

Bernoulli-Kette

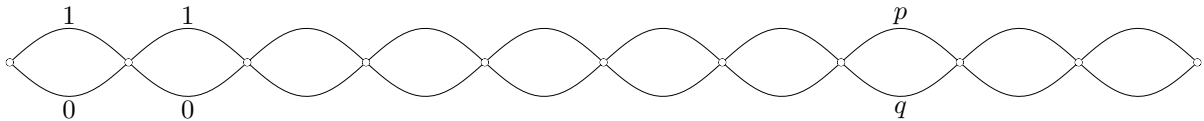
Die Anzahl der 0/1-Folgen der Länge n mit k Einsen sollte bekannt sein.

Wir haben 10 Äpfel in einer Reihe vor uns liegen.

Jeder Apfel ist mit 40%-iger Wahrscheinlichkeit wurmstichig ($\cong 1$).

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (in Prozent), dass

- alle Äpfel,
 - kein Apfel,
 - die ersten 3 Äpfel (an die Restlichen werden keine Bedingungen geknüpft),
 - nur (genau) die ersten 3 Äpfel,
 - 3 Äpfel
wurmstichig sind/ist?
- f) Verallgemeinere das letzte Ergebnis.
g) Veranschauliche die Ereignisse in dem Diagramm.



- h) Die Lieferkonditionen basieren auf dem (maximalen) Anteil von 40% wurmstichiger Äpfel. Nun finden wir bei Stichproben unter 10 wiederholt 7 und mehr wurmstichige Äpfel. Gib begründete Empfehlungen, wie wir uns unserem Lieferanten gegenüber verhalten sollten.
- i) Wie groß ist für eine Stichprobe der Länge 10 die Wahrscheinlichkeit, dass unter den ersten 5 (genau) 2 und unter den restlichen 5 auch (genau) 2 wurmstichige Äpfel sind?
- j) Vergleiche die letzte Wahrscheinlichkeit mit der Wahrscheinlichkeit, unter 10 Äpfeln 4 wurmstichige zu finden.

Bernoulli-Kette Ergebnisse

Die Anzahl der 0/1-Folgen der Länge n mit k Einsen sollte bekannt sein.

Wir haben 10 Äpfel in einer Reihe vor uns liegen.
 Jeder Apfel ist mit 40%-iger Wahrscheinlichkeit wurmstichig ($\cong 1$).

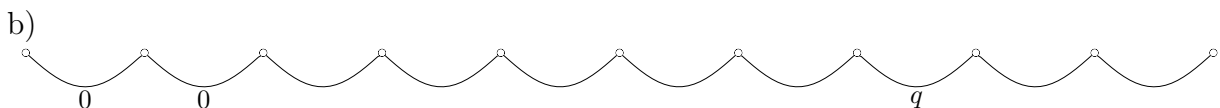
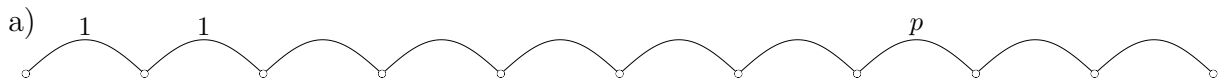
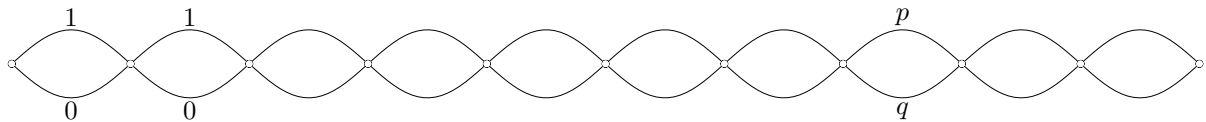
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (in Prozent), dass

- a) alle Äpfel, $0,4^{10} = 1,0 \dots \cdot 10^{-4} = 0,0001 = 0,0001 \cdot 100\% = 0,01\%$
- b) kein Apfel, 0,6%
- c) die ersten 3 Äpfel (an die Restlichen werden keine Bedingungen geknüpft), 6,4%
- d) nur (genau) die ersten 3 Äpfel, 0,2%
- e) 3 Äpfel $P(X = 3) = 21,5\%$

wurmstichig sind/ist? X ist die (variable) Anzahl der wurmstichigen Äpfel.

- f) Verallgemeinere das letzte Ergebnis. $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad q = 1 - p$

- g) Veranschauliche die Ereignisse in dem Diagramm.



- h) Die Lieferkonditionen basieren auf dem (maximalen) Anteil von 40% wurmstichiger Äpfel. Nun finden wir bei Stichproben unter 10 wiederholt 7 und mehr wurmstichige Äpfel. Gib begründete Empfehlungen, wie wir uns unserem Lieferanten gegenüber verhalten sollten.

$$P(X \geq 7) = 1 - P(X \leq 6) = 5,5\%$$

Die Wahrscheinlichkeit ist so gering, dass ein Verdacht auf den Anteil 40% fällt.
 Möglicherweise hat sich der Anteil erhöht.

- i) Wie groß ist für eine Stichprobe der Länge 10 die Wahrscheinlichkeit, dass unter den ersten 5 (genau) 2 und unter den restlichen 5 auch (genau) 2 wurmstichige Äpfel sind? 11,9%

- j) Vergleiche die letzte Wahrscheinlichkeit mit der Wahrscheinlichkeit, unter 10 Äpfeln 4 wurmstichige zu finden. 25,1%

Die Bernoulli-Kette

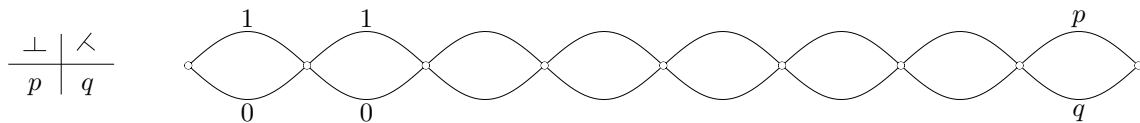
Jacob Bernoulli (1654 - 1705)

Zufallsexperimente, die nur genau zwei Ergebnisse haben können, heißen Bernoulli-Versuche. Wird ein solches Experiment unter gleichen Bedingungen n -mal wiederholt, so liegt eine Bernoulli-Kette der Länge n vor.

