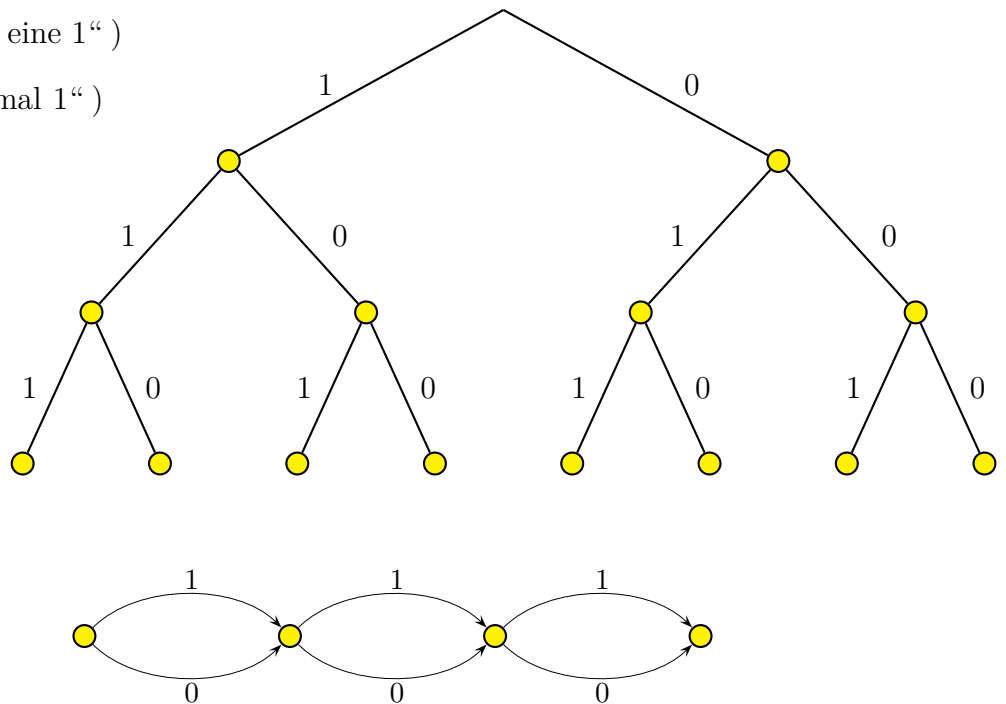


# Bäume und Pfade

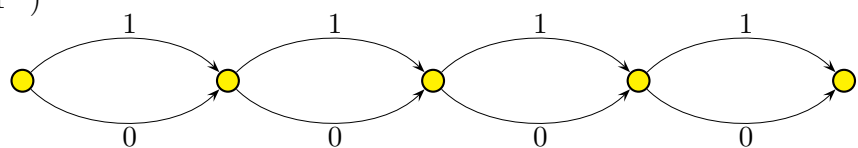
Wir werfen eine Münze dreimal. Bei jedem Wurf besteht die Möglichkeit von Wappen oder Zahl, kürzer von 0 oder 1. Uns interessieren die Wahrscheinlichkeiten:

- a)  $P(1, 1, 1)$
- b)  $P(1, 0, 1)$
- c)  $P(\text{“genau eine 1“})$
- d)  $P(\text{“mindestens eine 1“})$
- e)  $P(\text{“genau zweimal 1“})$



Wir werfen eine Münze nun viermal. Uns interessieren die Wahrscheinlichkeiten:

- a)  $P(1, 1, 1, 1)$
- b)  $P(1, 0, 1, 0)$
- c)  $P(\text{“genau eine 1“})$
- d)  $P(\text{“mindestens eine 1“})$
- e)  $P(\text{“genau zweimal 1“})$



