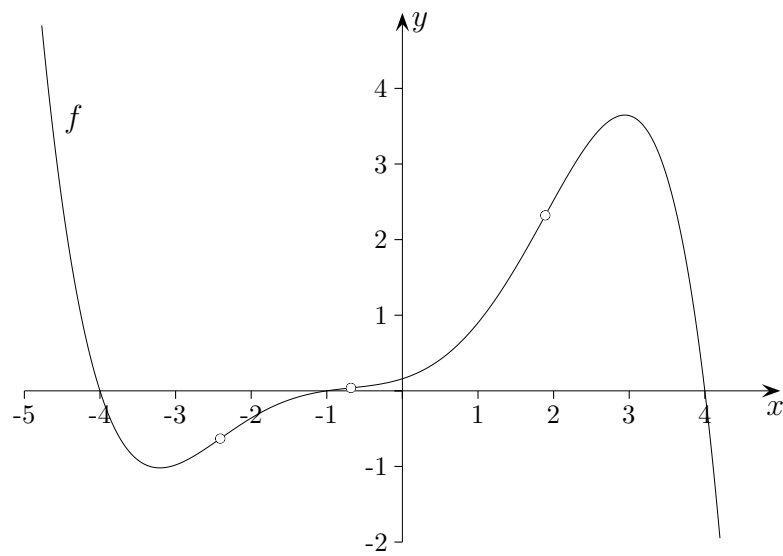
Verhalten für x in einer Umgebung der null.

Graph verhält sich wie der Graph der entsprechenden linearen Funktion $g(x) = a_1 x + a_0$.

Von welchem Grad ist f mindestens?



Von welchem Grad ist f mindestens?



Es liegen 3 Wendepunkte vor. f'' ist mindestens kubisch, f mindestens 5. Grades.