Beispiele: n -maliges Werfen einer Reißzwecke, Folge von Geburten (Junge/Mädchen), Testen von Glühbirnen mit den Einzelergebnissen defekt/nicht defekt.

Zur Unterscheidung wird ein Ausgang des Einzelversuchs mit 1 (Treffer), der andere mit 0 bezeichnet, die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten mit p (Trefferwahrscheinlichkeit) und q .

Welches Ergebnis als Treffer bezeichnet wird, richtet sich nach der Fragestellung, da man sich bei Bernoulli-Ketten für die Wahrscheinlichkeit, genau k Treffer zu erzielen, interessiert.



Aufg. Versuche p für das Werfen einer Reißzwecke näherungsweise zu ermitteln.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt eine Reißzwecke bei 8-maligem Werfen 3-mal auf den Kopf?

Die Bernoulli-Kette der Länge 8 besteht aus allen 0-1-Folgen (Pfade) der Länge 8, z.B. (1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1), 1 entspricht \perp .

Wir suchen die Wahrscheinlichkeit aller Pfade mit genau 3 Treffern,

z.B. (1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0) oder (0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)

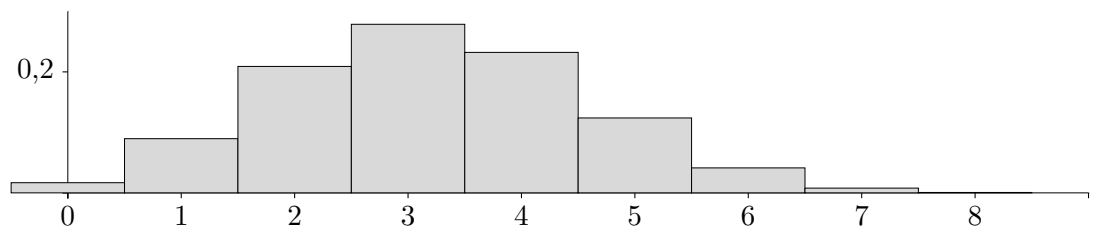
Die Anzahl dieser Pfade beträgt $\binom{8}{3}$, ihre Wahrscheinlichkeit ist stets $p^3 \cdot q^5$.

Sei allgemein bei einer Bernoulli-Kette der Länge n die Trefferwahrscheinlichkeit p . Dann ist die Wahrscheinlichkeit für k Treffer

$$P(k \text{ Treffer}) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad q = 1 - p$$

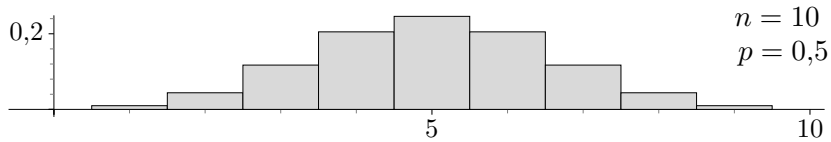
Beispiel $n = 8, p = 0,4$:

k	$P(k \text{ Treffer}) = \binom{8}{k} \cdot 0,4^k \cdot 0,6^{8-k}$
0	0,017
1	0,090
2	0,209
3	0,279
4	0,232
5	0,124
6	0,041
7	0,008
8	0,000



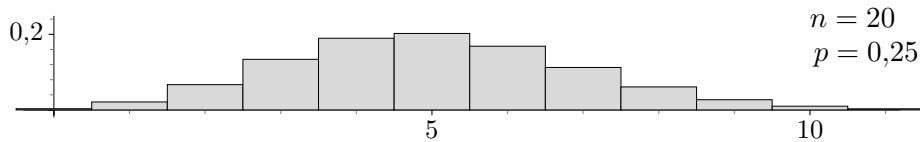
Die Bernoulli-Kette, Aufgaben

1. Eine Münze wird 10-mal geworfen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass viermal (fünfmal) Zahl geworfen wird?



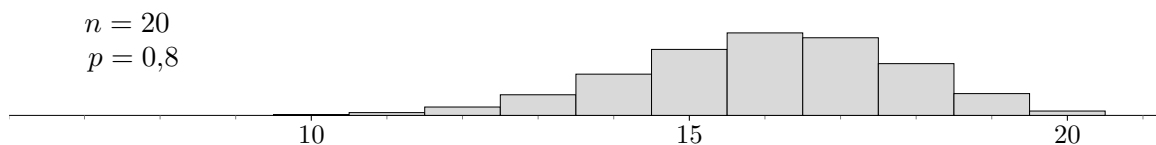
2. Ein Würfel wird 15-mal geworfen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei (drei) Sechsen zu werfen?

3. In einer Lieferung Äpfel sind 25 % wurmstichig.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 20 zufällig ausgewählten Äpfeln
- a) genau 5
 - b) höchstens 5
 - c) mindestens 5 wurmstichige Äpfel sind?



4. Bei der Produktion von Glühbirnen sind 5 % defekt.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 100 zufällig ausgewählten Glühbirnen
- a) weniger als 5
 - b) mehr als 10 defekte Glühbirnen sind?

5. Ein Blumenhändler gibt eine 80 %ige Keimgarantie für seine Blumenzwiebeln.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit keimen tatsächlich
- a) weniger als 14
 - b) mindestens 16 von 20 eingesetzten Blumenzwiebeln?



Die Bernoulli-Kette, Lösungen

1. viermal (fünfmal) Zahl 0,205 (0,246)
2. zwei (drei) Sechsen 0,273 (0,236)
3. a) genau 5 0,202
b) höchstens 5 0,617
c) mindestens 5 0,585
4. a) weniger als 5 0,436
b) mehr als 10 0,011
5. a) weniger als 14 0,087
b) mindestens 16 0,630

Elfmeterschießen

10 Fußballspieler schießen nacheinander auf ein Tor.

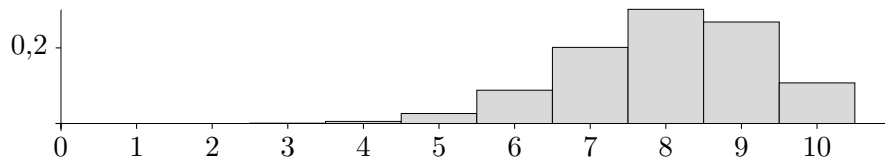
Jeder Spieler erzielt mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0,8$ einen Treffer.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für genau 8 (5, 10) Treffer?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Treffer im Intervall $[6, 9]$ liegt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten 3 Spieler treffen?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten 2 Spieler treffen und die nächsten 2 nicht?
- Wie viele Spieler müssen mindestens schießen, damit mit (mindestens) 99,9%-iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein Treffer vorliegt?

