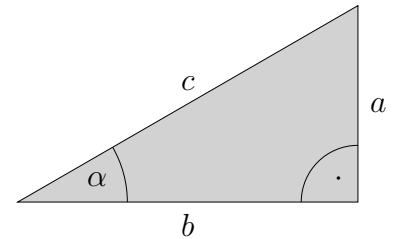


Trigonometrie trigonon (griech.) Dreieck

1. Gegeben ist ein Dreieck mit $\alpha = 30^\circ$ und $a = 3 \text{ cm}$.
Wie lang ist c ?



Lösung:

Das Dreieck kann durch Spiegelung zu einem gleichseitigen Dreieck
- jeder Winkel beträgt 60° - ergänzt werden. Hieraus ist zu erkennen:

$$2a = c. \text{ Also ist } c = 6 \text{ (cm)}$$

Für das Weitere formen wir um: $2a = c \quad | : 2c$

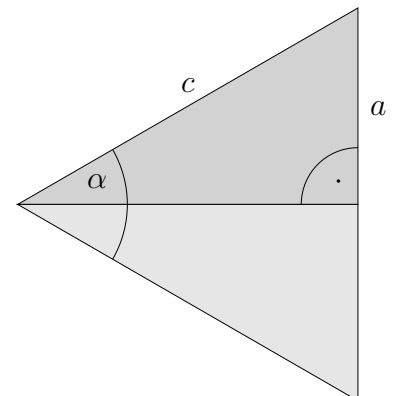
$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2}$$

Für den Winkel $\alpha = 30^\circ$ ist das Verhältnis $\frac{a}{c}$ gleich $\frac{1}{2}$.

Dieses Verhältnis heißt Sinus von α , es gilt also $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Zweiter (typischer) Lösungsweg:

$$\begin{aligned} \sin 30^\circ &= \frac{a}{c} && | \cdot c \\ c \cdot \sin 30^\circ &= a \\ c &= \frac{a}{\sin 30^\circ} \\ c &= 6 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{a}{c} && \left(= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \right) \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} && \left(= \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \right) \\ \tan \alpha &= \frac{a}{b} && \left(= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} \right) \end{aligned}$$

2. Berechne die fehlenden Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks, siehe oben.

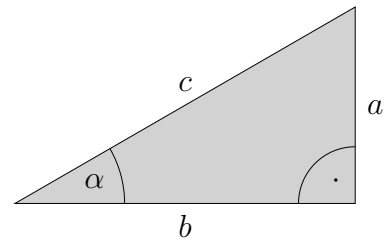
- a) $\alpha = 40^\circ$, $c = 4 \text{ cm}$
b) $\beta = 75^\circ$, $a = 2 \text{ cm}$
c) $\alpha = 15^\circ$, $b = 3 \text{ cm}$

Trigonometrie

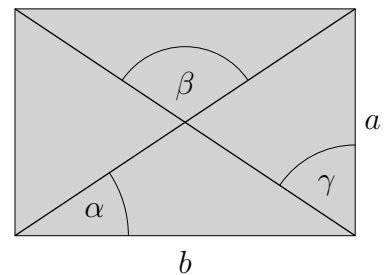
Ergebnisse

2. a) $a = 2,57$; $b = 3,06$
b) $b = 7,46$; $c = 7,73$
c) $a = 0,80$; $c = 3,11$

3. Für ein rechtwinkliges Dreieck sind gegeben:
 $a = 3 \text{ cm}$ und $b = 4 \text{ cm}$. Gesucht ist α .



4. Für ein Rechteck sind gegeben:
 $a = 2 \text{ cm}$ und $b = 3 \text{ cm}$. Gesucht sind α , β , γ .



In der Oberstufe können folgende Formeln hergeleitet werden:

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + - \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + - \dots$$

Der Winkel α muss im Bogenmaß x angegeben werden.

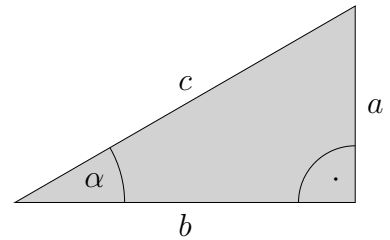
360° entspricht im Bogenmaß 2π . $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$ (sprich: 4-Fakultät).

Trigonometrie

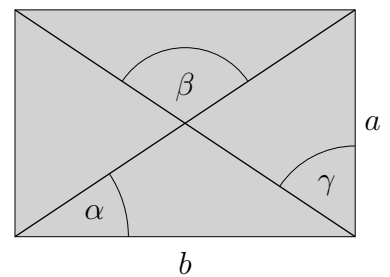
3. Für ein rechtwinkliges Dreieck sind gegeben:
 $a = 3 \text{ cm}$ und $b = 4 \text{ cm}$. Gesucht ist α .

