

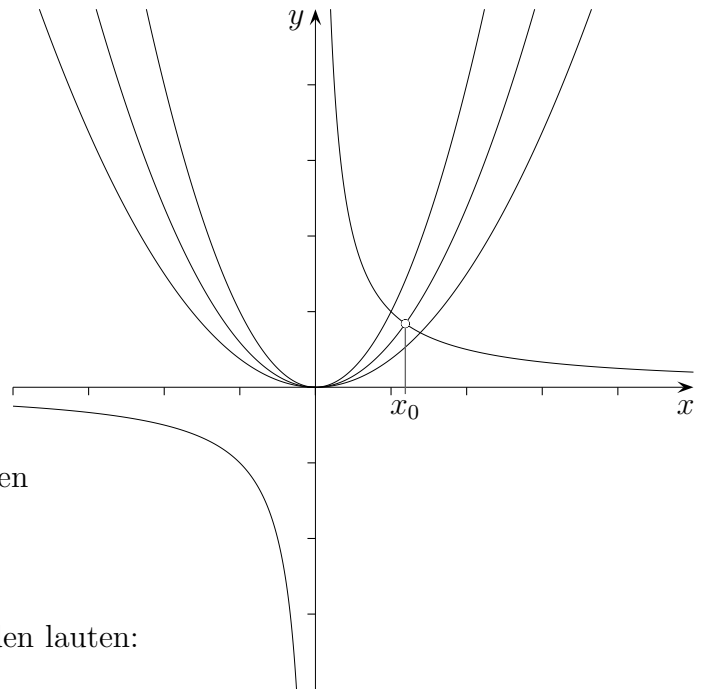
# Senkrechtes Schneiden von Graphen

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = ax^2, \quad a > 0$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

Wie ist das  $a$  zu wählen, damit sich die Graphen rechtwinklig schneiden?



Die Bedingungen für das rechtwinklige Schneiden lauten:

1.  $f(x_0) = g(x_0)$
2.  $f'(x_0) \cdot g'(x_0) = -1$

Die 1. Bedingung besagt, dass die Funktionswerte an der Stelle  $x_0$  gleich sind, die Graphen sich also schneiden. Die 2. Bedingung beinhaltet, dass die Tangenten im Schnittpunkt rechtwinklig zueinander verlaufen.

Für die obige Aufgabe ergibt sich somit:

1.  $ax_0^2 = \frac{1}{x_0} \quad | \cdot x_0$
  2.  $2ax_0 \cdot \left(-\frac{1}{x_0^2}\right) = -1 \quad | \text{ kürzen}$
- 

1.  $ax_0^3 = 1$
  2.  $-2a \cdot \frac{1}{x_0} = -1 \quad | \cdot (-x_0)$
- 

2.  $2a = x_0$

$x_0 = 2a$  in 1. eingesetzt:

$$a \cdot (2a)^3 = 1$$

$$a \cdot 8a^3 = 1$$

$$a^4 = \frac{1}{8} \quad \implies \quad a = \sqrt[4]{\frac{1}{8}}$$

*Wir erhalten 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten. Wegen der Potenzen liegt ein nichtlineares Gleichungssystem vor, das Additionsverfahren ist ungeeignet.*

*Nichtlineare Gleichungssysteme werden durch geeignete Multiplikation mit dem Hauptnenner vereinfacht. Aus den beiden Gleichungen ist durch Einsetzen eine Gleichung mit einer Unbekannten zu gewinnen.*