Von den 10 Spielern haben genau drei ein Tor geschossen.

Wir unterscheiden ab nun nur zwischen Torschützen und Nicht-Torschützen.

- Auf wie viele Arten können sich die Spieler in einer Reihe für ein Gruppenfoto aufstellen?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Torschützen bei zufälliger Aufstellung nebeneinander stehen?



Elfmeterschießen Lösungen

10 Fußballspieler schießen nacheinander auf ein Tor.

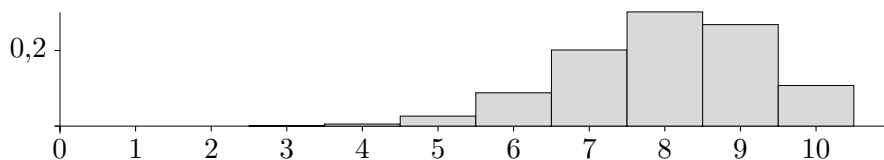
Jeder Spieler erzielt mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0,8$ einen Treffer.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für genau 8 (5, 10) Treffer? $P(X = 8) = 30,2\%$
 $P(X = 5) = 2,6\%$
 $P(X = 10) = 10,7\%$
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Treffer im Intervall $[6, 9]$ liegt? $P(6 \leq X \leq 9) = 86,0\%$
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten 3 Spieler treffen? $0,8^3 = 51,2\%$
- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten 2 Spieler treffen und die nächsten 2 nicht? $0,8^2 \cdot 0,2^2 = 2,6\%$
- e) Wie viele Spieler müssen mindestens schießen, damit mit (mindestens) 99,9%-iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein Treffer vorliegt?
 $1 - 0,2^n = 0,999$
 $n = 4,3$ ab $n = 5$

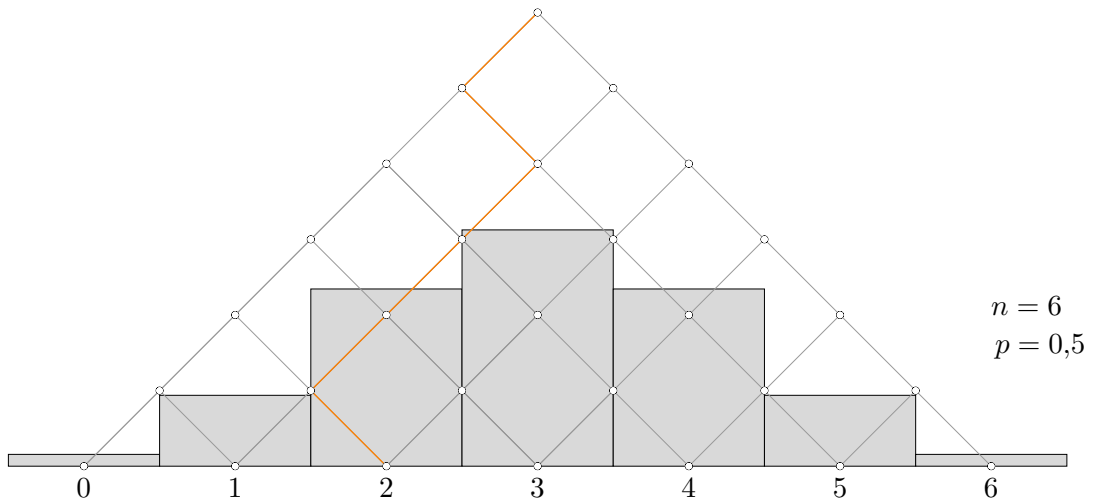
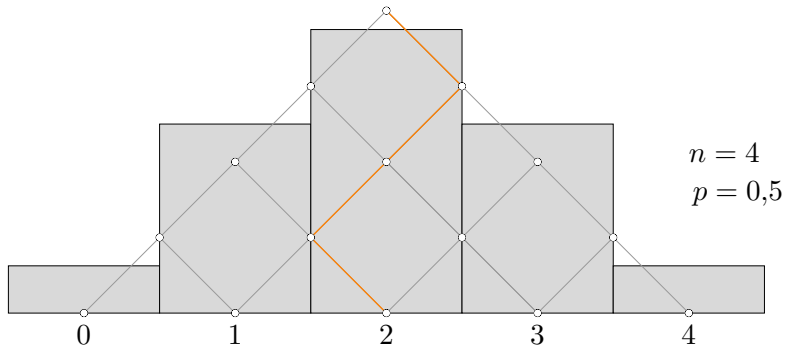
Von den 10 Spielern haben genau drei ein Tor geschossen.

Wir unterscheiden ab nun nur zwischen Torschützen und Nicht-Torschützen.

