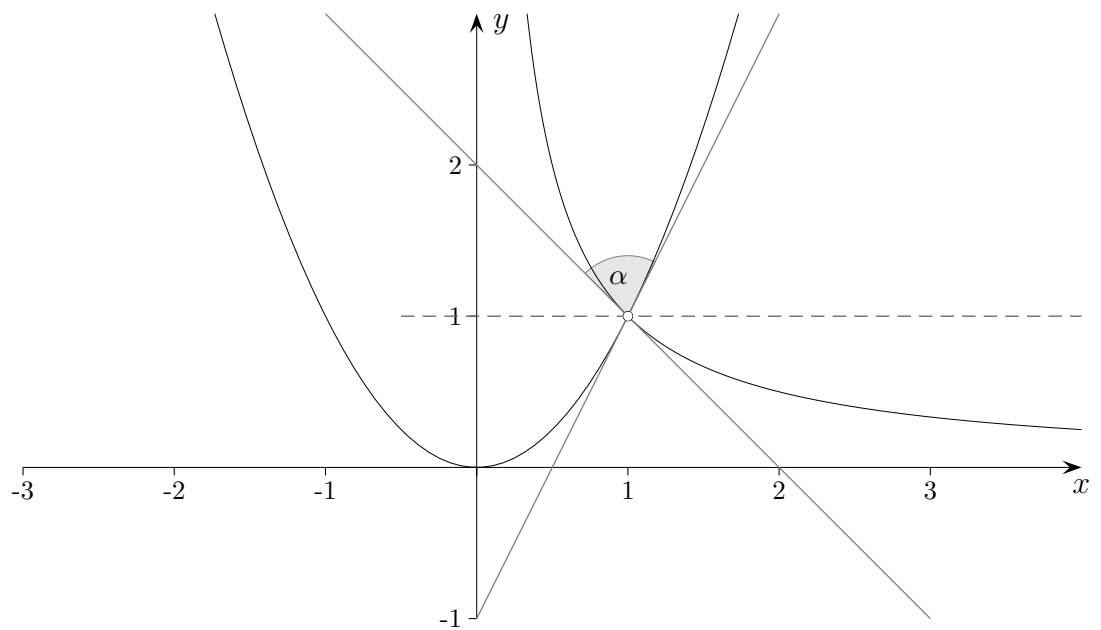


Schnittwinkel von Graphen

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = x^2 \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$

Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Graphen?

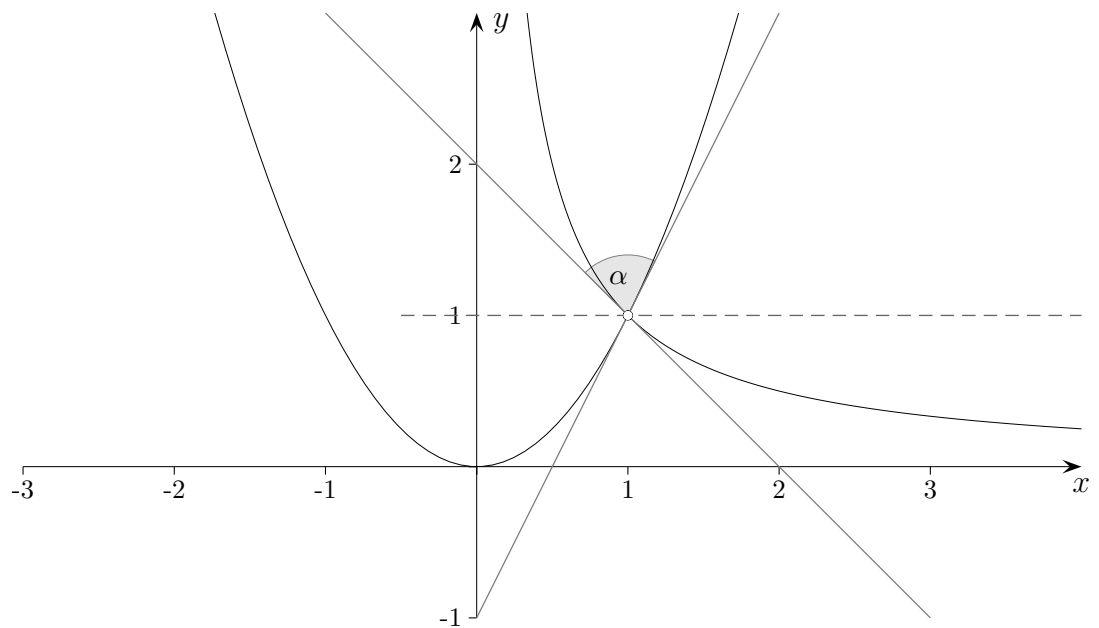


Schnittwinkel von Graphen

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = x^2 \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$

Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Graphen?



