

Bruchgleichungen

$$1. \quad \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-3} = \frac{6}{x^2-9} \quad | \cdot (x^2-9)$$

$$x-3 + x+3 = 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$L = \{ \quad \}$$

beachte: $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

Division durch null ist nicht möglich.

$$2. \quad 1 + \frac{6}{x-2} = 2 + \frac{3x}{x-2}$$

$$3. \quad \frac{2}{x-2} + \frac{1}{x-4} = 1$$

$$4. \quad 2 - \frac{1}{x-4} = x$$

Lösungsidee:

Mit dem Hauptnenner multiplizieren.

Eine Probe ist unbedingt erforderlich, wie an dem folgenden Beispiel zu sehen ist:

$$2x = 6 \quad | \cdot x$$

$$2x^2 = 6x$$

(Die Multiplikation mit x ist hier natürlich unsinnig, es soll an diesem Beispiel lediglich gezeigt werden, was passieren kann, wenn mit Ausdrücken, die x enthalten, multipliziert wird.)

Die erste Gleichung hat nur 3 als Lösung,

die zweite Gleichung hat zwei Lösungen: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$.

Durch das Multiplizieren mit Ausdrücken, die x enthalten, können scheinbare Lösungen entstehen. Die echten Lösungen müssen durch eine Probe herausgefiltert werden.

Lösungen:

$$2. \quad x = 2, \quad L = \{ \quad \}$$

$$3. \quad L = \{3; 6\}$$

$$4. \quad L = \{3\}$$

Wurzelgleichungen

$$1. \quad x + \sqrt{2x-3} = 3$$

$$\sqrt{2x-3} = 3-x \quad | \quad ()^2$$

$$2x-3 = 9-6x+x^2$$

$$0 = x^2 - 8x + 12$$

$$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-12}$$

$$= 4 \pm 2$$

$$x_1 = 6; \quad x_2 = 2$$

$$L = \{2\}$$

Lösungsidee:

So umformen, dass die Wurzel alleine auf einer Seite steht, dann quadrieren.

Eine Probe ist unbedingt erforderlich, wie an dem folgenden Beispiel zu sehen ist:

$$x = 2 \quad | \quad ()^2$$

$$x^2 = 4$$

Die erste Gleichung hat nur 2 als Lösung,

die zweite Gleichung hat zwei Lösungen: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.

Durch das Quadrieren können scheinbare Lösungen entstehen. Die echten Lösungen müssen durch eine Probe herausgefiltert werden.

$$2. \quad 3 + \sqrt{6x+1} = 2x$$

$$3. \quad x - \sqrt{6-2x} = -9$$

$$4. \quad 3x + \sqrt{4x+9} = -5$$

Lösungen:

$$2. \quad L = \{4\}$$

$$3. \quad L = \{-5\}$$

$$4. \quad L = \{-2\}$$