GTR, gemischte Aufgaben

1. Zeichne die Graphen (sorgfältig mit Bleistift, Achsen mit Lineal, Einheiten hinzufügen).
   An welchen Stellen schneidet die Gerade die Parabel?
   Ermittle auch die Nullstellen und den Scheitel der Parabel.
   Notiere die Ergebnisse auf 3 Stellen genau.

   $g(x) = 2{,}3x + 3{,}5$
   $f(x) = 2{,}2(x-4)^2 - 3{,}5$

2. Zeichne die Graphen (sorgfältig mit Bleistift, Achsen mit Lineal, Einheiten hinzufügen).
   An welchen Stellen schneidet die Gerade die Parabel?
   Notiere die Ergebnisse auf 3 Stellen genau.

   $g(x) = 5x$
   $f(x) = 40 + 1{,}9x + 0{,}032x^2$

   Wie lautet der Scheitel von $h(x) = g(x) - f(x)$?

3. Löse das Gleichungssystem

$$\begin{array}{ccccccc} & & 3{,}4x & - & 4{,}1y & = & 5{,}8 \\ 2{,}3 & + & 5{,}2y & + & 6{,}9x & = & 0 \end{array}$$

4. Begründe, dass das Dreieck mit den Seitenlängen (in cm) $u = 7$, $v = 24$, $w = 25$ rechtwinklig ist und berechne die Innenwinkel sowie die Höhe auf der Hypotenuse.

5. Wie lautet die Gleichung der Geraden, auf der die Punkte $P(1{,}2 \mid 2{,}5)$ und $Q(5{,}5 \mid 7{,}8)$ liegen?

6. Die Gesamtkostenfunktion sei $K(x) = 512 + 0{,}44x + 0{,}005x^2$, der Stückpreis sei 4 €.
   x ist die Anzahl der produzierten und verkauften Produkte.

   a) Wie groß sind die Gesamtkosten und die Stückkosten bei einer Produktionsmenge von $x = 480$?

   b) Bei welcher Produktionsmenge betragen die Gesamtkosten 934,50 €?
   (grafische und algebraische Lösung)

   c) Aufgrund der Marktlage muss der Stückpreis auf $p = 3{,}50$ € gesenkt werden.
   Die Produktionsmenge sei $x = 350$. Kann hier noch ein Gewinn erwirtschaftet werden?
   Wie groß ist gegebenenfalls der Verlust?

   d) Wie weit darf der Stückpreis gesenkt werden, damit nicht bei jeder Produktionsmenge ein Verlust entsteht.

1. Zeichne die Graphen (sorgfältig mit Bleistift, Achsen mit Lineal, Einheiten hinzufügen).
   An welchen Stellen schneidet die Gerade die Parabel?
   Ermittle auch die Nullstellen und den Scheitel der Parabel.

   $g(x) = 2{,}3x + 3{,}5$
   $f(x) = 2{,}2(x-4)^2 - 3{,}5$

   mögliche Bereiche $0 \leq x \leq 10,\ -5 \leq y \leq 30$
   Schnittstellen $x_1 = 1{,}759,\ x_2 = 7{,}286$
   Nullstellen $x_1 = 2{,}739,\ x_2 = 5{,}261$
   Scheitel $S(4 \mid -3{,}5)$

2. Zeichne die Graphen (sorgfältig mit Bleistift, Achsen mit Lineal, Einheiten hinzufügen).
   An welchen Stellen schneidet die Gerade die Parabel?

   $g(x) = 5x$
   $f(x) = 40 + 1{,}9x + 0{,}032x^2$

   Wie lautet der Scheitel von $h(x) = g(x) - f(x)$?

   mögliche Bereiche $0 \leq x \leq 100,\ -100 \leq y \leq 500$
   Schnittstellen $x_1 = 15{,}329,\ x_2 = 81{,}546$
   Scheitel $S(48{,}438 \mid 35{,}078)$

3. Löse das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} & & 3{,}4x & - & 4{,}1y & = & 5{,}8 \\ 2{,}3 & + & 5{,}2y & + & 6{,}9x & = & 0 \end{array}$$

   $x = 0{,}451,\ y = -1{,}041$

4. Begründe, dass das Dreieck mit den Seitenlängen (in cm) $u = 7$, $v = 24$, $w = 25$ rechtwinklig ist und berechne die Innenwinkel sowie die Höhe auf der Hypotenuse.