- f) Auf wie viele Arten können sich die Spieler in einer Reihe für ein Gruppenfoto aufstellen? $\binom{10}{3} = 120$
- g) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Torschützen bei zufälliger Aufstellung nebeneinander stehen? $\frac{8}{\binom{10}{3}} = 6,7\%$

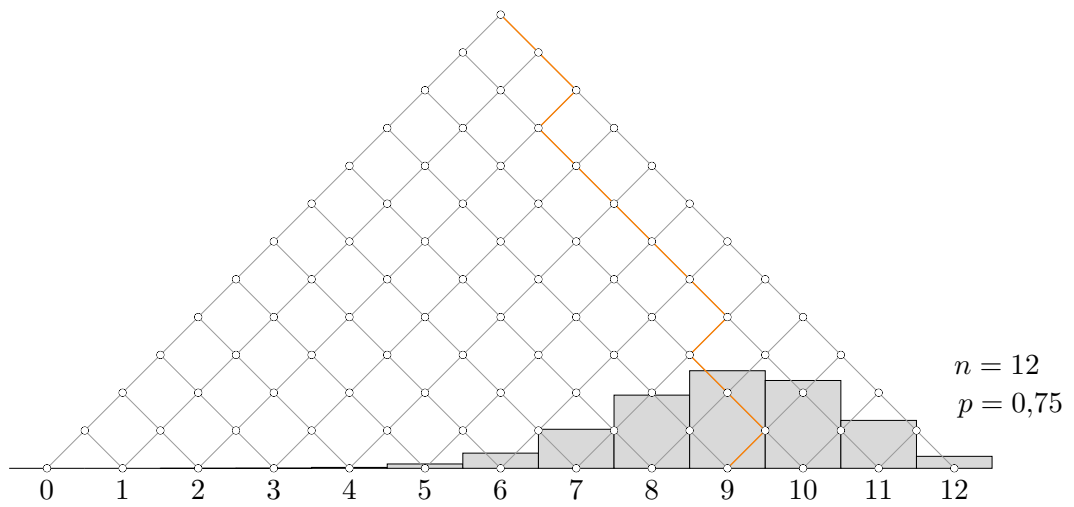
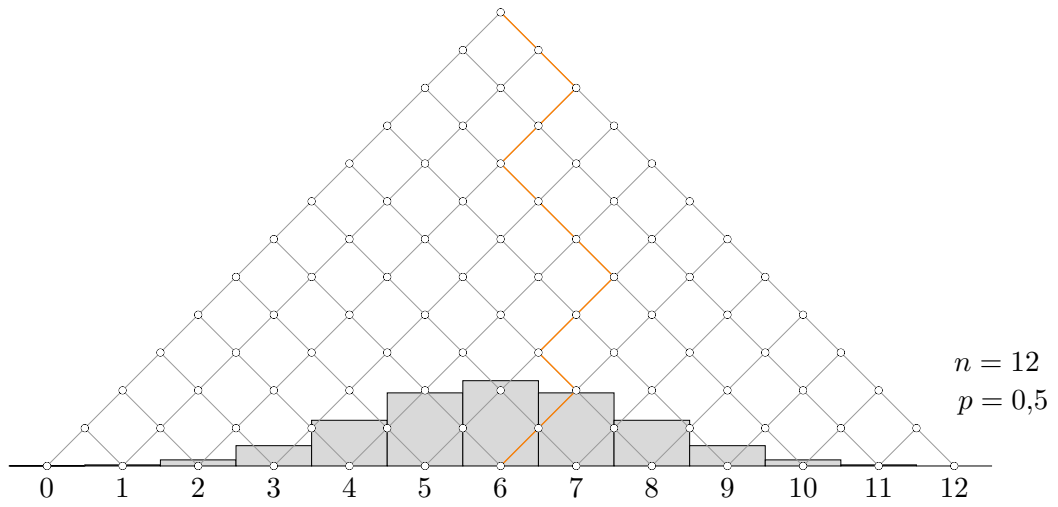


Galton-Brett

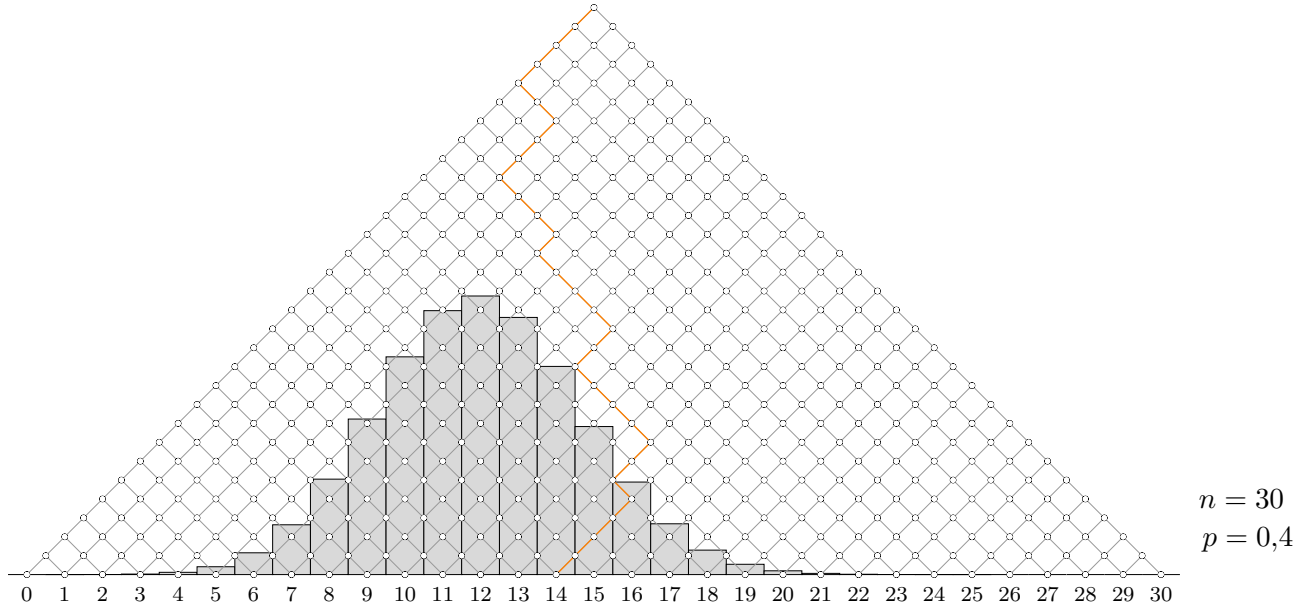


Erläutere die Abbildungen.