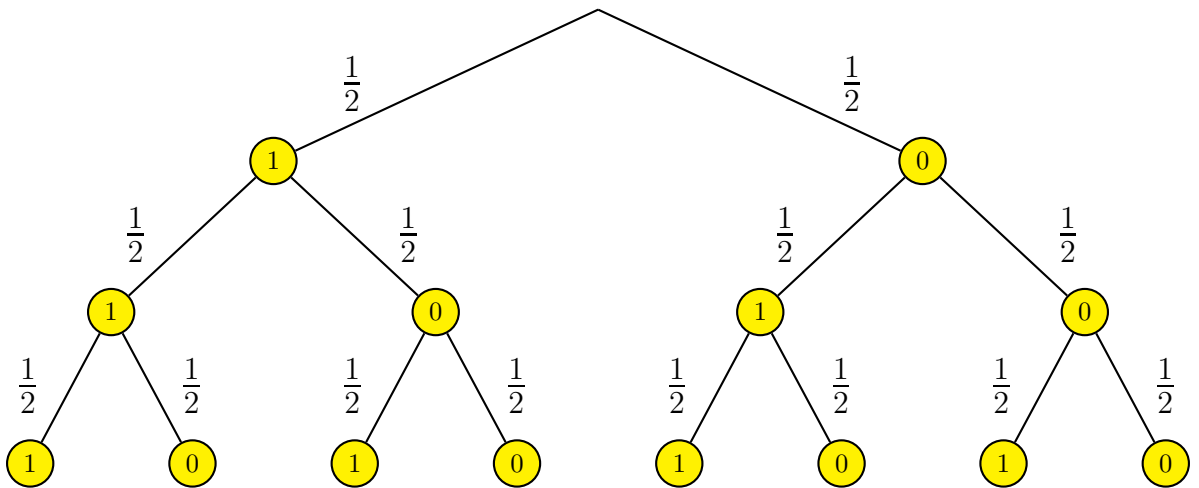
## Münzwurf 2. Lösungsweg

Wir wiederholen 4000 mal das dreimalige Werfen einer Münze.  
Wie oft wird hierbei idealerweise der Pfad

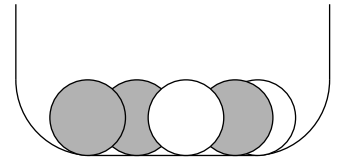
- $(1, 1, 1)$
- $(1, 0, 1)$  eingeschlagen?
- Wie oft werden idealerweise die Pfade mit genau einer 1 eingeschlagen?

Ermittle mit den Pfaden die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse:

- $P(1, 1, 1)$
- $P(1, 0, 1)$
- $P(\text{“genau eine 1“})$
- $P(\text{“mindestens eine 1“})$
- $P(\text{“genau zweimal 1“})$

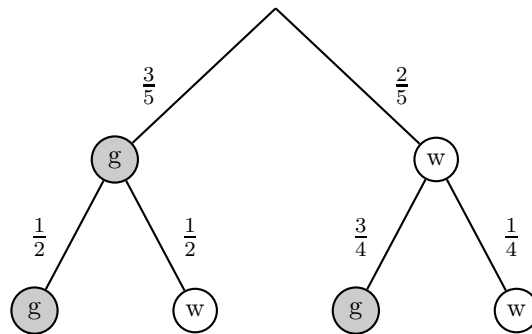
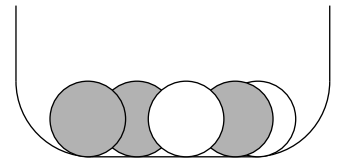


Eine Urne enthält 3 graue und 2 weiße Kugeln.  
Zwei Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 2. Kugel weiß ist?



# Ziehen ohne Zurücklegen

1. Eine Urne enthält 3 graue und 2 weiße Kugeln.  
Zwei Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 2. Kugel weiß ist?



$$P(\text{"2. Kugel ist weiß"}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{5} = 40\%$$

2. Aus einer Urne werden 4 Buchstaben nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Wort ANNA zu bekommen?



3. Ein Würfel wird 4mal geworfen.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, lauter Fünfen oder Sechsen wie z. B. (5, 6, 6, 5) zu werfen?
4. Eine Urne enthält 3 schwarze und 5 weiße Kugeln.  
Zwei Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 2. Kugel schwarz ist?

## Ziehen ohne Zurücklegen    Ergebnisse

2. Aus einer Urne werden 4 Buchstaben nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Wort ANNA zu bekommen?

$$P(\text{ANNA}) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{30}$$



3. Ein Würfel wird 4mal geworfen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, lauter Fünfen oder Sechsen wie z.B. (5, 6, 6, 5) zu werfen?

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$$

4. Eine Urne enthält 3 schwarze und 5 weiße Kugeln.

Zwei Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 2. Kugel schwarz ist?

$$P = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{8}$$

# Wahrscheinlichkeiten ermitteln

Um die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses zu ermitteln, haben wir zwei Vorgehensweisen kennengelernt.