Lösung:

$$f'(1) = 2$$

$$g'(1) = -1$$

$$\tan(\alpha_1) = 2 \quad \implies \quad \alpha_1 = 63,4^\circ$$

$$\tan(\alpha_2) = -1 \quad \implies \quad \alpha_2 = -45^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 45^\circ - 63,4^\circ = 71,6^\circ$$

Variation der Aufgabe

$$g(x) = x + 2$$

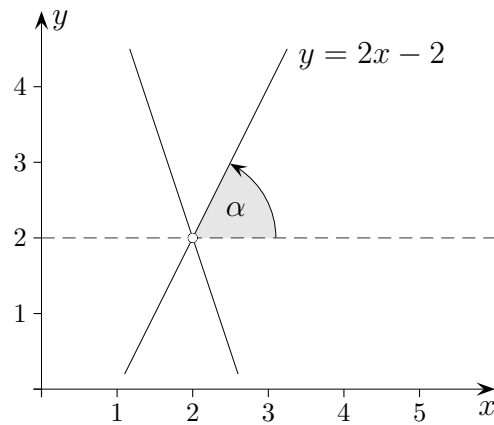
Unter welchen Winkeln schneiden sich die Graphen von f und g ?

Lösung:

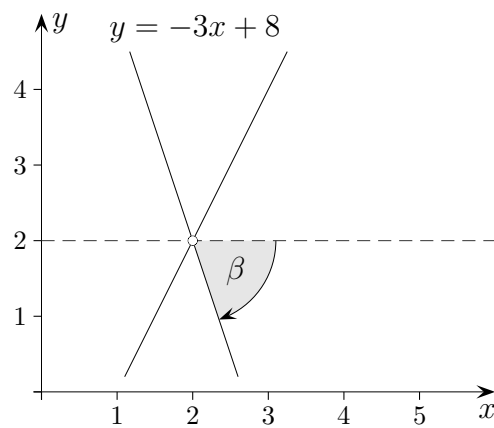
$$x_1 = -1, \quad \alpha = 71,6^\circ$$

$$x_2 = 2, \quad \beta = 31,0^\circ$$

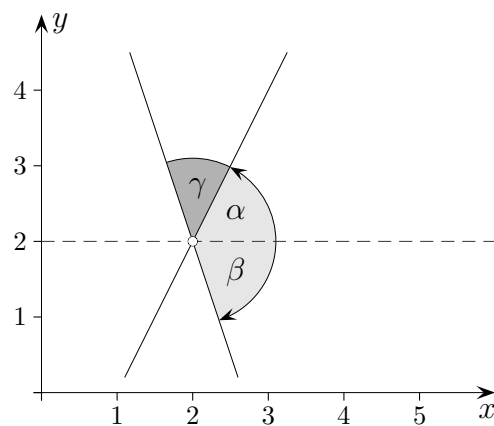
Orientierte Winkel



$$\alpha = \arctan(2) = 63,43^\circ$$

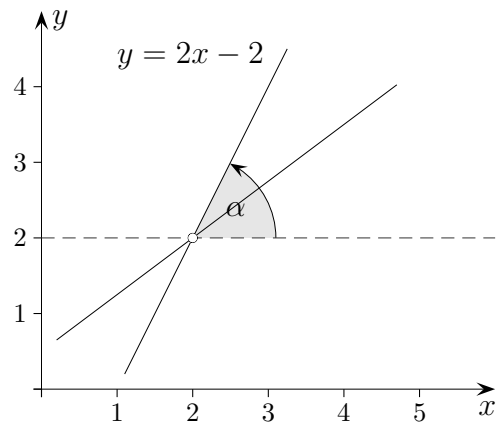


$$\beta = \arctan(-3) = -71,57^\circ$$

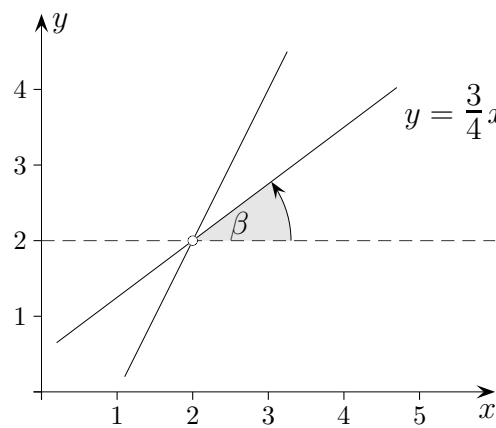


$$\gamma = 180^\circ - 71,57^\circ - 63,43^\circ = 45,0^\circ$$

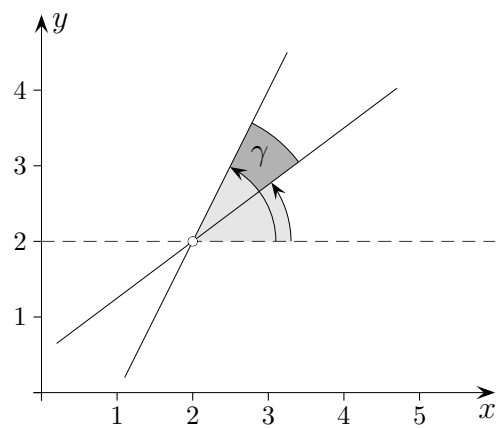
Winkel



$$\alpha = \arctan(2) = 63,43^\circ$$

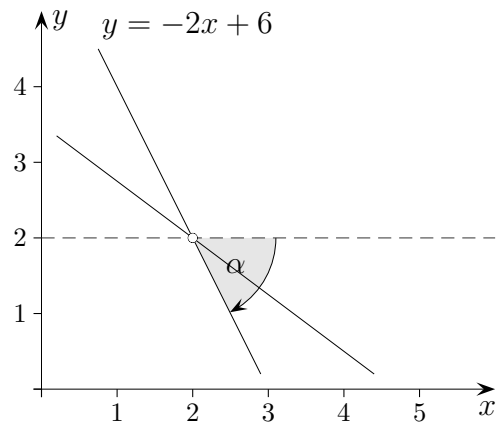


$$\beta = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 36,87^\circ$$

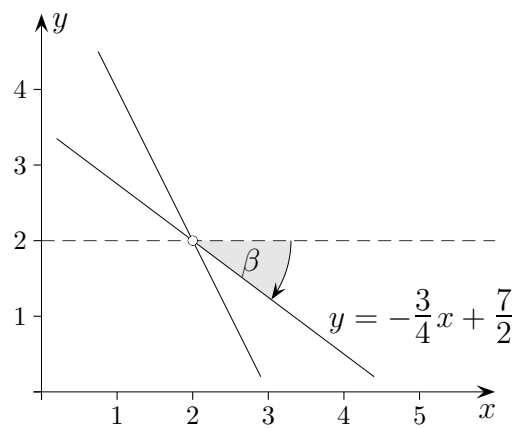


$$\gamma = 63,43^\circ - 36,87^\circ = 26,6^\circ$$

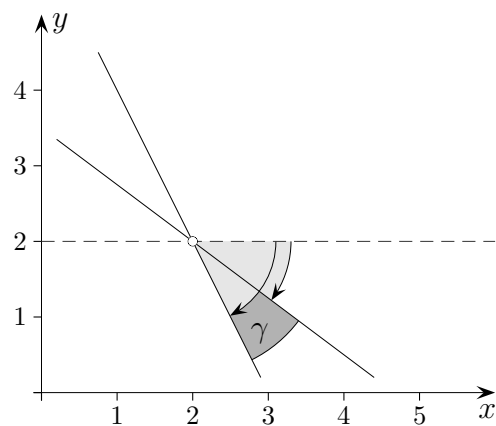
Winkel



$$\alpha = \arctan(-2) = -63,43^\circ$$



$$\beta = \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) = -36,87^\circ$$



$$\gamma = 63,43^\circ - 36,87^\circ = 26,6^\circ$$

Schnittwinkel von Graphen

Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Graphen der Funktionen?

a) $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = x + 2$

b) $f(x) = x^2 - 8$, $g(x) = -x^2 + 10$

c) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{x}$

d) $f(x) = x(2 - x)$, $g(x) = -x + \frac{9}{4}$

Der Schnittwinkel α zwischen Geraden (Tangenten) mit den Steigungen m_1 und m_2 (Ableitungen an einer Stelle) kann mit

$$\alpha = \left| \tan^{-1}(m_2) - \tan^{-1}(m_1) \right|$$

ermittelt werden.

Die Reihenfolge ist wegen der Betragsstriche unerheblich.

Für $\alpha > 90^\circ$ gehe man zu $180^\circ - \alpha$ über.

Alternativ kann

$$\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

verwendet werden.

Mit dieser Formel wird stets der kleinere Winkel von α und $180^\circ - \alpha$ berechnet.

Die Reihenfolge ist unerheblich.

Gilt für die Steigungen $m_1 m_2 = -1$, so schneiden sich die Geraden rechtwinklig.

Für die Herleitung der Formel wird das Additionstheorem des Tangens benötigt.

Schnittwinkel von Graphen

Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Graphen der Funktionen?

a) $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = x + 2$ 18,4°

b) $f(x) = x^2 - 8$, $g(x) = -x^2 + 10$ $x_s = \pm 3$, 18,9°

c) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{x}$ $x_s = 1$, 71,6°

d) $f(x) = x(2 - x)$, $g(x) = -x + \frac{9}{4}$ $x_s = \frac{3}{2}$, 0° (Tangente)

Startseite