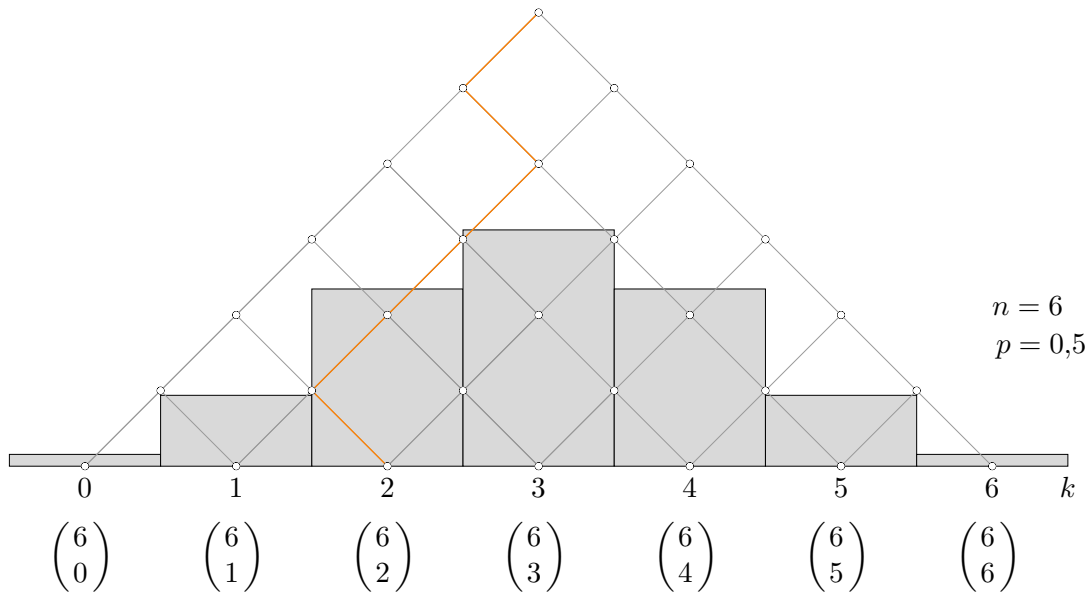
Galton-Brett



Galton-Brett

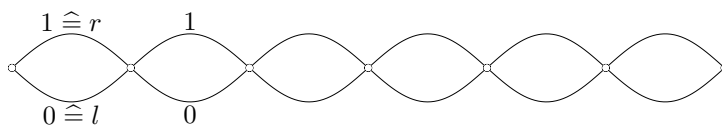


Galton-Brett



Bei jeder Verzweigung wird mit der Wahrscheinlichkeit p nach rechts und mit der Wahrscheinlichkeit q nach links abgewichen, $p + q = 1$. k gibt an, wie oft insgesamt nach rechts abgewichen wurde. Die Binomialkoeffizienten beinhalten die Anzahl der Pfade für die jeweiligen Endpositionen k . Diese Anzahlen bestimmen die Form des Histogramms. Insgesamt sind es 2^6 Pfade, allgemein 2^n .

Für die Erfassung der Pfade reicht häufig die vereinfachte Darstellung:



Bernoulli-Kette, Abgrenzung

Bei welchem Zufallsexperiment, ggf. unter zusätzlichen Voraussetzungen, handelt es sich um eine Bernoulli-Kette?

- a) Ein Würfel wird viermal geworfen und die Augensumme notiert.
- b) Ein Würfel wird viermal geworfen und die Anzahl der Sechsen notiert.
- c) Aus einer Urne mit drei weißen und vier roten Kugeln wird so lange ohne Zurücklegen gezogen, bis eine rote Kugel erscheint.
- d) Aus einer Urne mit drei weißen und vier roten Kugeln wird so lange mit Zurücklegen gezogen, bis eine rote Kugel erscheint.
- e) Eine Münze wird achtmal geworfen. Jedes Mal, wenn die „1“ erscheint, erhält man 1 €.
- f) Ein Bergsteiger plant, in den nächsten 10 Jahren jährlich einen Achttausender zu bezwingen. Die Todesquote beträgt 3,4%.
- g) Aus einer Serie von Glühlampen werden 10 ausgewählt und jeweils überprüft, ob deren Brenndauer mindestens 1000 Stunden beträgt.
- h) Ein Multiple-Choice-Test enthält 20 Fragen. Zu jeder Frage gibt es 4 Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine richtig ist. Der Test gilt als bestanden, wenn mindestens 10 Fragen richtig beantwortet werden.
Jemand gibt den Test frühzeitig ab und hat nur 15 Fragen beantwortet.
- i) Eine Münze wird 12-mal geworfen. Unter den ersten 6 Würfeln tritt die „1“ 3-mal auf, insgesamt 6-mal.

Bernoulli-Kette, Abgrenzung

Bei welchem Zufallsexperiment, ggf. unter zusätzlichen Voraussetzungen, handelt es sich um eine Bernoulli-Kette?

- a) Ein Würfel wird viermal geworfen und die Augensumme notiert. nein
- b) Ein Würfel wird viermal geworfen und die Anzahl der Sechsen notiert. ja
- c) Aus einer Urne mit drei weißen und vier roten Kugeln wird so lange ohne Zurücklegen gezogen, bis eine rote Kugel erscheint. nein
- d) Aus einer Urne mit drei weißen und vier roten Kugeln wird so lange mit Zurücklegen gezogen, bis eine rote Kugel erscheint. nein
- e) Eine Münze wird achtmal geworfen. Jedes Mal, wenn die „1“ erscheint, erhält man 1 €. ja
- f) Ein Bergsteiger plant, in den nächsten 10 Jahren jährlich einen Achttausender zu bezwingen. Die Todesquote beträgt 3,4%. nein
- g) Aus einer Serie von Glühlampen werden 10 ausgewählt und jeweils überprüft, ob deren Brenndauer mindestens 1000 Stunden beträgt. ja
- h) Ein Multiple-Choice-Test enthält 20 Fragen. Zu jeder Frage gibt es 4 Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine richtig ist. Der Test gilt als bestanden, wenn mindestens 10 Fragen richtig beantwortet werden.
Jemand gibt den Test frühzeitig ab und hat nur 15 Fragen beantwortet. ja
- i) Eine Münze wird 12-mal geworfen. Unter den ersten 6 Würfeln tritt die „1“ 3-mal auf, insgesamt 6-mal. ja, eine Bernoulli-Kette wird unterteilt.