$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{3}{4} \\ \alpha &= 36,9^\circ\end{aligned}$$

Der zu dem Verhältnis $\frac{3}{4}$ gehörende Winkel wird mit der Taste \tan^{-1} ermittelt.

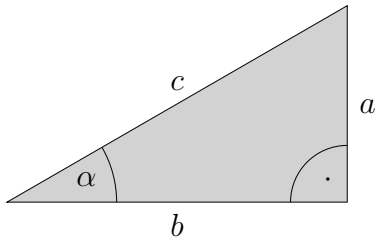


4. Für ein Rechteck sind gegeben:
 $a = 2 \text{ cm}$ und $b = 3 \text{ cm}$. Gesucht sind α , β , γ .

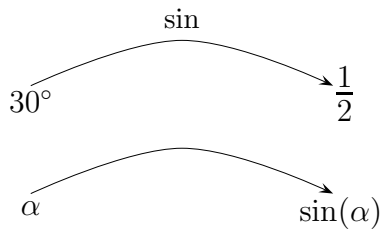
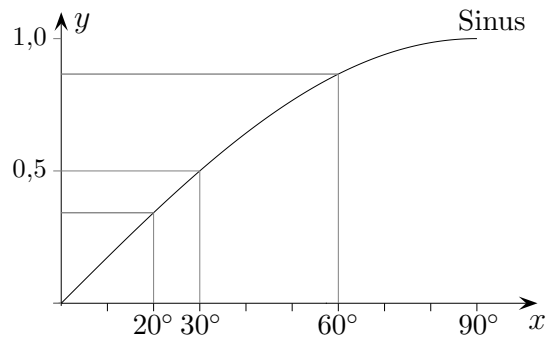


$$\begin{aligned}\alpha &= 33,7^\circ \\ \beta &= 112,6^\circ \\ \gamma &= 56,3^\circ\end{aligned}$$

Merkzettel

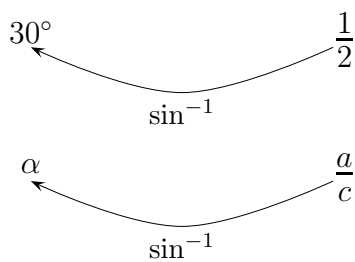


$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$$



Die Schreibweise $\sin \alpha$ ist auch möglich.

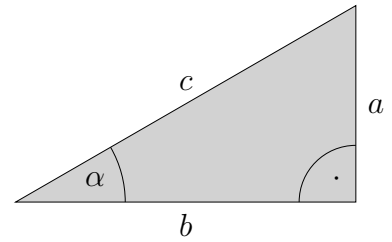
Der Sinus ordnet jedem Winkel die entsprechende Verhältniszahl zu.
Umgekehrt kann mit \sin^{-1} zur Verhältniszahl der zugehörige Winkel ermittelt werden.



Die Schreibweise \sin^{-1} hat nichts mit der Potenzschreibweise a^{-1} zu tun, sie soll lediglich an die Umkehrung erinnern.

- a) Gegeben (siehe oben) $\alpha = 40^\circ$, $a = 5 \text{ cm}$, gesucht c
 b) Gegeben $c = 8 \text{ cm}$, $a = 3 \text{ cm}$, gesucht α

Musteraufgaben



a) Gegeben (siehe oben) $\alpha = 40^\circ$, $a = 5 \text{ cm}$, gesucht c

$$\begin{aligned}\sin 40^\circ &= \frac{a}{c} && | \cdot c \\ c \cdot \sin 40^\circ &= a \\ c &= \frac{a}{\sin 40^\circ} \\ c &= 7,78 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

b) Gegeben $c = 8 \text{ cm}$, $a = 3 \text{ cm}$, gesucht α

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{a}{c} \\ \alpha &= \sin^{-1} \frac{a}{c} \\ \alpha &= 22,0^\circ\end{aligned}$$

c) Gegeben (siehe oben) $\alpha = 25^\circ$, $a = 4 \text{ cm}$, gesucht b

$$\begin{aligned}\tan 25^\circ &= \frac{a}{b} && | \cdot b \\ b \cdot \tan 25^\circ &= a \\ b &= \frac{a}{\tan 25^\circ} \\ b &= 8,58 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

d) Gegeben $c = 9 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, gesucht α

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{b}{c} \\ \alpha &= \cos^{-1} \frac{b}{c} \\ \alpha &= 63,6^\circ\end{aligned}$$