1. Methode oder Laplace-Methode,

z. B. zweimaliges Werfen eines Würfels, Ereignis: Augensumme 5

Wenn alle Ergebnisse eines Zufallsversuchs (vermutlich, z. B. aus Symmetriegründen) dasselbe Häufigkeitsverhalten aufweisen, also gleichwahrscheinlich sind, bestimmen wir die Anzahl aller möglichen Ergebnisse und die Anzahl der Ergebnisse, die das Ereignis kennzeichnen. Der Anteil an der Gesamtzahl ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit.

2. Methode oder Pfad-Methode

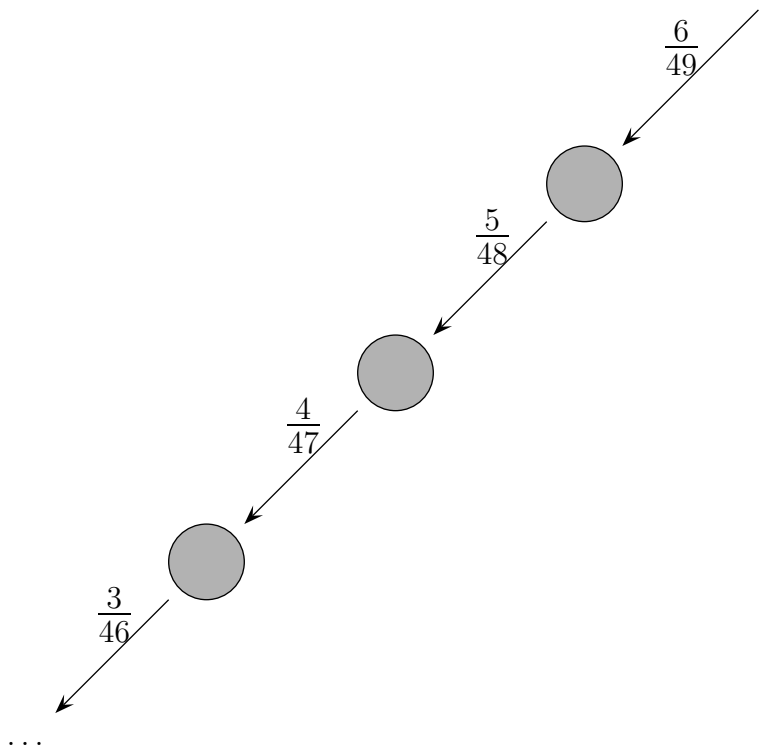
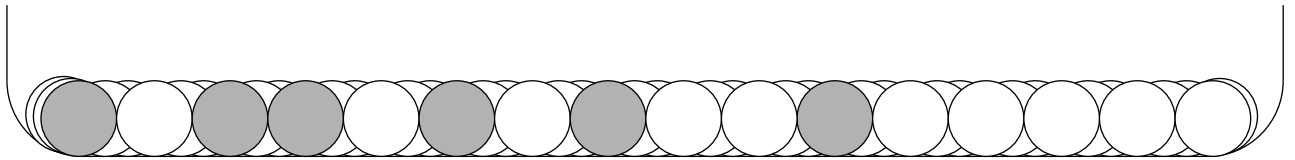
z. B. zweimaliges Ziehen ohne Zurücklegen, Ereignis: 2. Kugel schwarz

Hierbei denken wir uns das Zufallsexperiment in Stufen zerlegt (z. B. 1. Ziehung, 2. Ziehung, usw.). Wir können ein Baumdiagramm zeichnen und mit den Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Zweige versehen. Ein Ereignis besteht aus einem oder mehreren Pfaden. Für die Wahrscheinlichkeit eines Pfades werden die Wahrscheinlichkeiten längs des Pfades multipliziert. Für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses werden die Pfadwahrscheinlichkeiten addiert.

Häufig ist es für eine gegebene Fragestellung nicht erforderlich, das vollständige Baumdiagramm zu zeichnen, es reicht ein reduziertes Baumdiagramm.

# Lotto

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 6 Richtige beim Lotto 6 aus 49 zu erzielen?  
Dies müsste auch die Wahrscheinlichkeit sein, aus einer Urne mit 6 grauen und 43 weißen Kugeln durch 6maliges Ziehen ohne Zurücklegen die 6 grauen Kugeln zu erhalten.



Mit dem reduzierten Pfaddiagramm erhalten wir:  $P = \frac{6}{49} \cdot \frac{5}{48} \cdot \frac{4}{47} \cdot \frac{3}{46} \cdot \frac{2}{45} \cdot \frac{1}{44}$