Bernoulli-Kette

Ein Glücksrad hat drei gleich große Sektoren mit den Symbolen ♣, ♥ und ♠. Es wird viermal gedreht. Die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse sollen berechnet werden:

A: Es tritt dreimal ♣ auf.

B: Es tritt mindestens dreimal ♥ auf.

C: Es tritt höchstens einmal ♠ auf.

D: Es tritt höchstens zweimal ♣ auf.

Ordnen Sie den Ereignissen den vorgeschlagenen Ergebnissen zu (sie treten alle auf).

$$P(\quad) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$$

$$P(\quad) = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$P(\quad) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$P(\quad) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$$

$$P(\quad) = 1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

Bernoulli-Kette

Ein Glücksrad hat drei gleich große Sektoren mit den Symbolen ♣, ♥ und ♠. Es wird viermal gedreht. Die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse sollen berechnet werden:

A: Es tritt dreimal ♣ auf.

B: Es tritt mindestens dreimal ♥ auf.

C: Es tritt höchstens einmal ♠ auf.

D: Es tritt höchstens zweimal ♣ auf.

Ordnen Sie den Ereignissen den vorgeschlagenen Ergebnissen zu (sie treten alle auf).

$$P(A) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$$

$$P(C) = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

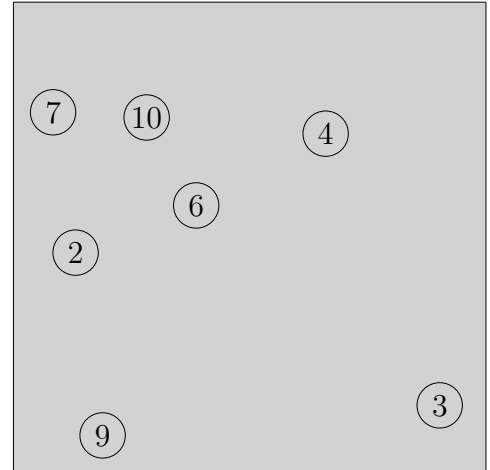
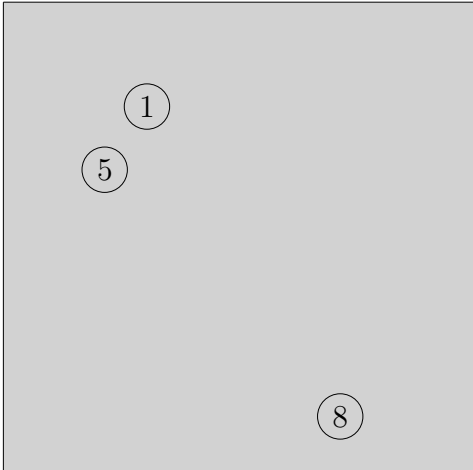
$$P(B) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$P(A) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$$

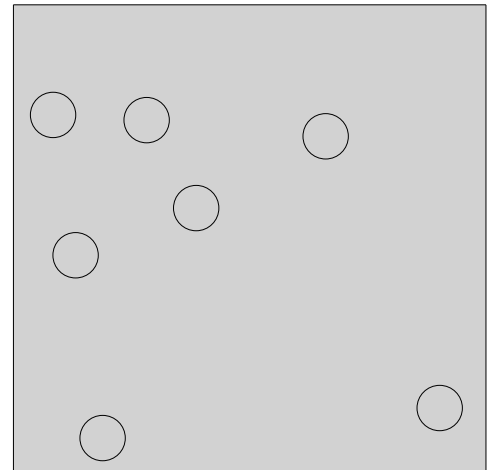
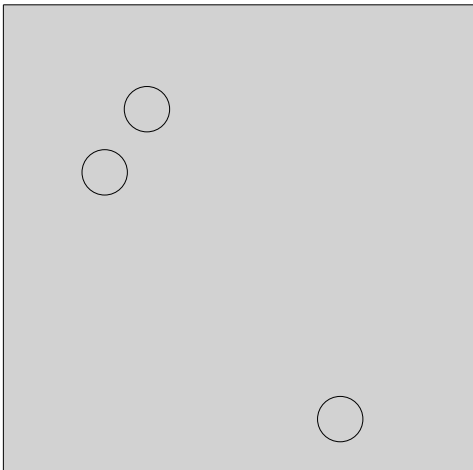
$$P(D) = 1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

10 Kugeln werden auf 2 Behälter zufallsbedingt aufgeteilt. Hierbei gelangen die Kugeln mit der Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{5}$ in den linken Behälter.

a) Mikroereignis (Die Kugeln mit den Nummern 1, 5 und 8 sind im linken Behälter.)



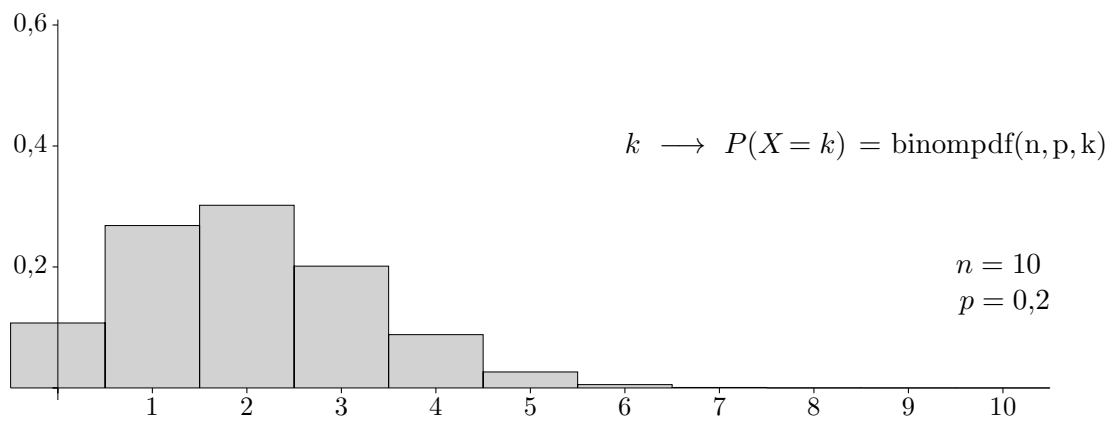
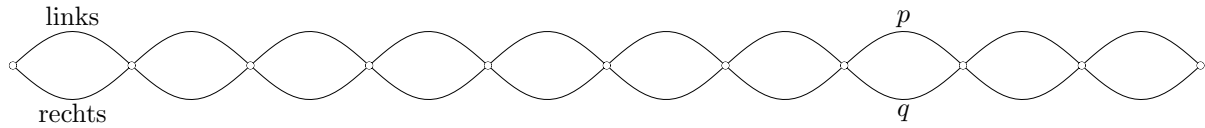
b) Makroereignis (Im linken Behälter sind 3 Kugeln.)