   $u^2 + v^2 = w^2, \quad \alpha = 73{,}7°,\ \beta = 16{,}3°,\ h_w = 6{,}72$

5. Wie lautet die Gleichung der Geraden, auf der die Punkte $P(1{,}2 \mid 2{,}5)$ und $Q(5{,}5 \mid 7{,}8)$ liegen?

   $y = 1{,}233x + 1{,}021$

6. Die Gesamtkostenfunktion sei $K(x) = 512 + 0{,}44x + 0{,}005x^2$, der Stückpreis sei 4 €.
   x ist die Anzahl der produzierten und verkauften Produkte.

   a) Wie groß sind die Gesamtkosten und die Stückkosten bei einer Produktionsmenge von $x = 480$?

      $K(480) = 1875{,}20$ €
      $D(480) = 3{,}91$ €

   b) Bei welcher Produktionsmenge betragen die Gesamtkosten 934,50 €?
      (grafische und algebraische Lösung) $x = 250$

   c) Aufgrund der Marktlage muss der Stückpreis auf $p = 3{,}50$ € gesenkt werden.
      Die Produktionsmenge sei $x = 350$. Kann hier noch ein Gewinn erwirtschaftet werden?
      Wie groß ist gegebenenfalls der Verlust? $G(350) = -53{,}50$ €

   d) Wie weit darf der Stückpreis gesenkt werden, damit nicht bei jeder Produktionsmenge ein Verlust entsteht. minimale Stückkosten $D(320) = 3{,}64$ €

7. Löse die Gleichungen mit dem GTR (Tipp: Zero verwenden).

   a) $x^2 + x - 2{,}64 = 0$

   b) $x^2 - 3x - 8{,}64 = 0$

8. Löse die Gleichungen <u>ohne</u> GTR .

   a) $x^2 + 4x = 0$

   b) $(x - 5)(x + 6) = 0$

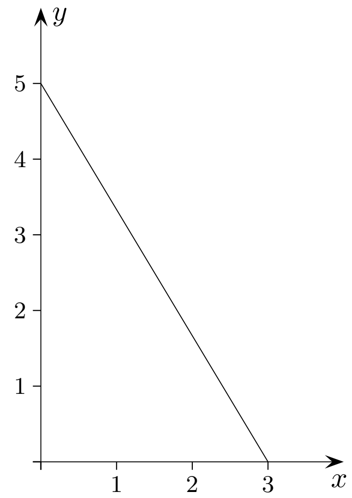
9. Die Flugbahn eines Körpers wird durch

   $f(x) = -\frac{1}{50}x(x - 50)$ beschrieben (Flugweite x, Höhe $f(x)$, Angaben in m).

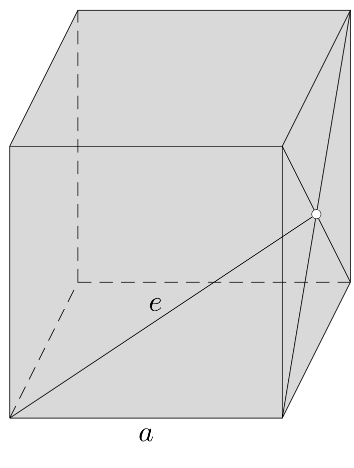
   a) Wie weit fliegt der Körper?

   b) Nach welcher Weite hat er erstmalig die Höhe $8\,m$ erreicht? (mit und ohne GTR)

   c) Berechne $f(5)$ und $f(45)$. Interpretiere das Ergebnis.



10. Nebenstehend ist der Verlauf einer Straße gezeichnet, Angaben in km.
    Welcher Punkt auf der Geraden hat zum Ursprung die kürzeste Entfernung und wie groß ist diese?



