

Gleichungssysteme mit drei Variablen

Wir lösen ein Gleichungssystem mit dem Additionsverfahren.

Die Idee war:

Die Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch einer Variablen entsteht.

$$\begin{array}{r}
 3x + 7y = 26 \quad | \cdot (-5) \\
 5x - 6y = 8 \quad | \cdot 3 \\
 \hline
 -15x - 35y = -130 \\
 15x - 18y = 24 \\
 \hline
 \left. \begin{array}{l} -15x - 35y = -130 \\ 15x - 18y = 24 \end{array} \right\} + \\
 \hline
 -53y = -106 \\
 y = 2; \quad x = 4
 \end{array}$$

Nun ein Gleichungssystem mit 3 Variablen.

Die Idee:

Aus dem Gleichungssystem mit 3 Variablen wird ein Gleichungssystem mit 2 Variablen erstellt.

Hierzu betrachte man die erste und zweite Gleichung.

Die beiden Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch zwei Variablen entsteht.

Dann nehme man die erste (oder zweite) und die noch nicht verwendete dritte Gleichung. Diese beiden Gleichungen werden wieder geeignet multipliziert, damit beim Addieren dieselbe Variable wie vorher eliminiert wird und erneut eine Gleichung mit nur noch zwei Variablen entsteht.

Mit den beiden Gleichungen mit zwei Variablen verfährt man wie oben beschrieben.

$$\begin{array}{r}
 I \quad 2x + 3y + 4z = 20 \quad | \cdot 3 \quad | \cdot 4 \\
 II \quad 3x + 2y + 5z = 22 \quad | \cdot (-2) \\
 III \quad 4x + 5y + z = 17 \quad | \cdot (-2) \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 I \cdot 3 \quad 6x + 9y + 12z = 60 \\
 II \cdot (-2) \quad -6x - 4y - 10z = -44 \\
 \hline
 \left. \begin{array}{l} 6x + 9y + 12z = 60 \\ -6x - 4y - 10z = -44 \end{array} \right\} + \\
 \hline
 IV \quad 5y + 2z = 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 I \cdot 4 \quad 8x + 12y + 16z = 80 \\
 III \cdot (-2) \quad -8x - 10y - 2z = -34 \\
 \hline
 \left. \begin{array}{l} 8x + 12y + 16z = 80 \\ -8x - 10y - 2z = -34 \end{array} \right\} + \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 V \quad 2y + 14z = 46 \\
 IV \quad 5y + 2z = 16 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\dots z = 3; \quad y = 2; \quad x = 1$$

Zur weiteren Übung:

$$\begin{array}{r}
 2x + 3y - z = 11 \\
 x - y + 2z = 3 \\
 3x - 2y + 3z = 8 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x + 2y + 3z = 16 \\
 2x + y + 4z = 19 \\
 3x + 4y + z = 26 \\
 \hline
 \end{array}$$

Gleichungssysteme mit drei Variablen

$$2x + 3y - z = 11$$

$$x - y + 2z = 3$$

$$\underline{3x - 2y + 3z = 8}$$

Lösung:

$$x = 3$$

$$y = 2$$

$$z = 1$$

$$x + 2y + 3z = 16$$

$$2x + y + 4z = 19$$

$$\underline{3x + 4y + z = 26}$$

Lösung:

$$x = 4$$

$$y = 3$$

$$z = 2$$