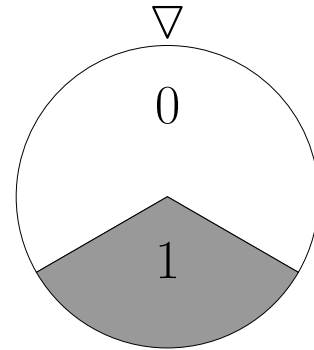
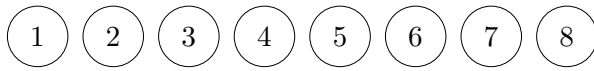
Ermittle die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse.

a) Mikroereignis $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7 = 0,00168$

b) Makroereignis $\binom{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7 = 0,201$



Bernoulli-Kette Einführung



Für jede der acht Kugeln wird das Glücksrad einmal gedreht.

Hierbei erhält die Kugel für das Ergebnis 1 (Treffer, Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{3}$) eine Markierung.

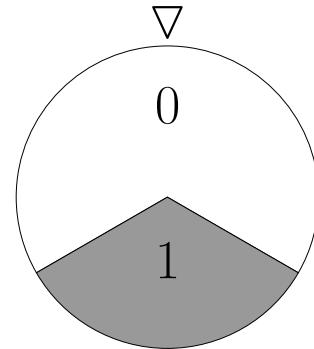
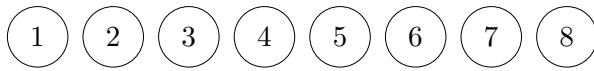
Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse (Mikroereignisse).

- a)
- b)
- c)
- d)

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse (Makroereignisse).

- a) Eine Kugel wird markiert.
- b) 2 Kugeln werden markiert.
- c) 3 Kugeln werden markiert.
- d) 4 Kugeln werden markiert.

Bernoulli-Kette



Für jede der acht Kugeln wird das Glücksrad einmal gedreht.

Hierbei erhält die Kugel für das Ergebnis 1 (Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{3}$) eine Markierung.

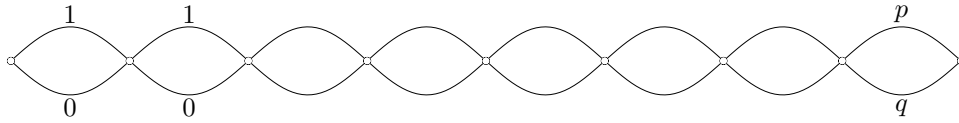
Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse (Mikroereignisse).

- a) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6$
- b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6$
- c) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$
- d) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse (Makroereignisse).

- a) $\binom{8}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7$
- b) $\binom{8}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6$
- c) $\binom{8}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$
- d) $\binom{8}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$

Bernoulli-Kette



Jedes Mikroereignis entspricht einem Pfad.

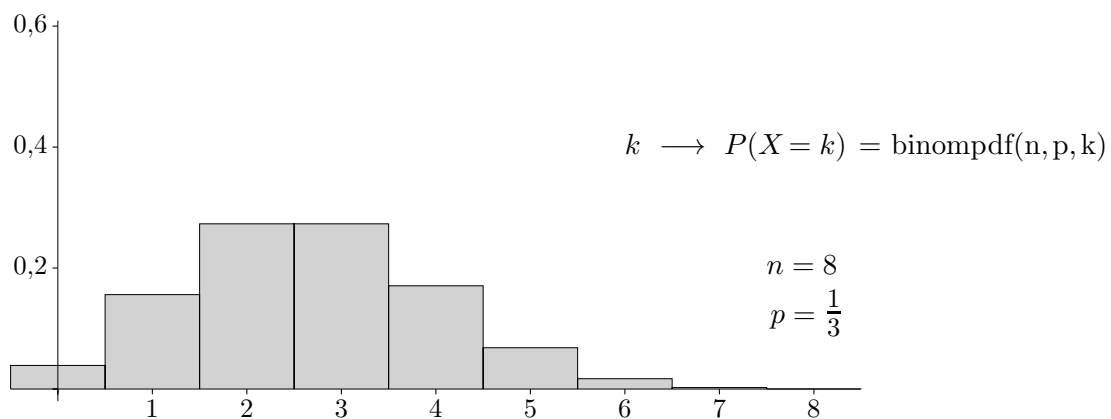
Für n Kugeln gibt es 2^n Pfade.

Für k markierte Kugeln gibt es $\binom{n}{k}$ Mikroereignisse (0/1-Folgen der Länge n mit k Einsen).

Die Wahrscheinlichkeit für k Treffer (von n Kugeln sind k markiert) beträgt:

$$\underbrace{P(k \text{ Treffer})}_{P(X = k)} = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad q = 1 - p$$

X ist die Anzahl der Treffer.



In dem Histogramm werden die Wahrscheinlichkeiten der Makroereignisse (k Treffer) dargestellt.