11. Von einem Würfel ist die Kantenlänge $a = 5\,cm$ gegeben. Berechne d.
    Stelle zunächst eine Formel für e auf.

7. Löse die Gleichungen mit dem GTR (Tipp: Zero verwenden).

   a) $x^2 + x - 2{,}64 = 0$ $\qquad x_1 = -2{,}2$, $\quad x_2 = 1{,}2$

   b) $x^2 - 3x - 8{,}64 = 0$ $\qquad x_1 = -1{,}8, \quad x_2 = 4{,}8$

8. Löse die Gleichungen ohne GTR .

   a) $x^2 + 4x = 0$ $\qquad x_1 = 0, \quad x_2 = -4$

   b) $(x-5)(x+6) = 0$ $\qquad x_1 = -6, \quad x_2 = 5$

9. Die Flugbahn eines Körpers wird durch

   $f(x) = -\frac{1}{50}x(x-50)$ beschrieben (Flugweite x, Höhe $f(x)$, Angaben in m).

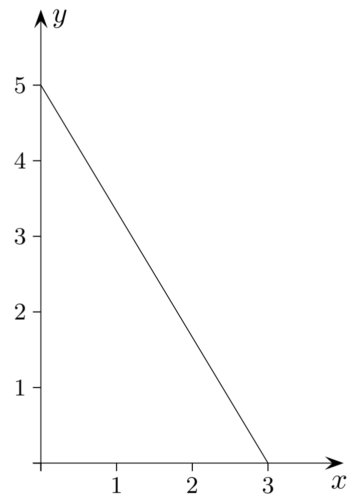
   a) Wie weit fliegt der Körper? $\qquad 50\,m$

   b) Nach welcher Weite hat er erstmalig die Höhe $8\,m$ erreicht? (mit und ohne GTR) $\qquad 10\,m$

   c) Berechne $f(5)$ und $f(45)$. Interpretiere das Ergebnis. $\qquad f(5) = 4{,}5,\ f(45) = 4{,}5$

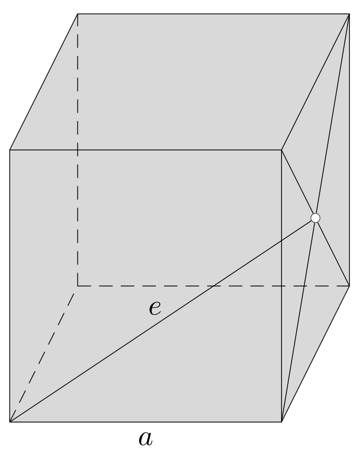
   Die Parabel ist symmetrisch zur Geraden $x = 25$, ...

10. Nebenstehend ist der Verlauf einer Straße gezeichnet, Angaben in km.
    Welcher Punkt auf der Geraden hat zum Ursprung die kürzeste Entfernung und wie groß ist diese?



$d = 2{,}57$

11. Von einem Würfel ist die Kantenlänge $a = 5\,cm$ gegeben. Berechne d.
    Stelle zunächst eine Formel für e auf.



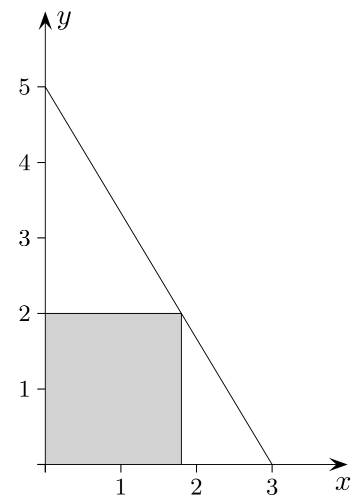
$e = \frac{a}{2}\sqrt{6}$

12. Gegeben sind die Parabel $y = x^2 - 3x$

und die Gerade $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$.

Bestimme (grafisch und algebraisch) die Nullstellen der Parabel und die Schnittpunkte der Parabel mit der Geraden.

13. Aus einem dreieckigen Blechstück soll ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt gestanzt werden. Welche Maße hat das Rechteck (Angaben in cm)?



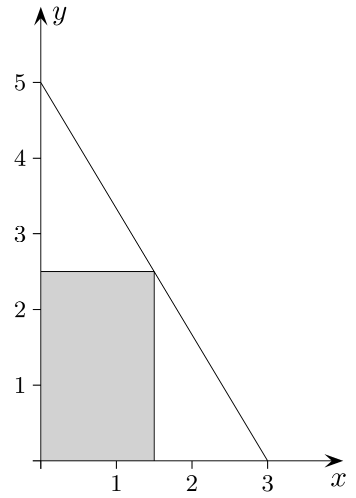
13. Gegeben sind die Parabel $y = x^2 - 3x$

und die Gerade $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$.