Bernoulli-Kette

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem Ankreuztest mit 6 Fragen, zu denen es jeweils 2 (3, 4, 5) Antworten gibt, von denen genau eine Antwort richtig ist, durch bloßes Raten genau 1 (2, 3, 4, 5, 6) Fragen richtig zu beantworten?

a)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

b)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Bernoulli-Kette

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem Ankreuztest mit 6 Fragen, zu denen es jeweils 2 (3, 4, 5) Antworten gibt, von denen genau eine Antwort richtig ist, durch bloßes Raten genau 1 (2, 3, 4, 5, 6) Fragen richtig zu beantworten?

a)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

b)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

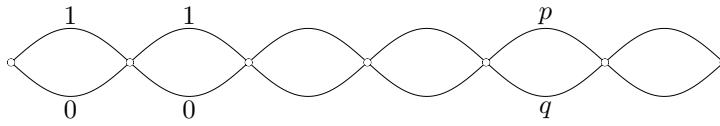
c)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Bernoulli-Kette



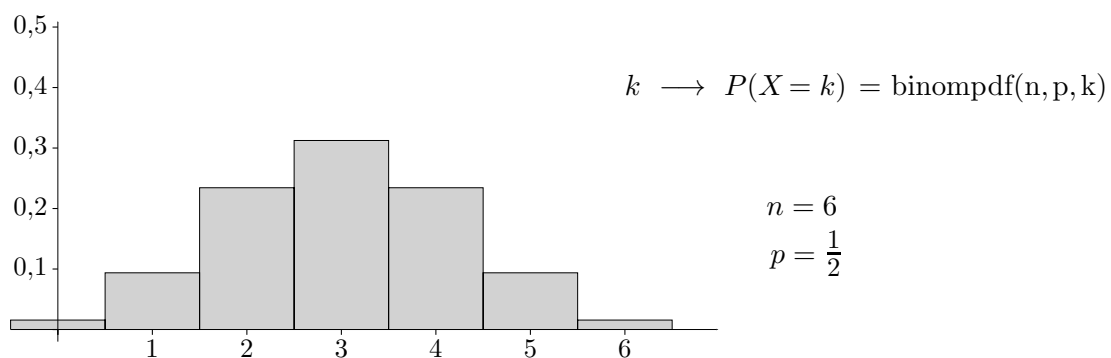
Treffer $\hat{=}$ 1

Die Wahrscheinlichkeit für k Treffer für eine Bernoulli-Kette der Länge n beträgt:

$$\underbrace{P(k \text{ Treffer})}_{P(X = k)} = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad q = 1 - p$$

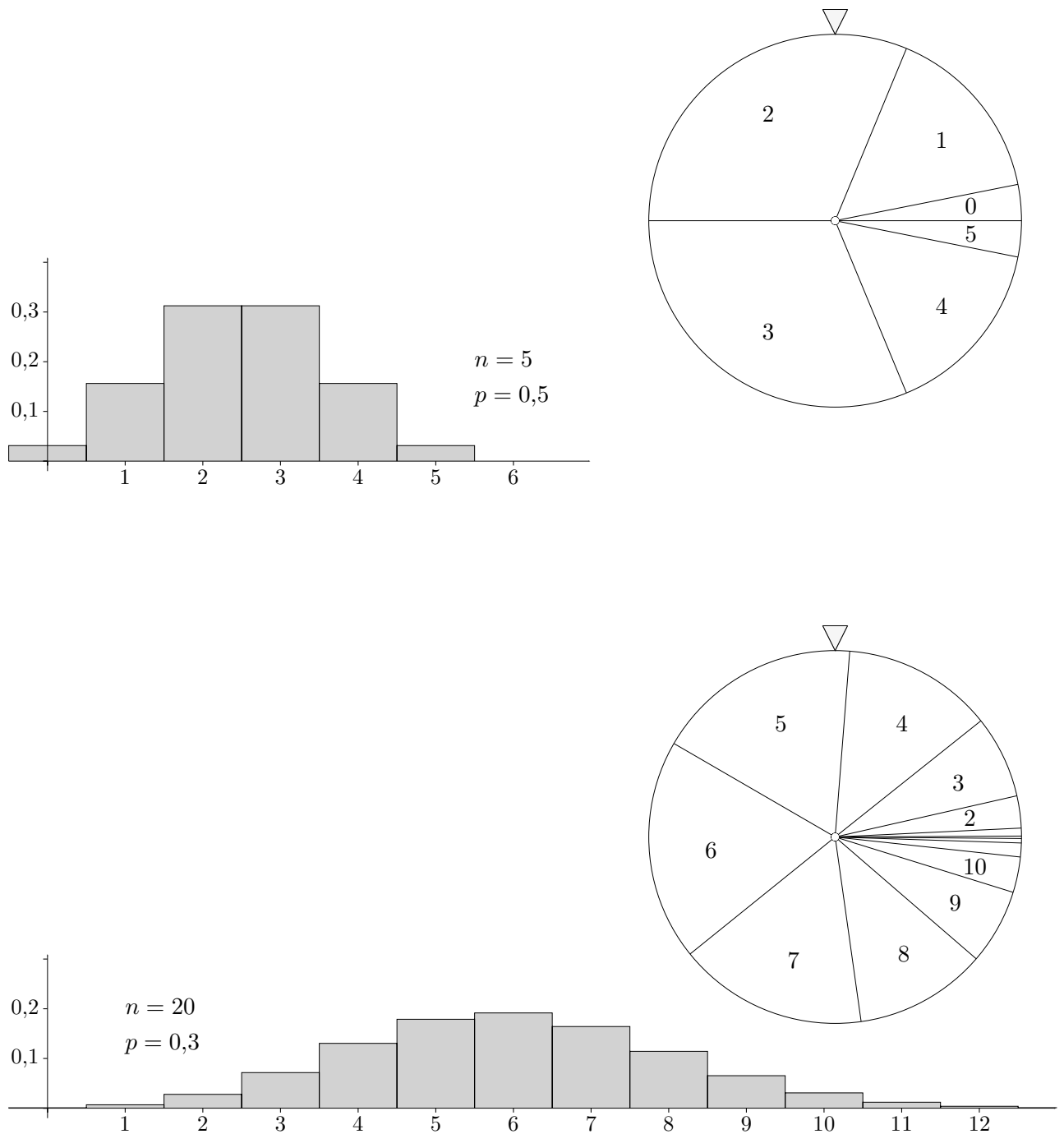
X ist die Anzahl der Treffer.

p ist die Trefferwahrscheinlichkeit.



In dem Histogramm werden die Wahrscheinlichkeiten für k Treffer dargestellt.

Glücksräder für die Bernoulli-Kette



Auch Schreibweisen wie z.B. $P(X = 2)$ und $P(4 \leq X \leq 7)$ werden hierdurch veranschaulicht.