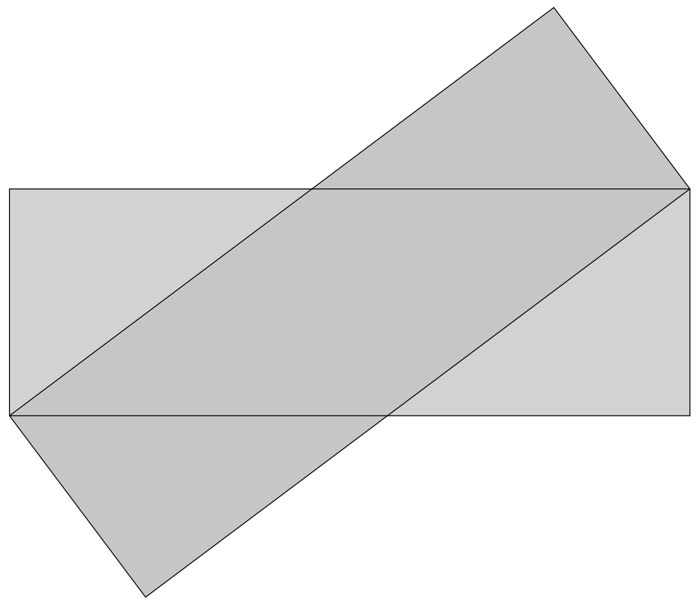
Bestimme (grafisch und algebraisch) die Nullstellen der Parabel und die Schnittpunkte der Parabel mit der Geraden.

Nullstellen der Parabel: $x_1 = 0,\ x_2 = 3$

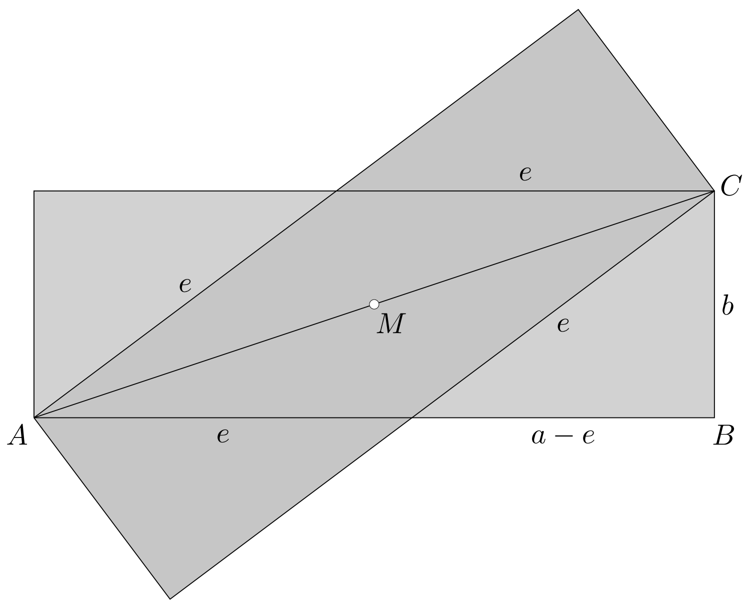
Schnittpunkte: $S_1(-\frac{1}{2} \mid \frac{7}{4}),\ \ S_2(5 \mid 10)$



14. Aus einem dreieckigen Blechstück soll ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt gestanzt werden. Welche Maße hat das Rechteck (Angaben in *cm*)?



15. Die Rechtecke haben die Seitenlängen $a = 18$ und $b = 6$ (in cm).
    Begründe, dass die Überlappungsfläche eine Raute ist und ermittle deren Inhalt.



15. Die Rechtecke haben die Seitenlängen $a = 18$ und $b = 6$ (in cm).
    Begründe, dass die Überlappungsfläche eine Raute ist und ermittle deren Inhalt.

Die Rechtecke gehen durch Spiegelung an der Diagonalen AC auseinander hervor (oder durch Drehung um M, $\alpha = 36{,}87°$).

$$e^2 = (a-e)^2 + b^2 \quad \Longrightarrow \quad e = 10$$

$$A_{\text{Raute}} = 18 \cdot 6 - \cancel{2} \cdot \frac{8 \cdot 6}{\cancel{2}} = 60$$